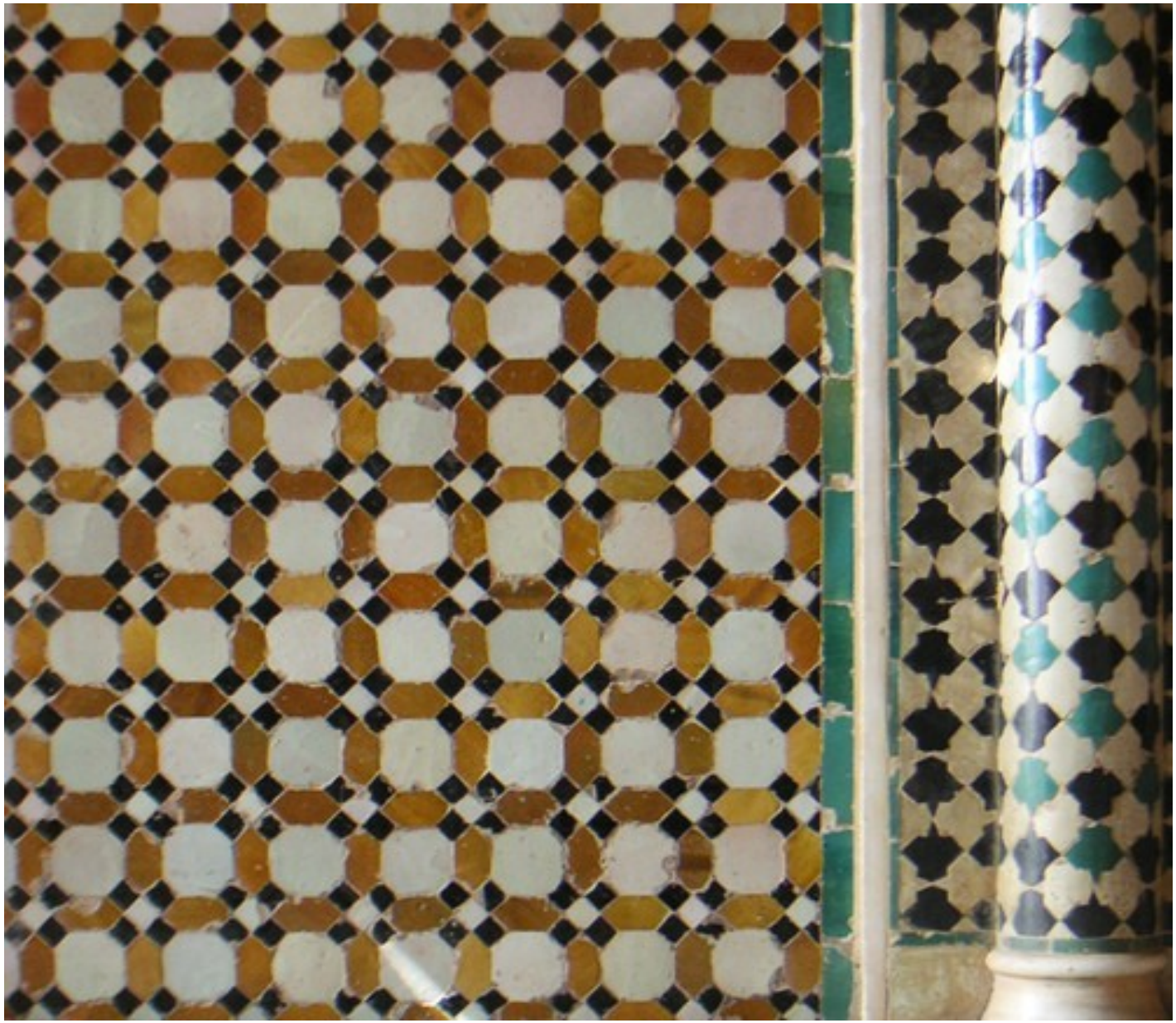
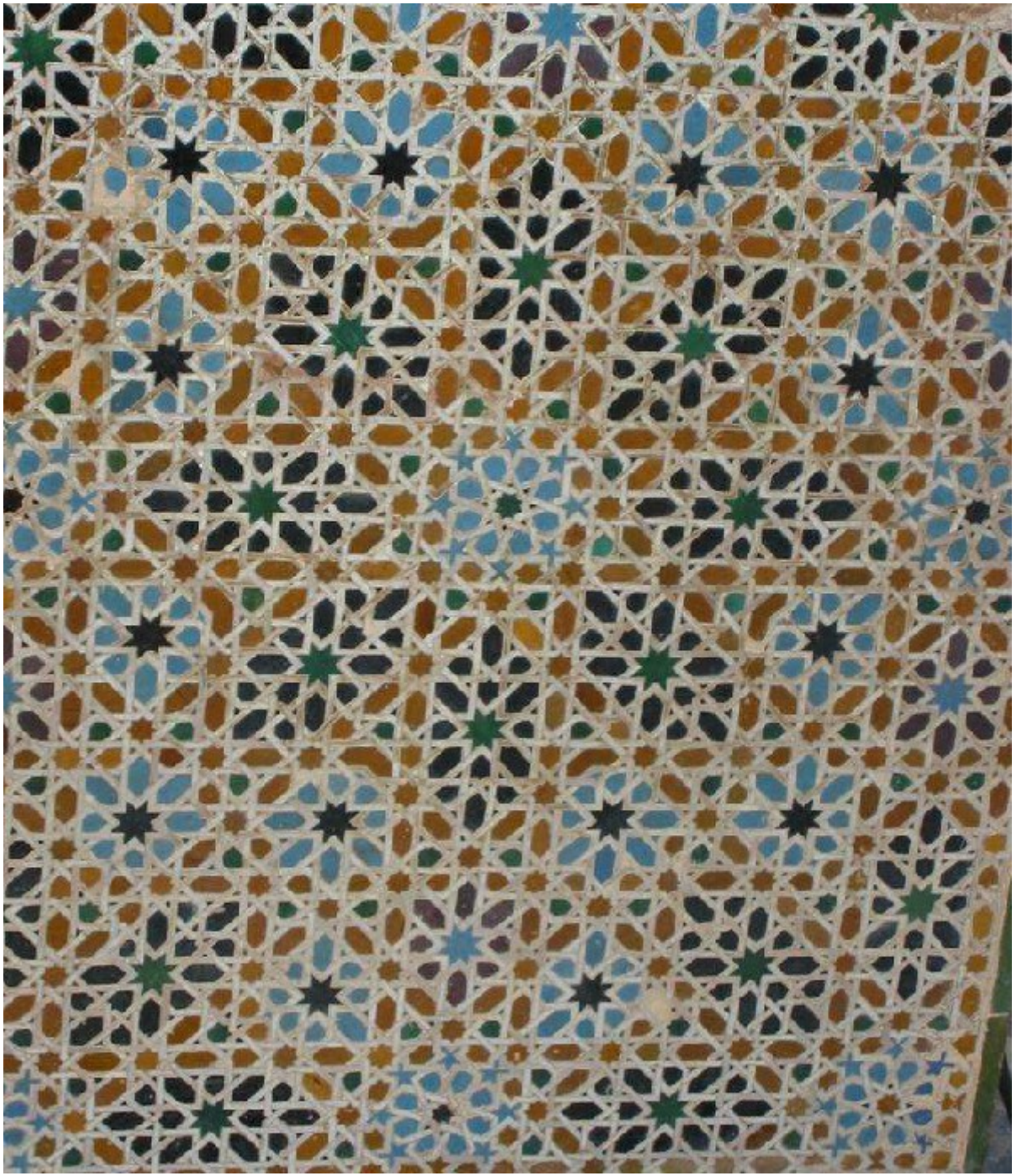
Mathématiques arabes

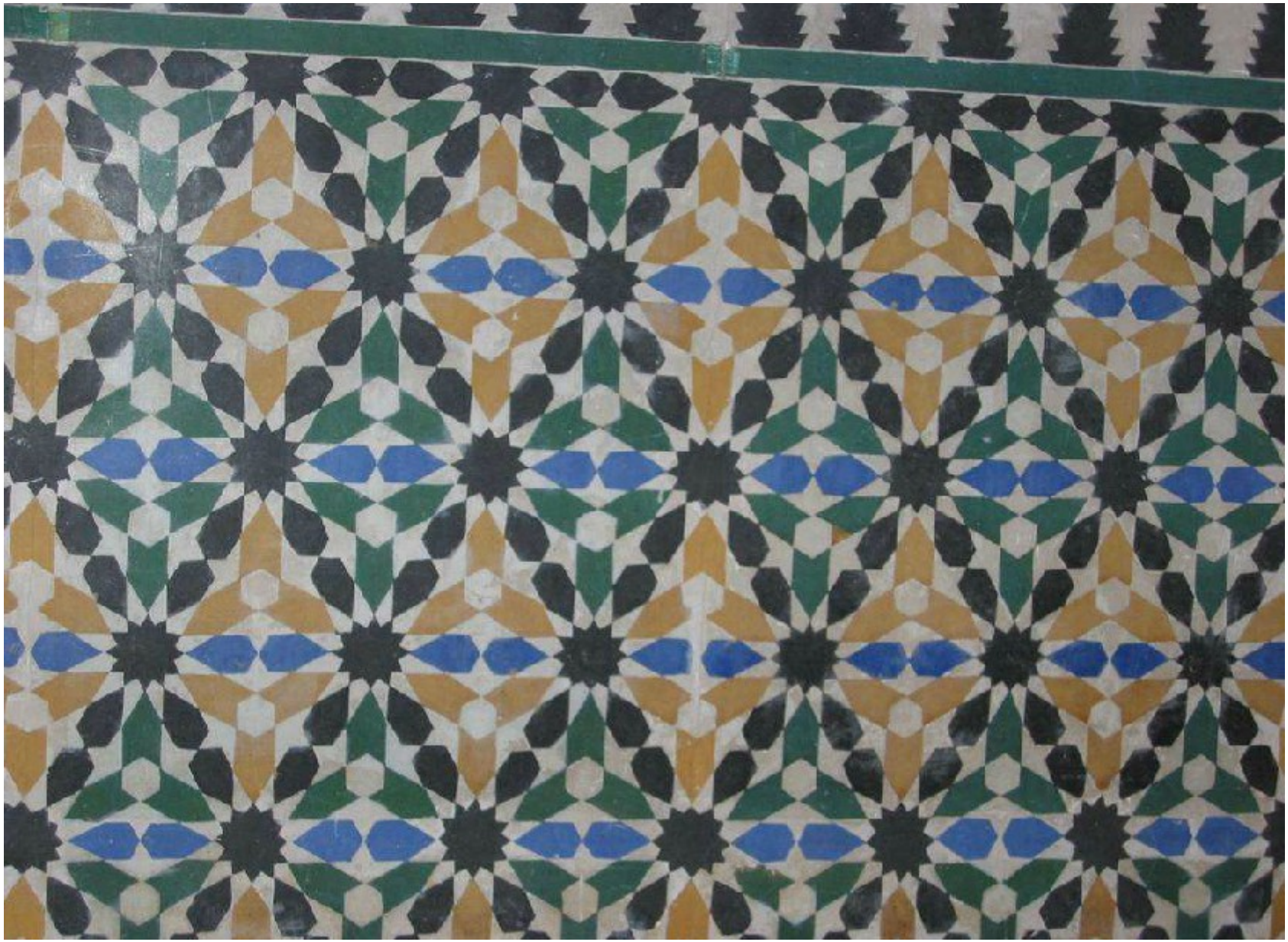
L'Alhambra et ses pavages

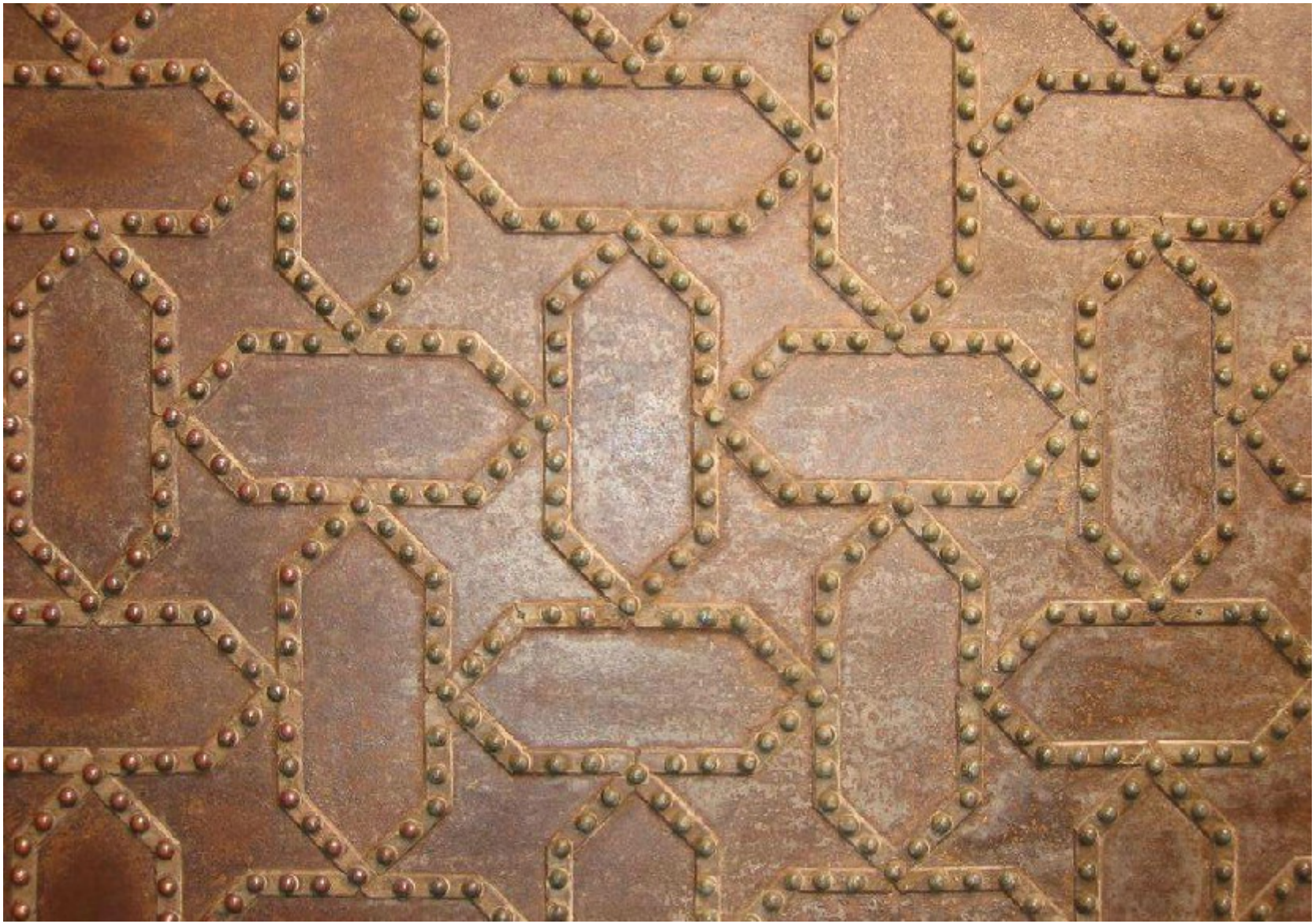
Le palais de l'Alhambra

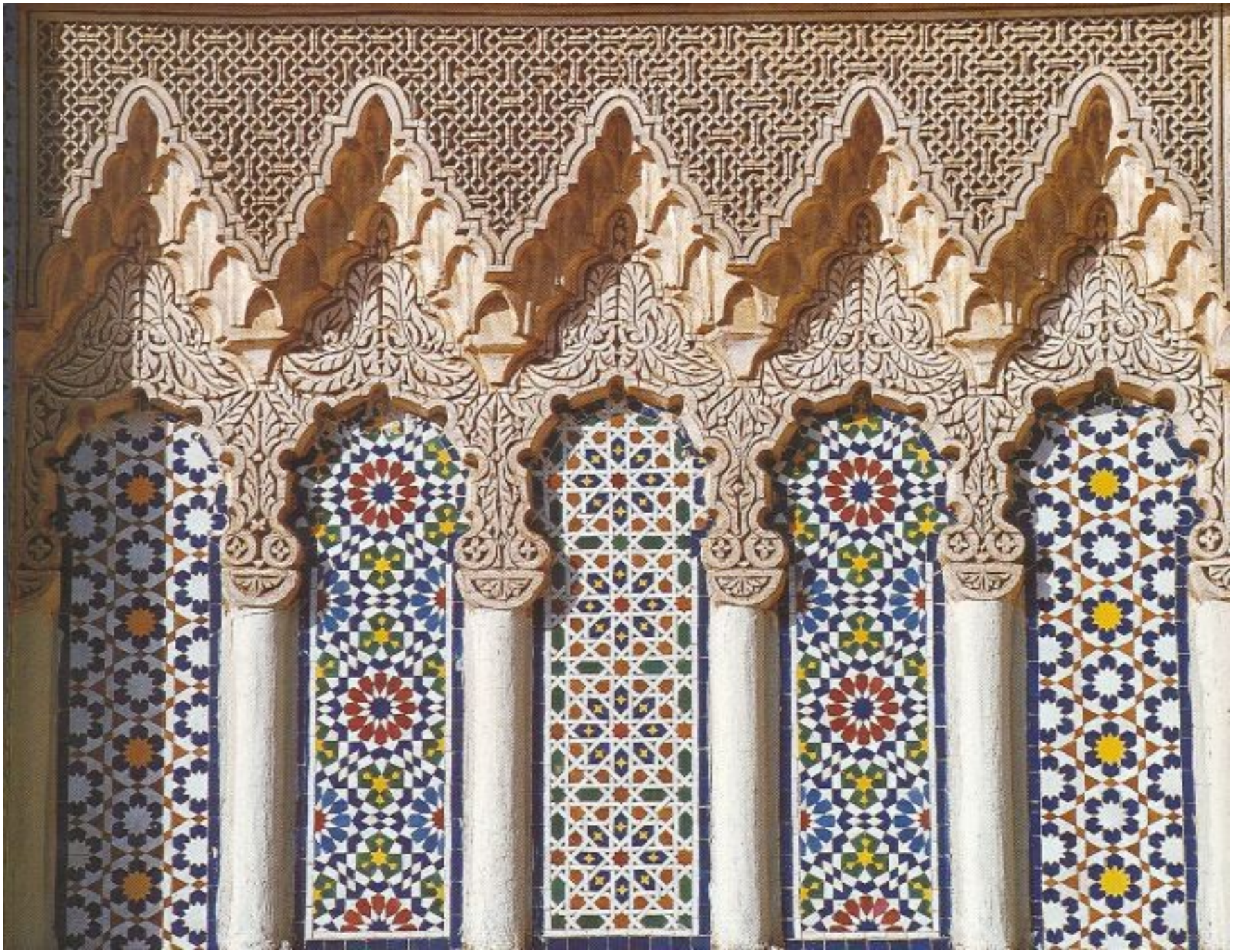
Photo wikimedia











Les pavages

- Qu'est ce qu'un pavage ?

Les pavages

- Qu'est ce qu'un pavage ?

  Mathématiquement c'est un recouvrement complet du plan sans trou ni superposition. Le motif de base s'appelle une "tuile".

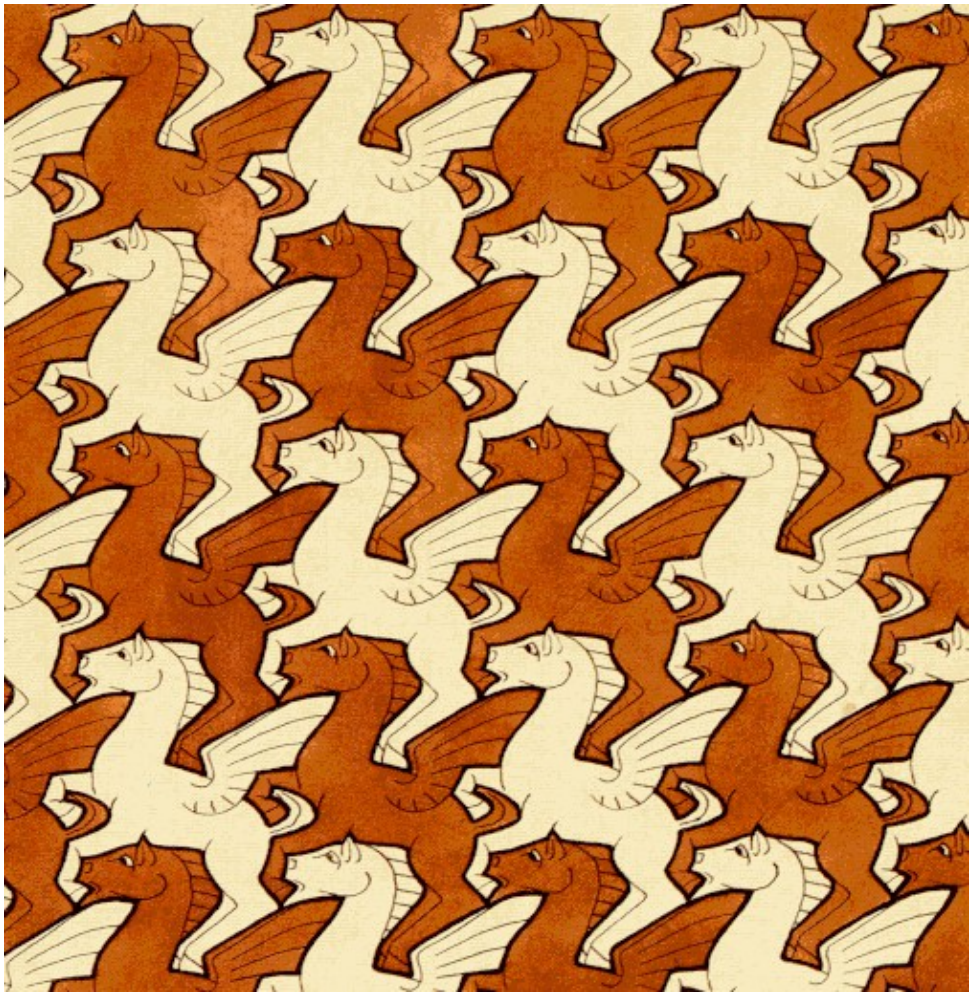
Les pavages

- Qu'est ce qu'un pavage ?

  Mathématiquement c'est un recouvrement complet du plan sans trou ni superposition. Un motif de base s'appelle une "tuile"

- Le principe est ensuite de recopier la tuile et de la déplacer pour compléter le pavage. Quels déplacements sont alors possibles ?

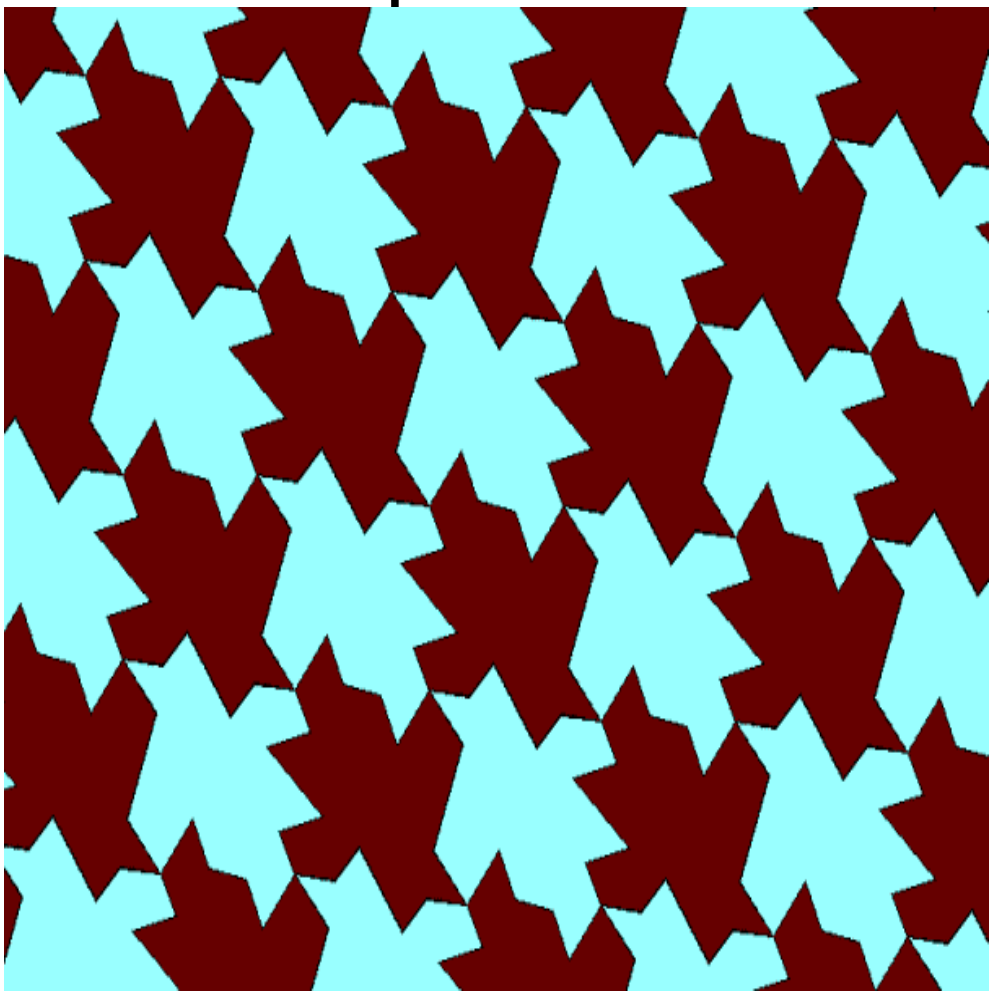
Les différents types de pavages (1)



- quelle est la tuile de base ?
- comment est elle reproduite ?

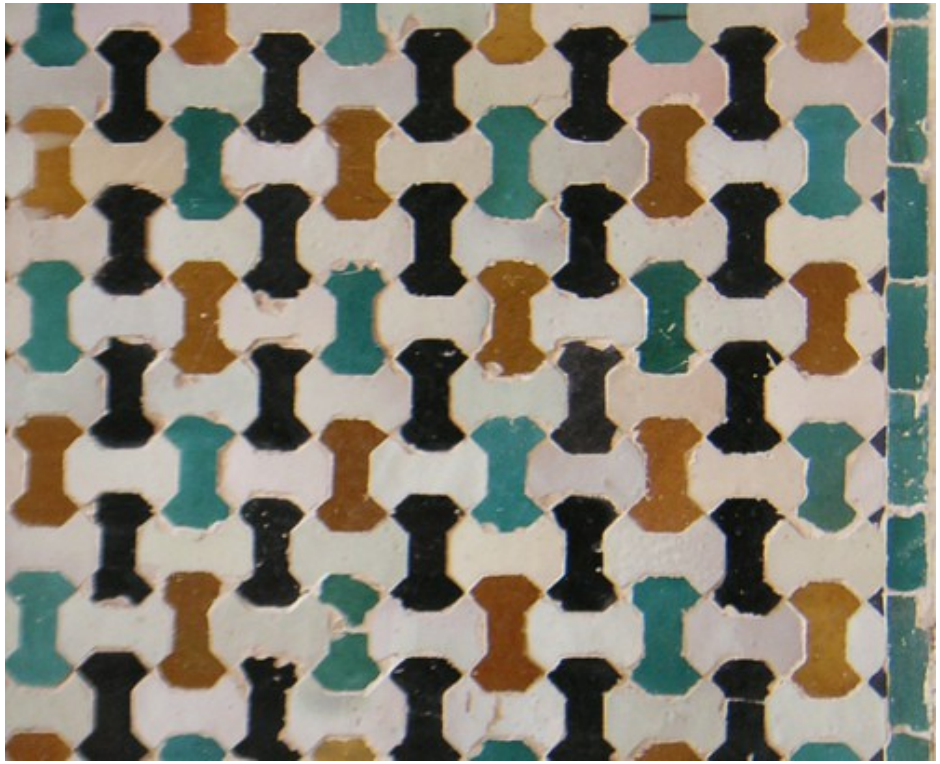
Les différents types de pavages (2)

- quelle est la tuile de base ?
- comment est elle reproduite ?



Les différents types de pavages (3)
Les pavages de l'Alhambra

- quelle est la forme de la tuile de base ?
- comment est elle reproduite ?



Les différents types de pavages (4)
Les pavages de l'Alhambra

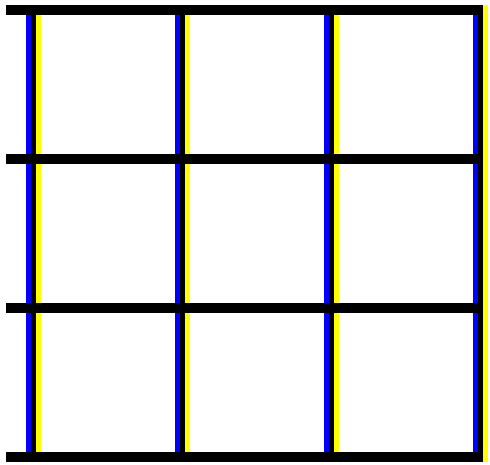
- quelle est la forme de la tuile de base ?
- comment est elle reproduite ?

Les pavages réguliers

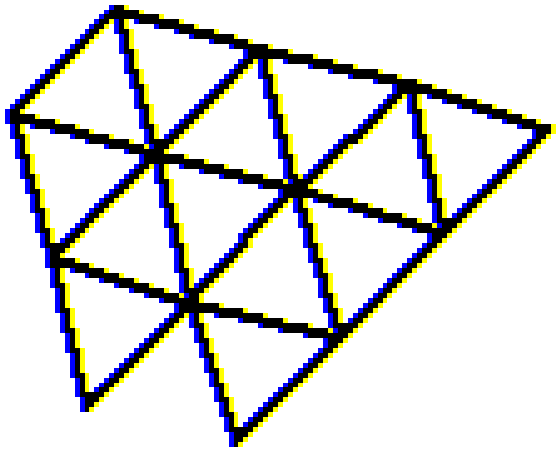
Un pavage est dit régulier s'il est la répétition d'un seul polygone régulier.

Trouvez les différents pavages réguliers possibles

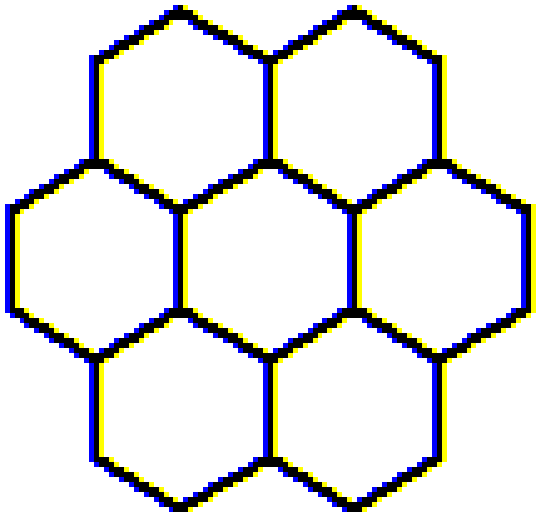
Les trois pavages réguliers



Pavage carré



Pavage triangulaire



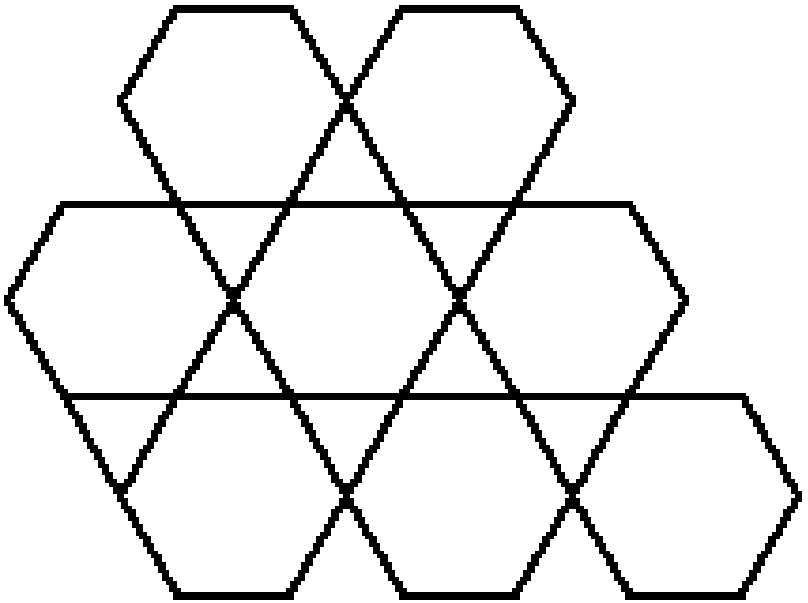
Pavage hexagonal

Les pavages semi réguliers

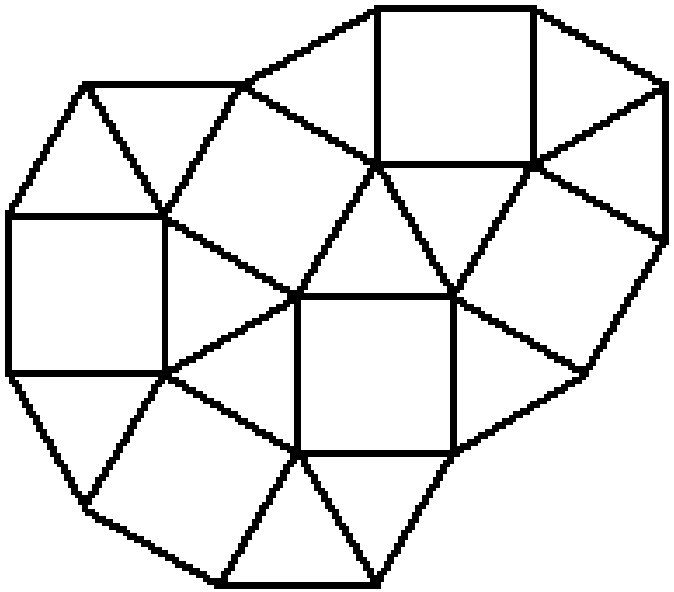
Un pavage est dit semi-régulier s'il est la répétition d'un ou plusieurs polygone(s) régulier(s), chaque sommet devant appartenir au même nombre et sorte de polygone régulier.

Trouver différents pavages semi réguliers possibles (il y a en huit)

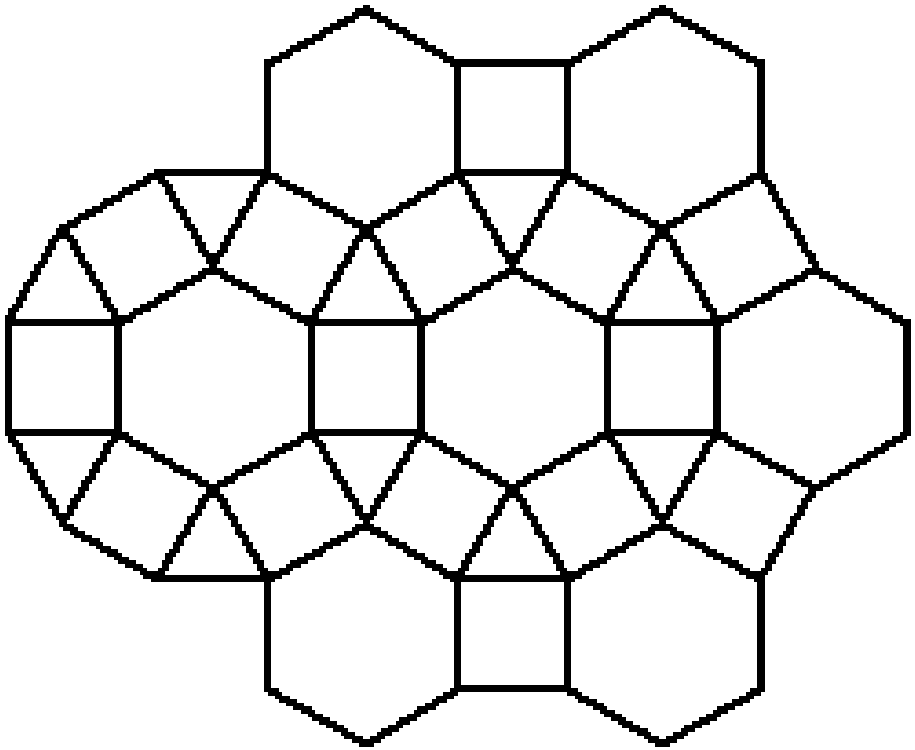
les 8 pavages semi reguliers



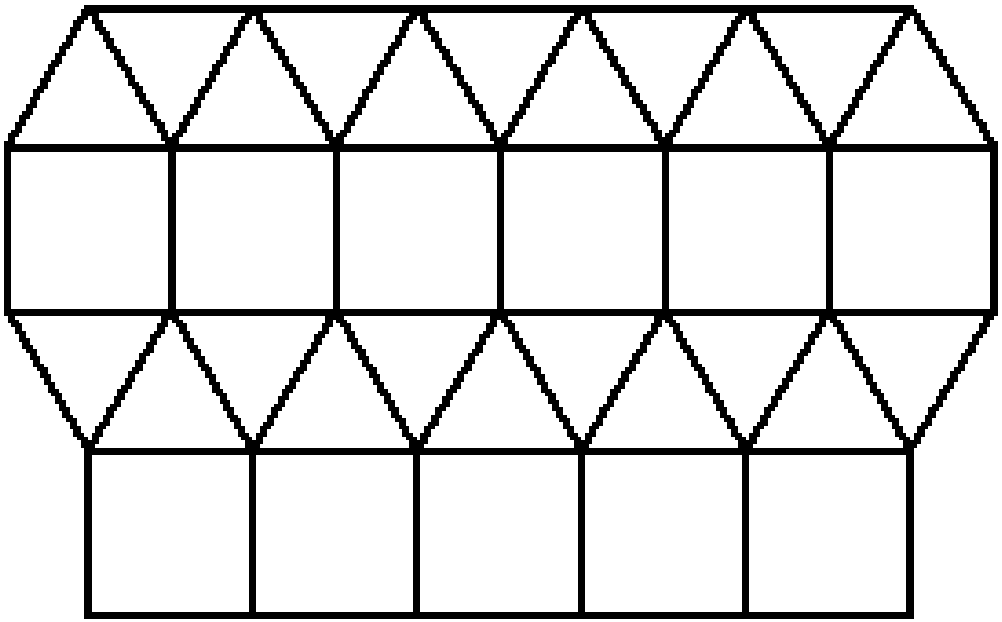
pavage trihexagonal



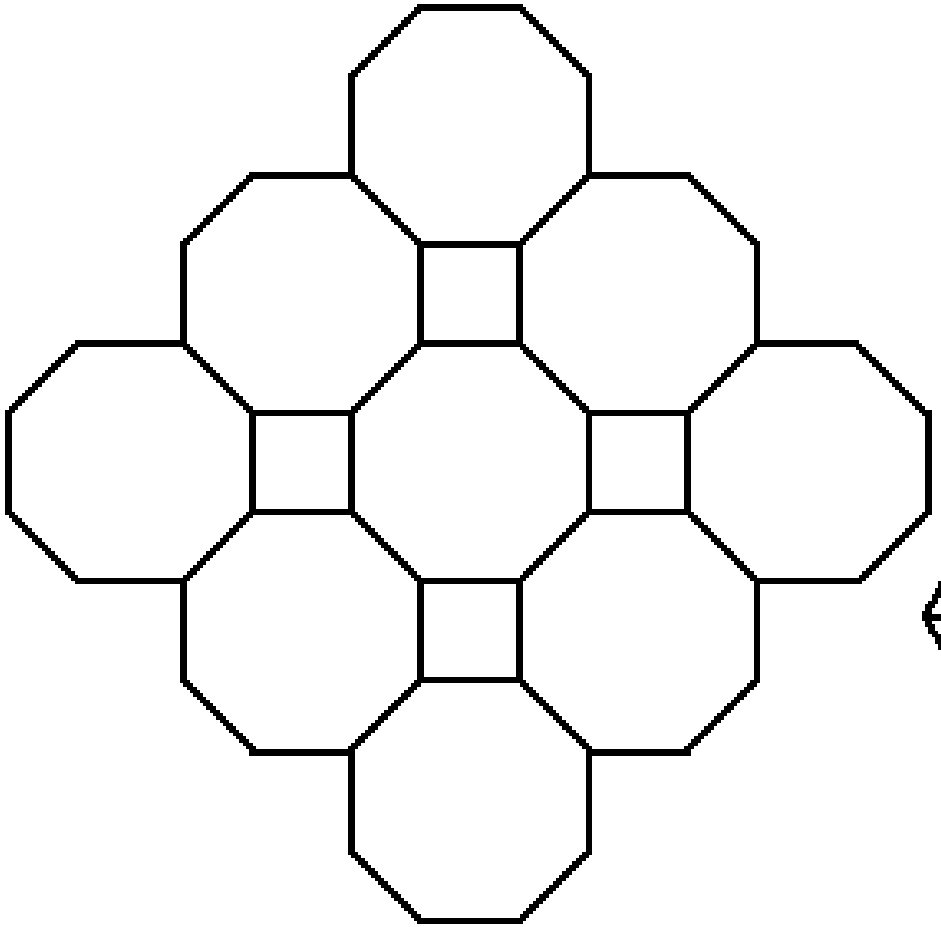
pavage carré adouci



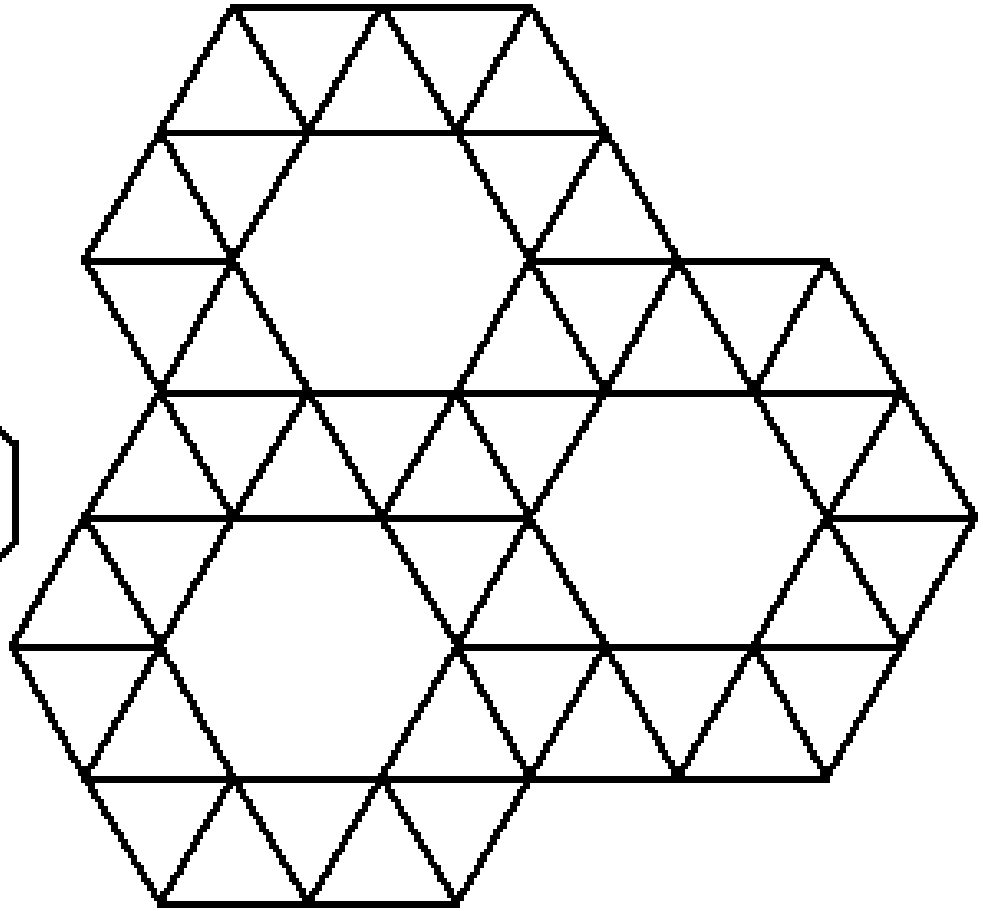
pavage petit rhombitrihexagonal.



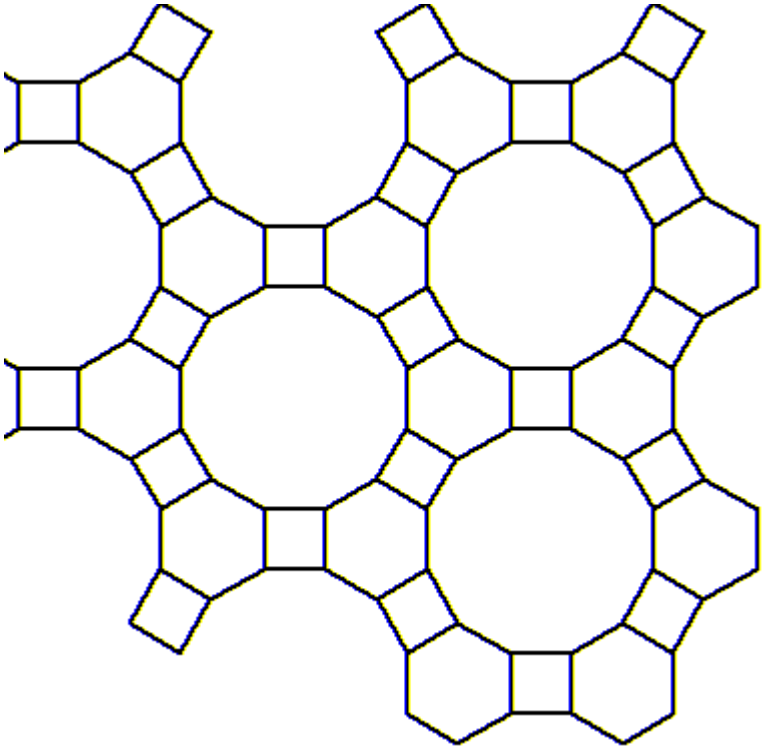
pavage triangulaire allongé.



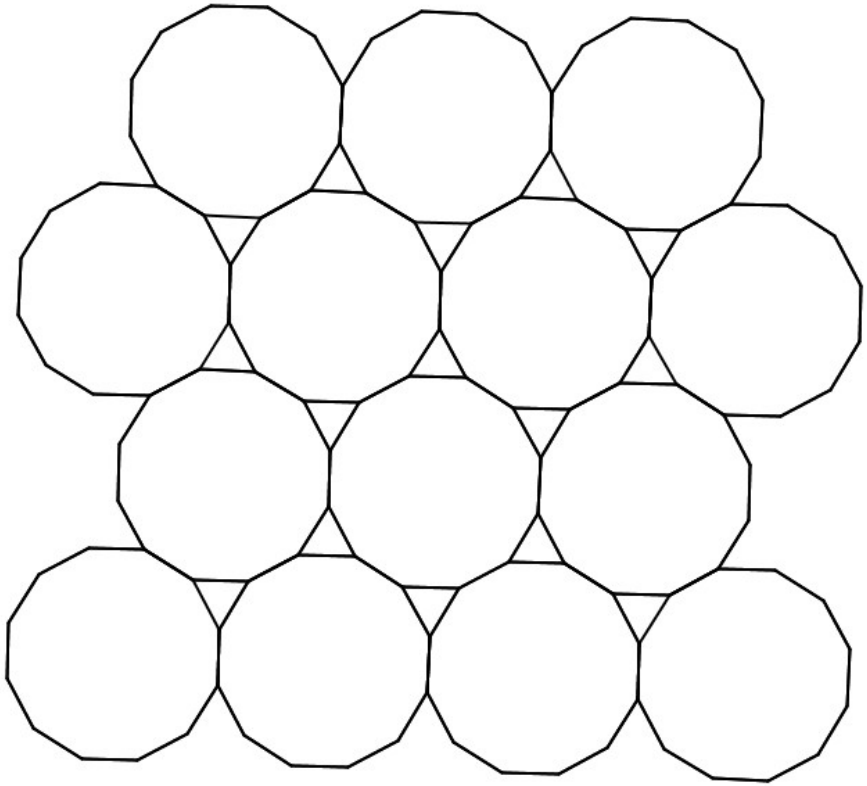
pavage carré tronqué.



pavage hexagonal adouci



Pavage grand rhombitrihexagonal.



pavage hexagonal tronqué.

Pavage périodique

On dit qu'un pavage est périodique s'il se répète au moins par une translation. Les tuiles ne sont pas forcement des polygones réguliers.

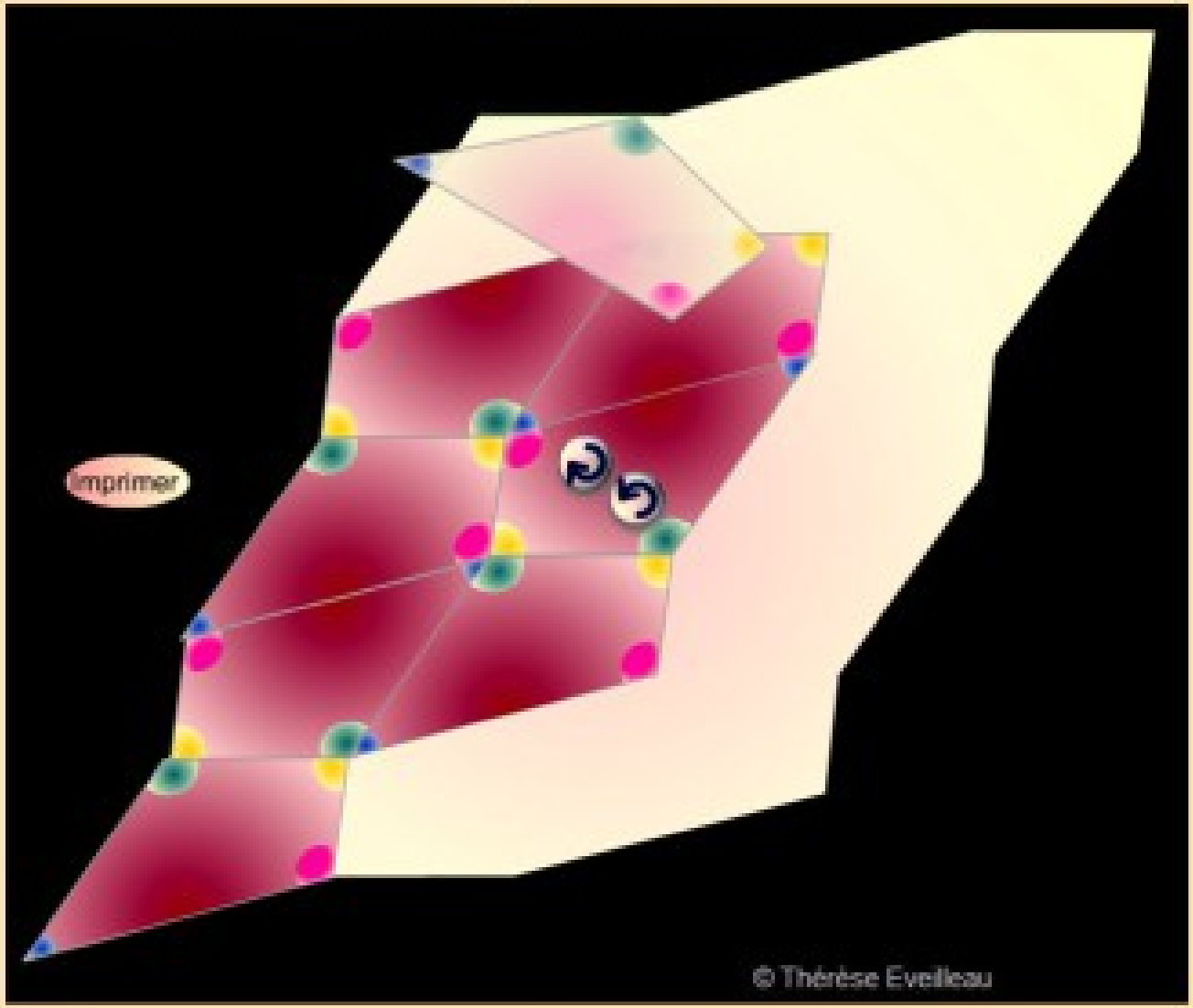
Peut on paver avec la répétition d'un triangle quelconque?

Pavage périodique

On dit qu'un pavage est périodique s'il se répète au moins par une translation. Les tuiles ne sont pas forcement des polygones réguliers.

Peut on paver avec la répétition d'un triangle quelconque?

Est il possible de paver le plan avec un quadrilatère quelconque ?



Pour paver le plan avec des quadrilatères quelconques, les transformations utilisées sont des des **translations** et des **rotations d'un demi-tour autour du milieu de chacun des côtés.**

En chacun des sommets du quadrilatère nous notons que les quatre angles colorés forment un tour complet.

La somme des angles d'un quadrilatère est de 360°.

Pavage à tuile unique

Il existe cinq façons de paver le plan sans retourner les carreaux :

-translation du motif ou

-rotation du motif de 60°, 90°, 120° et 180° (symétrie centrale).

Si l'on retourne les carreaux, on trouve douze façons supplémentaires de paver le plan.

Cela donne dix-sept pavages dits "périodiques" du plan. On montre que ce sont les seuls possibles.

Certaines personnes appellent ce résultat le "théorème de l'Alhambra" car le palais de l'Alhambra abriterait ces 17 possibilités au travers de ces mosaïques faites à partir de "zelliges" ou « azulejos ». Il est alors légitime d'imaginer que les architectes et sculpteurs arabes avaient compris la technique de représentation d'un pavage à partir de son motif initial.

Références

- wikipedia « L'Alhambra »
- le site de Thérèse Eveilleau
- wikipedia « pavage » et « pavage par des polygones réguliers »
- Pavages semi régulier du plan, BV n° 486, APMEP (en ligne)
- http://mathematiques.ac-bordeaux.fr/profplus/docmaths/pavages/pavage_intro.htm