

I. DANS LE MOULE ROMAIN



Du sixième au neuvième siècle, malgré les invasions, le partage des dépouilles de l'Empire romain et un morcellement des centres actifs de l'Europe occidentale, des vestiges du monde romain ne cessent de ressurgir en divers lieux et en divers domaines. Le rétablissement de la dignité impériale pour Charlemagne en est une illustration.

C'est pourquoi nous titrons « *dans le moule romain* » notre quête des traces du savoir mathématique en ces siècles. Survol rapide, traces ténues mais qui récusent le vide.

Pendant plusieurs siècles ce qui fut le domaine du César romain a été progressivement envahi et démantelé. Rome même fut occupée dès le début du V^{ème} siècle. Il ne semble pas que les envahisseurs aient alors apporté avec eux des connaissances scientifiques et spécialement mathématiques. Or si l'aspect extérieur et administratif de l'Empire s'effondre, néanmoins tout ce qui peut constituer un patrimoine technique surnage plus ou moins au flot de l'envahisseur et même capte son intérêt à travers ses besoins. Les mathématiques essentiellement pratiques des Romains vont donc survivre, voire être entretenues. Par ailleurs l'Église, « passée peu ou prou aux barbares », se fit devoir de transmettre, aussi modestes soient-elles, les connaissances acquises. Ces connaissances aideront, peut être, à affronter ces temps rudes et participeront ainsi à la gestation de ce qu'on nomme la civilisation occidentale.

Mais, que reste-t-il au début du VI^{ème} siècle de ce qui fut pour les Grecs la science par excellence, les mathématiques ?

Sous l'influence des communautés chrétiennes d'Afrique du Nord, l'Église est passée de la langue grecque, jadis comprise dans tout le bassin de la Méditerranée, au seul latin. La science suivit ce mouvement et tout ce que les Romains étudiaient en grec se trouva traduit dans la langue de Cicéron ou plutôt celle d'Ambroise ou d'Augustin. Le savoir de la Grèce se perdit alors petit à petit faute d'en retrouver les sources mais surtout parce que la demande de savoir ne portait plus que sur les applications pratiques de cette science. Les utilisateurs en sont essentiellement les « *agrimensores* », arpenteurs et agents de conservation des routes, ponts et ports, ainsi que quelques constructeurs de bâtiments.

Toutefois, au début du VI^{ème} siècle, un nom émerge : Boèce¹.

Boèce aurait traduit en latin une géométrie d'Euclide –ce travail est aujourd'hui perdu–² mais c'est surtout avec son « *Institutio arithmetica* » –adaptation d'une œuvre grecque– qu'il influença son époque. Il laissa un outil durable de calcul aux siècles suivants. On en possède de nombreuses copies jusqu'à son impression au XVI^{ème} siècle ! Boèce ne connaissait pas le zéro, mais usait d'*apices*, c'est-à-dire de jetons numérotés, perfectionnant le calcul à l'aide d'abaques.

On citera également l'ouvrage de Cassiodore³, sorte de compendium de son époque. Ensuite l'Italie scientifique tomba pratiquement en léthargie jusqu'à la Renaissance.

¹ Voir document n° I.2.

² Pendant longtemps un manuscrit de géométrie fut attribué à Boèce, mais il est établi maintenant qu'il lui est postérieur.

³ Cassiodore ou Cassiodorus, calabrais, mort vers 564. On lui doit aussi un traité sur la date de Pâques.

Comment va donc se transmettre ce qui demeure de savoir scientifique ? Des écoles ? Il n'y en a guère, si ce ne sont celles que des évêques installent près de leur siège. Ceux-ci estiment que si leurs clercs, ministres de la Parole, se doivent d'être riches de savoir religieux et nourris en cela par les connaissances dites du « *Trivium* » (grammaire, rhétorique, dialectique), ils ne doivent pas ignorer les « arts libéraux » du « *quadrivium* » (arithmétique, géométrie, astronomie, musique)⁴. Tout ce qui est œuvre de l'homme ne doit pas être ignoré des hommes de Dieu.

D'autres raisons concourent à cet effort d'enseignement du quadrivium. Les nombres ne sont pas dépouillés de toute valeur symbolique, voire religieuse. Un verset du « *Livre de la Sagesse* » ne dit-il pas de Yawhé « *Tu as tout disposé avec mesure, nombre et poids* » ?⁵. La musique en tant que rapport entre les sons est indispensable à une belle liturgie. La détermination exacte de la date de Pâques est nécessaire pour établir un calendrier correct dans toute la Chrétienté et qui dit astronomie pense souvent à astrologie...

C'est alors que débute le temps de la compilation des textes anciens ou, du moins de ceux qui ont été conservés, compilations souvent laborieuses, puis compilations de compilations...

Citons « *Etymologiae* » l'encyclopédie d'Isidore de Séville⁶, le « *Computus* » de Bède⁷ et un ouvrage qui a exercé une grande influence sur l'époque : « *De nuptiae philologiae et Mercurii* ». Ce dernier ouvrage au contenu souvent obscur est également une sorte d'encyclopédie⁸.

Il est certain qu'au VII^{ème} siècle, la culture est, en Occident, en plein déclin pour de multiples raisons : morcellement de l'Italie, faiblesse des successeurs de Dagobert, suites des invasions, enfin l'Église concentre ses efforts sur la conversion des Barbares. Certes on évoque toujours Saint Augustin⁹ qui avait recommandé de former les jeunes aux arts libéraux mais pouvait-on le suivre ?

C'est toutefois en Angleterre et en Irlande que le patrimoine culturel apparaît conservé à l'abri des invasions, dans maints monastères, tels Cantorbéry, Exeter ou Nursling. On a pu se demander si un missionnaire irlandais ou anglo-saxon formé à Cantorbéry n'était pas, débarquant, au VIII^{ème} siècle, en Austrasie, comme un civilisé arrivant chez les sauvages tant l'inculture était grande dans les royaumes francs.

Vint l'époque de Charlemagne. À travers sa forte personnalité, l'Occident pensa faire renaître l'Empire. Il fallait pour cela, outre un chef, des cadres. Excellent organisateur, Charles estima qu'à côté des écoles où l'évêque formait ses clercs, l'Empire devait avoir ses propres écoles pour former ses administrateurs. En plus de la connaissance de l'écriture et de la grammaire, ces derniers devaient savoir compter. Pour organiser cet enseignement, Charles fit venir d'Angleterre des moines, en particulier Alcuin¹⁰. Vers 775 le roi des Francs écrit : « Nous invitons nos sujets, pour autant qu'ils en sont capables, à cultiver les arts libéraux ». Vers 780 les assemblées capitulaires imposent dans chaque évêché la création d'une école enseignant au moins la grammaire et le comput (règles de calcul pour fixer les fêtes religieuses de

⁴ Il n'est pas rare de voir, sculptées sur les cathédrales, des figures représentant trivium et quadrivium.

⁵ *Sagesse* XI-20. Ce passage est apparu à certains comme une réminiscence de la culture hellénique de son rédacteur.

⁶ Isidore, évêque de Séville, mort en 636 ; voir document n° 3 de cette partie.

⁷ Bède le Vénérable (673-735). Beda Venerabilis, connu comme « *The father of English learning* ». Moine anglais qui selon ses propres dires a « *passé sa vie à enseigner et écrire* ».

⁸ Voir document n° I.1.

⁹ Augustin (354-430) évêque d'Hippone. Il était assez cultivé lui-même pour avoir écrit sur l'arithmétique et la géométrie mais comme l'a noté H.I. Marrou : il apparaît comme un littéraire aventuré sur un terrain où il n'est pas sûr de lui.

¹⁰ Alcuin (735-804) originaire d'York, fut abbé de Saint Martin de Tours. Il souhaitait « *bâtir en France une Athènes nouvelle* » et comparait « *les sept arts libéraux aux sept dons du Saint Esprit* ». De même fut attiré en France par Charles II – le chauve – le philosophe irlandais Jean Scot Érigène.

l'année). On connaît une liste des questions étudiées dans les écoles alors organisées, toutes relèvent plus ou moins du savoir des Romains¹¹. L'Empire n'était-il pas, sur ce plan également, le modèle recherché ? Ne fallait-il pas former « l'homme chrétien » sur le modèle du « doctus orator » de Cicéron ?

Mais cet empire d'Occident ne survécut guère à son fondateur, mort en 814. La fin de cette renaissance entraîna, pour plus d'un siècle, celle de maintes écoles et l'on retourna aux simples « commentaires ».

Une nouvelle fois le savoir se réfugia dans les monastères –bénédictins en particulier – où les moines conservaient ce patrimoine parfois, voire souvent, sans pouvoir l'utiliser sauf si, de loin en loin, l'un d'eux s'élevait en savoir et en science. Tels furent Heiric (841-876) et Rémi (841-908) à Auxerre ou Abbon (X^{ème} siècle) à Fleury-sur-Loire¹² ou encore Odon abbé de Cluny (mort en 943).

Suivent maintenant cinq documents qui se rapportent à :

I.1 - Martianus Capella,

I.2 - Boèce,

I.3 - Isidore de Séville,

I.4 - Alcuin,

I.5 - Rémi d'Auxerre.

¹¹ Voir document n° I.4.

¹² Rémi d'Auxerre eut un grand rayonnement comme commentateur tant des auteurs sacrés que de Boèce ou de Capella. « *Pour faire fleurir les sciences* » il ouvrit une école à Paris dans laquelle d'aucuns voient l'ancêtre de l'Université de la Cité. Fleury-sur-Loire est aujourd'hui Saint-Benoît-sur-Loire.

DOCUMENT I.1 – MARTIANUS CAPELLA

Dans « *Les noces de la Philologie et de Mercure* » de Martianus Mineus Felix CAPELLA, on relève le passage qui suit, passage qui ne fut pas ignoré au long du Moyen Âge. Copernic lui-même a présenté son système de l'univers comme « *une extension des vues ingénieuses de Martianus Capella* »

Certes des savants grecs avaient déjà envisagé un système héliocentrique, au contraire du système géocentrique de Ptolémée (vers 150) ; ainsi en était-il pour Aristarque de Samos (vers 250 avant Jésus Christ). Mais le système de ce dernier n'était et n'est connu que par l'« Arénaire » d'Archimède (vers 225 avant Jésus Christ) dont le seul manuscrit retrouvé au XV^{ème} siècle ne fut accessible qu'après la mort de Copernic (1520).

« ...Bien que Vénus et Mercure aient chaque jour un lever et un coucher, leurs orbites ne décrivent pas du tout un cercle autour de la terre, mais autour du soleil, d'un mouvement libre. En fait, ils ont le soleil comme centre de leur orbe et de telle sorte que parfois ils se déplacent en dessus de lui et d'autres fois en dessous et plus près de la terre. Vénus s'écarte du soleil en largeur d'un signe et demi. Mais, quand ils sont en dessus du soleil Mercure est le plus rapproché de la terre et lorsqu'ils sont en dessous du soleil, c'est Vénus qui est la plus proche car elle tourne sur une orbite plus grande et plus large ».

Martianus Capella originaire de Numidie, vécut au V^{ème} siècle. Son ouvrage fut recopié tout au long du Moyen Âge comme rare source du savoir antique. Il fut également « commenté » par de nombreux maîtres en renom tel Rémi d'Auxerre (début X^{ème} siècle).

DOCUMENT I.2 - BOÈCE

Les historiens considèrent Boèce – Anicius Boethius – comme un des « derniers romains » du monde occidental déjà soumis aux « Barbares ».

Boèce fut iniquement condamné et sauvagement exécuté à Pavie en 524 sur l'ordre de Théodoric –roi ostrogoth de Ravenne– qu'il avait servi de son grand savoir et de sa compétence dans de nombreuses tâches. Fut-il une victime du conflit Byzance-Ravenne ? ou plus vraisemblablement un chrétien martyr de l'arianisme ?

Philosophe, poète, compilateur scientifique, Boèce a inspiré tout l'enseignement scholastique à travers le Moyen Âge. Il a sa place dans notre étude car au IX^{ème} siècle nombreuses étaient les copies de son « *De institutione arithmetica* » dont les spécialistes, même s'ils s'accordent à la trouver inspirée de Nicomaque (mathématicien du I^{er} siècle, originaire de Palestine), reconnaissent que Boèce a su y pousser à l'extrême sa science des nombres.

Nous reproduisons des extraits d'un incunable de 1499. L'influence de Boèce était restée telle, un millénaire après sa mort, que son œuvre fut parmi les tout premiers textes imprimés.

Boèce met en relief plusieurs propriétés des nombres.

Ainsi :

Si on met en ligne, dans l'ordre, les multiples de quatre, le premier, le second... etc, et en dessous ceux de neuf dans le même ordre on constate que chacun de ces derniers est égal au double du correspondant augmenté du quart de celui-ci.

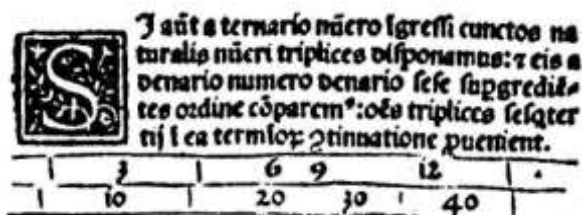
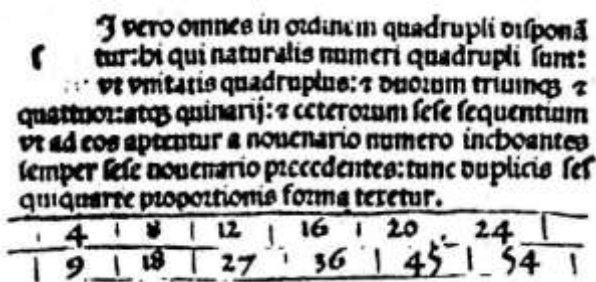
$$9 = 2 \cdot 4 + \frac{1}{4} \cdot 4, \quad 45 = 2 \cdot 20 + \frac{1}{4} \cdot 20 \dots$$

Et plus loin, de manière analogue, on passe des multiples de trois à ceux de dix en les triplant et en ajoutant leur tiers.

$$10 = 3 \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot 3, \quad 40 = 3 \cdot 12 + \frac{1}{3} \cdot 12$$

(Avec Viète, 1000 ans plus tard, nous écrivions $9n = 2(4n) + \frac{4n}{4}$ et $10n = 3(3n) + \frac{3n}{3} \dots$).

– On peut se demander si, ces exemples –il y en a plusieurs autres– sont de simples remarques ou si une règle plus générale était en vue ?



Dans un autre chapitre on trouve comment, en considérant un nombre quelconque, faire, de deux manières, naître les multiples de ce nombre. (On remarquera les schémas imprimés).

- Quadrupler c'est tripler et ajouter le tiers (du résultat).
- Quintupler c'est quadrupler et ajouter le quart.
- Sextupler c'est quintupler et ajouter le cinquième.

Mais ici Boèce conclut : « *et ceteri de la même manière car nulle limite n'empêche de continuer sans fin* ».

(Sans doute avec Viète il n'y aurait pas eu lieu de disserter sur la formule $na + \frac{an}{n} = (n+1)a$).

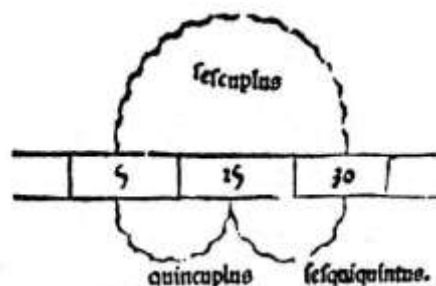
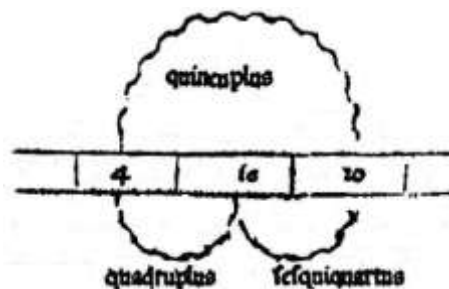
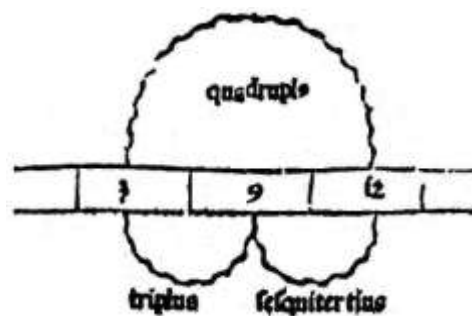
– On pourra noter le vocabulaire. Cicéron, Vitruve écrivent « *sesquilateralis* » pour exprimer une fois et demi, mais il semble bien que ce soit Boèce qui ait forgé « *sesquitercius* », « *sesquiquartus* » et autres.

De même si « *quadruplus* » est classique, « *quincuplus* » paraît une nouveauté. Boèce encore, désigne le carré (figure géométrique ou produit d'un nombre par lui-même) par « *tetragonus* » alors que les latins avaient « *quadra* » ou « *quadratus* ».

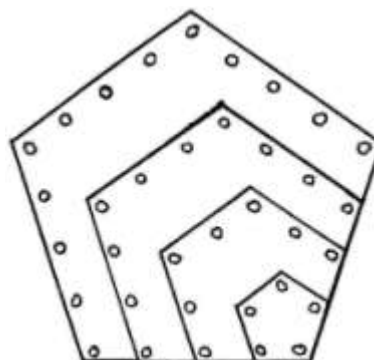
D'un autre genre est l'étude des « nombres polygonaux ».

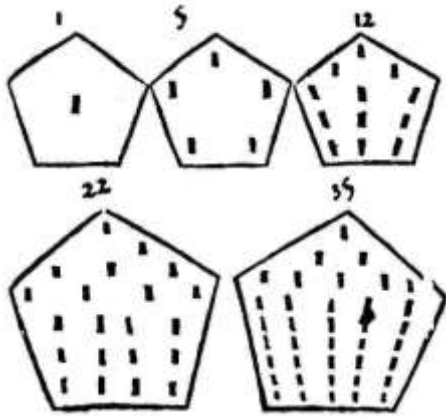
On peut envisager ainsi le problème.

On part d'un polygone régulier défini par un piquet à chaque sommet. Il y a donc deux piquets par côté. Puis on englobe ce polygone dans un autre, ayant le même nombre de côtés mais ayant 3, 4, 5 piquets par côté. Dénombrer combien il faut de piquets en tout. La figure ci-contre, moderne, se veut explicative dans le cas du pentagone.



Aqs ita secundum hanc progressionē cum
 cte multiplicatōis spēs sine ulla rati ordi
 nis permutatione nascuntur. Ita vero ut
 duplus cum sesquialtero triplicem creet: et
 tripl⁹ cū sesquitercio quadruplus. quadru
 plus cum sesquiquarto quincuplus. et ceteri eodem
 modo ut nullus hanc continuationem finis impediat





Par contre l'imprimeur du XV^{ème} siècle et certainement les copistes qui le précédèrent ne saisirent plus du tout la figure et entassèrent seulement le nombre de « points » nécessaires.

On peut du reste se demander si tous ces intermédiaires, pendant un millénaire, connurent le latin ?

Boèce comprend que, dans le cas des pentagones, —« *de generatione pentagonorum* »— les différences entre deux nombres pentagonaux successifs forment ce que nous appelons une suite arithmétique de raison trois :

1, 4, 7, 10, 13, 16, ...

et qu'on obtient les nombres pentagonaux comme sommes successives de termes de cette suite :

5, 12, 22, 35, 51, ...

Boèce termine son étude en écrivant : « *Il sera permis de faire de même pour les autres formes de polygones* » —et il généralise : hexagone, suite de raison quatre (1, 5, 9, 13, ... heptagone, suite de raison cinq (1, 6, 11, 16, ...)).

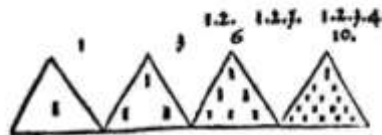
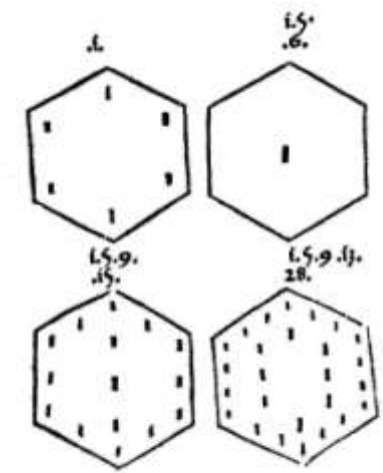
De generatione pentagonorum. Ca. xlii.

Nascuntur autem hi numeri q[ui] extensi in latitudines quos angulos p[ro]ducit: ab ead[em] n[um]eris numeri quantitate in se co[n]co[n]nata: ita ut duobus s[ed] interiectis numeris, superiori vel superioribus vicibus ternario cu[m] cui iungend[us] est aggreget. Namq[ue] unitati intermissis duob[us] & trib[us] si quatuor iungas: qui tribus ipsam superent unitatem: quinaris pentagonis p[ro]creabit. Post. 4. & si intermisso gnario & senario. 7. aggregates duodenariu[m] pentagonu[m] p[ro]creabis. Namq[ue] vnus 1. 4. 7. 10. 13. 16. 19. 22. 25. 28. 31. 34. 37. 40. 43. 46. 49. 52. 55. 58. 61. 64. 67. 70. 73. 76. 79. 82. 85. 88. 91. 94. 97. 100. 103. 106. 109. 112. 115. 118. 121. 124. 127. 130. 133. 136. 139. 142. 145. 148. 151. 154. 157. 160. 163. 166. 169. 172. 175. 178. 181. 184. 187. 190. 193. 196. 199. 202. 205. 208. 211. 214. 217. 220. 223. 226. 229. 232. 235. 238. 241. 244. 247. 250. 253. 256. 259. 262. 265. 268. 271. 274. 277. 280. 283. 286. 289. 292. 295. 298. 301. 304. 307. 310. 313. 316. 319. 322. 325. 328. 331. 334. 337. 340. 343. 346. 349. 352. 355. 358. 361. 364. 367. 370. 373. 376. 379. 382. 385. 388. 391. 394. 397. 400. 403. 406. 409. 412. 415. 418. 421. 424. 427. 430. 433. 436. 439. 442. 445. 448. 451. 454. 457. 460. 463. 466. 469. 472. 475. 478. 481. 484. 487. 490. 493. 496. 499. 502. 505. 508. 511. 514. 517. 520. 523. 526. 529. 532. 535. 538. 541. 544. 547. 550. 553. 556. 559. 562. 565. 568. 571. 574. 577. 580. 583. 586. 589. 592. 595. 598. 601. 604. 607. 610. 613. 616. 619. 622. 625. 628. 631. 634. 637. 640. 643. 646. 649. 652. 655. 658. 661. 664. 667. 670. 673. 676. 679. 682. 685. 688. 691. 694. 697. 700. 703. 706. 709. 712. 715. 718. 721. 724. 727. 730. 733. 736. 739. 742. 745. 748. 751. 754. 757. 760. 763. 766. 769. 772. 775. 778. 781. 784. 787. 790. 793. 796. 799. 802. 805. 808. 811. 814. 817. 820. 823. 826. 829. 832. 835. 838. 841. 844. 847. 850. 853. 856. 859. 862. 865. 868. 871. 874. 877. 880. 883. 886. 889. 892. 895. 898. 901. 904. 907. 910. 913. 916. 919. 922. 925. 928. 931. 934. 937. 940. 943. 946. 949. 952. 955. 958. 961. 964. 967. 970. 973. 976. 979. 982. 985. 988. 991. 994. 997. 1000.

1	22	35	51	70	91	117	11
---	----	----	----	----	----	-----	----

Similiter autem licebit & aliarum formarum que pluribus angulis continetur: quantitates ascribere. Sed quoniam facilis oculis subiecta retinentur: supradictarum formarum numerositas in subteriore descriptione ponatur.

trianguli	1	3	6	10	15	21	28
quadrati	1	4	9	16	25	36	49
pentagoni	1	5	12	22	35	51	70
hexagoni	1	6	15	28	45	66	91
heptagoni	1	7	18	34	65	112	11



De descriptione figurarum numerorum in ordine. Capitulum. lxxi.

Arithmetica

DOCUMENT I.3 – ISIDORE DE SÉVILLE

Isidore le jeune, fut, aux VI/VII^{èmes} siècles, évêque d'Hispalis, colonie romaine de Bétique (aujourd'hui Séville). Ecrivain fécond, il tient une place importante en tant que philosophe néo-platonicien et théologien. Parmi d'autres œuvres, il écrivit, sur la fin de sa vie (636) et à la manière de Martianus Capella une sorte de résumé encyclopédique du savoir de son temps : « *Etymologiae* ».

Le lecteur pourra se reporter à notre essai de traduction française des chapitres des « *Etymologiae* » concernant les mathématiques. Cet essai est publié à part¹³.

Voici trois extraits avec reproduction de la copie des XI/XII^{èmes} siècles qui a servi de base à la traduction (Copie actuellement à Auxerre).

I.

De uocabulo arithmetice discipline.
Arithmetica est disciplina numerorum.
A greci enim numerum rithmon dicunt.
quam septores secularium litterarum inter
disciplinas mathematicas idem primam esse
uoluerunt. quoniam ipsa ut sit nullam aliam
indiget disciplinam. Musica autem et
geometria et astronomia que sequuntur
ut sint acq[ue] subsistant istius egent auxilio.

L'arithmétique est la science des nombres. Les Grecs appellent le nombre « rithmon ». Les auteurs anciens pensent qu'elle est la première des disciplines scientifiques et qu'elle n'a pas besoin des autres disciplines pour exister. Par contre la musique, la géométrie et l'astronomie qui la suivent ont besoin d'elle pour exister¹⁴.

II.

Secundum geometriam uero ita
quatuor. extrema multiplicata tantum fieri
unt quantum et media duplicata. ut
puta sex et duodecim multiplicata fa-
ciunt septuagies et dipondius. media octo
et nouem multiplicata tantumde fa-
ciunt. Secundum musicam ita. qua
parte superat medius. primum eadem par-
te superat medius ab extremo. ut puta
sex et octo duabus partibus superant. que
duo partes tertia media octo superant
ab ultima nota.

15

¹³ IREM de Dijon 1983. Réédition : Isidore de Séville. *Étymologies – L.III. Mathématique*. IREM de Poitiers. Octobre 1999.

¹⁴ On reconnaît ici les quatre branches scientifiques du quadrivium.

¹⁵ On remarquera que soixante douze est dit « septuagies et dipondius » littéralement soixante dix et deux as, l'as pièce de monnaie. On sait que les nombres abstraits sont évités, l'usage est alors de parler comme pour les sommes d'argent ; on trouvera selon les auteurs des comptes en as ou drachmes.

En ce qui concerne la [moyenne] géométrique tu procèdes ainsi. Les extrêmes sont multipliés entre eux et font autant que la moyenne multipliée par elle-même. Soient six et douze multipliés, ils font soixante douze. Les « media » huit et neuf multipliés entre eux font autant.¹⁶

Pour la [moyenne] en musique il en est ainsi : le terme moyen dépasse le premier terme d'une même part que ce terme moyen est dépassé par le terme extrême. Ainsi six et huit [qui le] dépasse de deux parts, ces deux parts [sont] des tiers et le moyen huit est dépassé [d'autant] par le plus grand neuf.

– Il s'agit, bien sûr, de la moyenne harmonique $\frac{2}{c} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ qui peut être définie par :

$c = a + \frac{a}{k} = b - \frac{b}{k}$. Ici : $8 = 6 + \frac{6}{3} = 12 - \frac{12}{3}$, donc deux, défini comme part ($\frac{6}{3}$) et quatre = même part « tierce » ($\frac{12}{3}$) double de la précédente.

Cet exemple illustrerait, si besoin était, tout ce qu'apportera Viète au discours mathématique mais cela près d'un millénaire plus tard. –

III. Des figures géométriques figurant dans le manuscrit dont ils proviennent, avec les légendes explicatives.

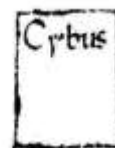
Species est figura in rotundum
formata. partibus omnibus equalis.



La sphère est une figure de forme arrondie, de toutes parts égales.

Le cube est une figure particulière qui est définie (limitée) par une longueur et une hauteur.

Cybus est figura propria solida. que longitudine latitudine et altitudine continetur.



Cylindrus est figura quadrata habens superius arcum.



Le cylindre est une figure de base droite ayant un cercle plus au dessus.

Le cône est la figure qui d'ample se termine en étroit en étant droite¹⁷

Conus figura que ab amplo in angustum finit sicut octogonum.



Pyramis est figura que in modum ignis ab amplo in acum consistit. ignis enim apud grecos phyrin appellatur.



La pyramide est la figure qui, tel le feu, d'ample s'élève en pointe. Feu car chez les Grecs il est dit « phyrin ». ¹⁸ (5)

¹⁶ Il doit y avoir confusion entre moyenne proportionnelle et termes moyens d'une proportion $\frac{6}{8} = \frac{9}{12}$. Mais le

problème n'est sans doute pas de trouver une moyenne (qui serait $6\sqrt{2}$) mais un couple « analogicum geometrica » jouant un rôle analogue ?... Le texte hélas ne donne pas d'autres exemples. Il en sera de même pour la « musique ».

¹⁷ Le terme *conus* est en général attesté pour désigner le cône et la pomme de cyprès qui lui a donné son nom : conou (?).

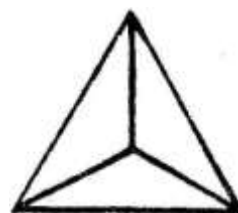
¹⁸ *Phyrin* (?) on penserait plutôt à *pyros*. Il ne faut pas oublier que le grec a à peu près disparu, à cette époque, en Occident.

[Les images évoquées (et celles dessinées par le copiste) peuvent poser quelques questions quant à l'interprétation... Ces solides ne devaient jouer qu'un rôle de collection, à moins qu'au contraire, partant d'une figure dessinée en perspective dans un manuscrit antérieur, perspective qu'il ne comprenait pas, Isidore n'ait tenté une description...].

On imagine mal l'importance que des textes comme celui d'Isidore de Séville eurent sur tout le Moyen Âge. Les copies, avec des variantes, furent nombreuses au cours des siècles. Précisément les variantes, voire les transformations, renseignent les spécialistes sur la manière dont pouvait, bien ou mal, être compris le texte initial puis celui-ci recopié. Nous pouvons donner deux exemples concernant ce petit extrait géométrique.

En face de *Pyramis*, une copie (actuellement en Espagne) donne le simple dessin suivant :

Serait-ce un tétraèdre vu du dessus ? Alors l'interprétation est plus claire que celle de la copie d'Auxerre.



En 1580 les *Etymologiae* furent imprimées; voici ce qui est dit du cylindre dans cette édition : « *Cylindras est figura quadrata habens superius semicirculum in solidum* ». Ce texte avec « *semicirculum* » (demi-cercle) est devenu, sans doute, plus conforme au dessin que l'éditeur avait alors entre les mains.

Cette édition de 1580 montre qu'au bout de près de dix siècles Isidore de Séville reste source de savoir¹⁹. Ce dictionnaire, en tout cas, est pour nous le témoin des restes des connaissances de la culture latine au VII^{ème} siècle.

On peut enfin, discuter la traduction d'« *Etymologiae* ». D'aucuns proposent : « *Origines* ». Isidore, quant à lui, pensait que la nature et l'essence des choses se reconnaissent à l'étymologie des noms qui les désignent. Cela explique le travail qu'il entreprit.

¹⁹ Voir « *Éclairs sur le Moyen-Âge* », IV.14.

DOCUMENT I.4 - ALCUIN

Les exercices qu'Alcuin destinait à la formation des élèves des écoles de Charlemagne ont été regroupés dans « *Propositiones arithmeticae ad acuendos juvenes* ». Ce recueil a servi de modèle à maints livres de problèmes pendant des siècles s'il n'en sert encore... Qui donc a inventé le livre d'exercices ?

C'est en 782 qu'Alcuin, alors maître de l'école épiscopale d'York, vint diriger la « *schola palatina* » que Charles, roi des Francs, avait organisée dans son palais pour former les administrateurs du royaume.

Voici quelques exemples :

1 - Un chien court le lièvre lequel a 150 pieds d'avance. Il fait des bonds de 9 pieds alors que ceux du lièvre ne sont que de 7 pieds. Au bout de combien de bonds le rattrapera-t-il ?

2 - Un conduit emplit une citerne en 3 jours, un autre en 4 jours et un troisième en 6 jours. Combien de temps les trois conduits ensemble mettront-ils à remplir la citerne ?

3 - Partager entre trois héritiers 21 tonneaux dont 7 vides, 7 à moitié pleins et 7 pleins, de sorte que chacun ait autant de futailles et de vin.

4 - Un groupe de 100 personnes, hommes, femmes et enfants, reçoit 100 mesures de blé à raison de 3 mesures par homme, 2 mesures par femme et une demi-mesure par enfant. Combien y a-t-il d'hommes, de femmes, d'enfants ?

On notera que les ouvrages des copistes du Moyen Âge ne donnent, en général, que des indications pour résoudre. Ainsi pour l'exercice n° 1 : « On divisera 150 par 2 ». Ailleurs les solutions sont incomplètes. Pour le n° 4 une seule réponse, alors qu'il en existe sept ((3n - 1) hommes). L'exercice n° 3 est retrouvé tel quel dans « *Problèmes plaisants et délectables* » de Bachet de Méziriac, publié en 1612... Quant à celui de la citerne, s'il figure dans le « *Traité de l'abaque* » de Raoul de Laon (XII^{ème} siècle) sous la même forme, le XX^{ème} siècle préférera en user avec des robinets.

Mais Alcuin proposait également des problèmes de calculs d'aires. On voit alors que les formules utilisées à cette époque sont incertaines pour ne pas dire inexactes. Un des grands problèmes est de connaître un rectangle d'aire égale à « un » et de périmètre donné ou encore dont on donne la diagonale. Il ne faut pas oublier que l'équation du second degré n'est pas familière aux gens du IX^{ème} siècle.

On trouve enfin des questions ne demandant pas des connaissances en calcul mais de la réflexion. C'est le célèbre problème du loup, de la chèvre et du chou : comment les faire passer tous trois, d'une rive à l'autre d'un fleuve, dans une barque pouvant transporter, outre le passeur, qu'un seul des trois à la fois, et sans laisser ni la chèvre manger le chou, ni le loup dévorer la chèvre.

Il faudrait ici noter que les problèmes d'héritage, de partage de bénéfices ou de pertes ont, de tous les temps, eu non seulement leur place en mathématiques, mais bien plus, ont été un agent moteur de la recherche. Depuis la plus haute antiquité, des traités juridiques donnent des méthodes arithmétiques, voire géométriques, pour résoudre les questions délicates de cette nature. Les fractions n'ont-elles pas leur origine dans le partage d'un reste ?

Monnaies carolingiennes



Charlemagne



Louis le Débonnaire

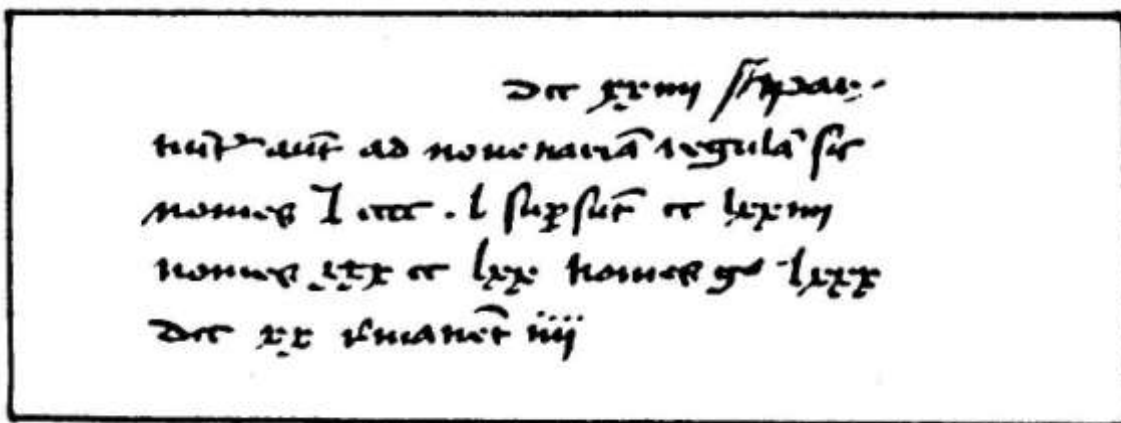


Charles le Chauve

DOCUMENT I.5 – RÉMI D'AUXERRE

Nous présentons ici un document original²⁰, la reproduction de quelques lignes d'un manuscrit du XII^{ème} siècle, copie des commentaires par Rémi d'Auxerre des « *Nuptiae* » de Capella.

Ce document montre comment était conduite et écrite une division. Ici celle de 724 par 9.



Après avoir « déchiffré », on peut traduire :

DCCXXIIII (724) sont partagés en neuf parties égales ainsi : neuf fois L (50), soit CCCCL (450), les dépassent CCLXXIIII (274) ; neuf fois XXX (30) : CCLXX (270) donc neuf fois LXXX (80) : DCCXX (720) restent IIIII (4).

La traduction ci-dessus respecte l'écriture en « chiffres » (romains) et en lettres du document étudié.

On peut déceler une procédure d'essais sur des restes successifs.

²⁰ Ce manuscrit est détenu par la Bibliothèque Municipale d'Auxerre (Yonne).