

Comment décliner le calcul mental en classe ?

Éric Trouillot

Ballade numérique de la maternelle au lycée...

Le calcul mental est identifié comme une des clés de la réussite en mathématiques

Indispensable pour le futur citoyen (pourcentages, prêts bancaires, économie...)

Présentation des différents types de calcul mental (automatisé, réfléchi et à l'envers)

Différentes pratiques puis échanges

Les différents types de calcul mental

automatisé :

en mémoire

résultats ou procédures automatisés

stable dans le temps

sans effort (réflexe)

bases pour le calcul réfléchi

image « grand public » du calcul mental

ensemble vide à la naissance

Le calcul mental réfléchi :

utilisation de procédures, de stratégies
utilise le calcul mental automatisé et par une
pratique régulière le développe et l'enrichit
évolutif dans le temps et personnel
effort et réflexion
méthodes diverses donc enrichissant
peut nécessiter l'écrit
proche de la résolution de problèmes

Exemples pour se situer :

$$4 + 1$$

$$6 + 4$$

$$32 + 18$$

$$127 + 90$$

$$774 + 389$$

$$6 - 1$$

$$100 - 40$$

$$260 - 115$$

$$774 - 389$$

5x2

7x8

15x10

6x15

6x17

39x102

10:2

100:4

63:7

17 200:100

95:5

972:27

Calcul réfléchi au cycle 2

Calculer $45 + 17$:

- Recomptage ou surcomptage
- Décompositions additives et soustractives :
- $45 + 10 + 7 = 55 + 7$
- $40 + 5 + 10 + 7 = 50 + 12$
- $45 + 5 + 12 = 50 + 12$
- $45 + 15 + 2 = 60 + 2$
- $2 + 43 + 17 = 2 + 60$
- $50 - 5 + 17 = 67 - 5$
- $45 + 20 - 3 = 65 - 3$

Calcul réfléchi au cycle 3

Calculer 6×15 :

- $15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15$
- $2 \times 15 + 2 \times 15 + 2 \times 15$
- $(2 \times 15) \times 3$
- $3 \times 15 + 3 \times 15$
- $(3 \times 15) \times 2$

Décompositions avec les 4 opérations :

- $(6 \times 5) \times 3$
- $6 \times 10 + 6 \times 5$
- $6 \times 10 + 60 : 2$
- $(6 \times 30) : 2$

Le calcul mental automatisé et réfléchi

Forment le calcul mental direct :
une opération, un résultat attendu
les deux réunis forment une partition
modulable et évolutive pour chaque individu
réfléchi cycle 1 pour partie automatisé cycle 2
réfléchi cycle 2 pour partie automatisé cycle 3
partition variable d'un individu à l'autre
les deux se « nourrissent » l'un de l'autre

Un exemple de calcul réfléchi :

Calculer 25×24 ...

- $25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25 \dots$
- $24 + 24 + 24 + 24 + 24 + 24 + 24 + 24 \dots$
- $10 \times 25 + 10 \times 25 + 4 \times 25$
- $10 \times 24 + 10 \times 24 + 5 \times 24$
- $20 \times 25 + 4 \times 25$
- $25 \times 4 \times 6$
- $24 \times 5 \times 5$
- $100 \times 24 : 4$
- $25 \times 25 - 25$
- $24 \times 24 + 24$

Le calcul mental à l'envers :

Principe du « compte est bon » avec un nombre-cible

L'élève est acteur

L'automath ne fonctionne plus

Le calcul mental automatisé a le statut d'outil

Donne du sens aux nombres et aux opérations

Principe non naturel qui consolide le calcul direct

Pratique de la décomposition des nombres

Ressort ludique naturel (défi)

On retrouve dans le calcul mental à l'envers la
dichotomie automatisé-réfléchi

25 déclenche un 5x5 (automatisé)

91 ne déclenche par forcément un 7x13 (réfléchi)

Allers-retours entre direct et à l'envers : cercle vertueux

Clé pour le travail sur le sens des nombres, le sens des
opérations et les ordres de grandeur

Important de pratiquer ces trois composantes du calcul
mental

Du cycle 2 au collège :

- Comment fabriquer 10 avec 2 nombres ?
- Comment fabriquer 25 avec 3 nombres ?
- Utilise les nombres 2 ; 3 et 4 et les opérations que tu veux pour fabriquer 20
- Décompose 120 sous la forme d'un produit et d'un quotient
- Décompose 7,5 sous la forme d'un produit et d'un quotient

Liens avec les programmes de mathématiques...

Le calcul mental et le calcul à la main sont des objectifs majeurs de l'école primaire et du collège

La pratique régulière du calcul mental améliore la qualité de la fréquentation des nombres

Absence de calcul mental = base de l'innumérisme

La pratique régulière du calcul mental réfléchi permet de travailler le sens des opérations

Quelques détours :

- Mental et cycle 1
- Réflexions autour du concept de nombre
 - Mental et écrit
 - Mental et imagerie médicale

Détour par le cycle 1 avec le comptage d'une collection de 5 objets :

- La dénombrer avec un comptage utilisant la comptine numérique

(Comptage numérotage – Dénombrement)

- La comparer visuellement avec d'autres collections (sans comptage)

- Utiliser des collections-témoins (doigts, dés, cartes,...) pour fabriquer des images mentales

- **Décomposer le nombre obtenu de différentes façons (3 et 2, 4 et 1, 2 et 2 et 1)**

(les prémisses du calcul mental à l'envers)

Le nombre

Construction progressive du concept qui commence au primaire et se termine...

Prend sa source avec les quantités et la manipulation d'objet

Se termine avec le symbolisme et l'écriture

Entre les deux : sorte d'alchimie avec des quantités, les sens (visuels, auditifs et tactiles), la mise en place de processus mentaux et de l'écrit

Passage rapide (trop ?) du début à la fin

Mental-Écrit

La place du mental pose indirectement la question de
l'équilibre entre écrit et mental

Culture de l'écrit en occident

Plus de mental en orient

Calcul écrit : vision locale des chiffres qui compose le
nombre

Calcul mental : vision globale du nombre

Place grandissante des écrans qui va dans le sens du mental
au détriment de l'écrit : la réflexion se mentalise

Il faut trouver un nouvel équilibre entre les pratiques
mentales et l'écrit

Découverte récente en imagerie médicale

« La bosse des maths » de Stanislas Dehaene

2 zones distinctes dans le cerveau : une pour le sens des nombres et une autre pour le calcul exact

1^{re} zone (région hIPS) : Perception de la numérosité

Zone du sens des nombres (numérosité) : quantités, ordre de grandeur, comparaison, rangement

Pour Dehaene, perception innée de la numérosité : universelle, commune à toutes les cultures et au monde animal

2^e zone (gyrus angulaire) : localisée dans l'hémisphère gauche, correspond aux apprentissages et aux stratégies arithmétiques. Zone de stockage des automatismes.

Ces deux zones distinctes peuvent expliquer les pertes de sens pour certaines erreurs de calcul

Nombreuses expériences suites à des accidents cérébraux mettent en évidence ces deux zones

Conséquences pédagogiques :

Apparition des neurosciences et de la neuroéducation
Pour demain : la traduction dans nos pratiques et dans les programmes

Neuroéducation et mathématiques

Des expériences récentes mettent en évidence une forte corrélation entre une bonne acuité de cette numérosité et les performances en mathématiques

Deux zones distinctes qu'il faudrait toujours solliciter

Pratiques du calcul mental :

Régularité et diversité

Automatisé

Réfléchi (pour travailler l'argumentation,
proche de la résolution de problème)

À l'envers (décomposition, compte est bon)

Avec l'ardoise (calcul automatisé)

À l'oral : séance de calcul réfléchi donne la possibilité d'échanges sur les différentes procédures

Avec un rétro ou vidéo-projecteur,
un TBI ou en salle multimédia

Avec des jeux

Exemples de pratiques du calcul mental à l'oral

Correction de problèmes à l'oral

Un nombre à décomposer avec (+, -, x, :)

Chaîne d'opérations

Les tables chronométrées

Un nombre à décomposer avec (+, -, \times , :)

Choisir un nombre et demander à chacun de le décomposer mentalement sous la forme d'une somme, d'une différence, d'un produit et d'un quotient

Pour le cycle 3 : **120**

Pour le collège : **7,5**

Chaîne d'opérations :

Nombre de départ : 47

Puis annonce des opérations à effectuer au fur et à mesure

+ 5

- 40

+ 18

x 3

: 2

Pratiques du calcul mental avec les TICE :

- Classe entière avec vidéo ou TBI
- Salle multimédia avec 1 ou 2 élèves par ordinateur
- Ces deux pratiques sont complémentaires
- Apports de la 2^e formule : travail dans le « temps de l'élève », se trompe plus facilement et rentre donc plus facilement dans le test et la démarche scientifique
- Installer l'idée que l'ordinateur est aussi un outil

Exemple de pratiques TICE :

Séance de 10 questions

Facile à préparer et à modifier

A insérer dans une progression annuelle

Nécessite ordinateur+vidéo ou TBI ou salle
multimédia

Un exemple d'une série fin cycle 3-6^e

Écris en chiffres le nombre :

*Quatre millions cinq cent
huit mille sept cent vingt-
deux*

4 508 722

$$345 + 637 =$$

982

$$2420 - 320 =$$

2 100

$$12 \times 10 =$$

120

$$70:10 =$$

7

$$4321 + 999 =$$

$$4321 + 1000 - 1$$

$$5320$$

$$5 \times 23 \times 2 =$$

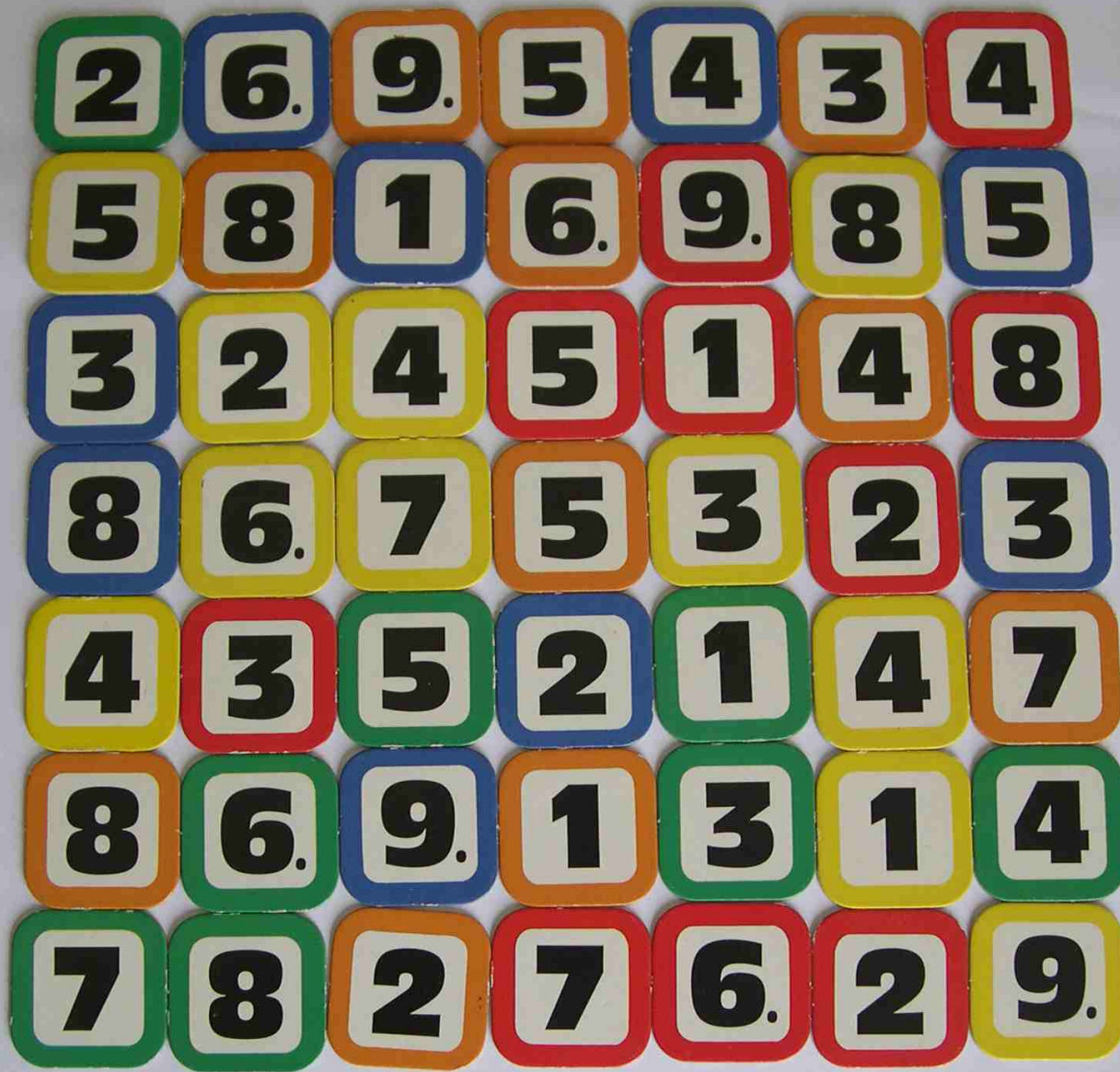
$$10 \times 23$$

$$230$$

La moitié de 350 est égal à

$$350:2$$

$$175$$



49

Des liens TICE :

ordinateur+vidéo, TBI, salle info et maison

[Matoumatheux](#)

[Mathenpoche](#)

[Mathématiques magiques](#)

[Mathador](#)

[Automath](#)

[Calcul@tice](#)

[Primaths](#)

Pratiques du calcul mental avec le jeu :

- Lien entre l'école et l'extérieur
- L'élève est acteur
- Redonner le goût et l'envie
- Attention, l'image est complexe : l'image du joueur..., jeu = amusement

Les différentes familles de jeux en calcul mental :

- Jeux de grilles
- Jeux de dés
- Jeux de plateaux
- Jeux de cartes

Jeux de grilles :

TRIO

École et collège



TRIO :

Il faut essayer de fabriquer un nombre cible en utilisant trois nombres alignés dans la grille avec les quatre opérations au choix.

Le premier qui trouve gagne le jeton ou un point.

1	9	1	3	5	2	8
1	5	8	7	1	7	3
4	9	8	4	8	9	4
7	6	4	8	5	6	3
1	2	7	6	6	3	4
3	2	3	4	9	2	5
6	8	2	4	5	5	2

21



Jouer à TRIO :

Brochures JEUX 5 et 6 de l'APMEP

http://missiontice.ac-besancon.fr/ien_montbeliard2/index.php?option=com_content&view=article&id=227:trio-calcul-mental&catid=30&Itemid=100115

Autres jeux de grilles :

Quatridio (grilles dans Jeux 8)

Grilles nombres croisés (Jeux 6 et 7)

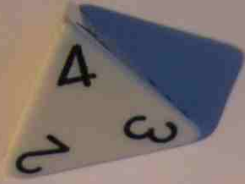
Sudokus et sudomaths (Jeux 8 et 9)

Jeux de dés :

Mathador Flash

École et collège

CRDP Besançon





Deux formules de jeu :

Partie Flash - Qui calculera le plus vite

Principe du « Compte est bon » au plus rapide

Partie Expert – Qui calculera le mieux

Système de comptage avec des points

24 avec 2 ; 3 ; 8 ; 1 ; 15



Solutions :

1 point : $3 \times 8 = 24$

2 points : $15 + 8 + 1 = 24$

3 points :

$$15 - 3 = 12$$

$$12 \times 2 = 24$$

4 points :

$$15 + 8 + 2 - 1 = 24$$

7 points :

$$15 + 8 + 2 - 1 = 24$$

$$24 : 1 = 24$$

7 points :

$$2 \times 15 = 30$$

$$8 - 3 = 5$$

$$30 - 5 = 25$$

$$25 - 1 = 24$$

13 points (coup Mathador) :

$$8 + 1 = 9$$

$$9 : 3 = 3$$

$$15 - 3 = 12$$

$$12 \times 2 = 24$$

$$\text{soit } (15 - (8 + 1) : 3) \times 2 = 24$$

24

avec 2 ; 3 ; 8 ; 1 ; 15



59 avec 2 ; 2 ; 8 ; 9 ; 15



Solutions : 59 avec 2 ; 2 ; 8 ; 9 ; 15

4 points :

$$8 \times 9 = 72 \text{ et } 72 - 15 = 57 \text{ et}$$

$$57 + 2 = 59$$

$$\text{soit } 8 \times 9 - 15 + 2 = 59$$

5 points :

$$8 \times 9 = 72 \text{ et } 15 - 2 = 13 \text{ et}$$

$$72 - 13 = 59$$

$$\text{soit } 8 \times 9 - (15 - 2) = 59$$

5 points :

$$2 + 2 = 4 \text{ et } 4 \times 15 = 60 \text{ et}$$

$$60 + 8 = 68 \text{ et } 68 - 9 = 59$$

$$\text{soit } (2 + 2) \times 15 + 8 - 9 = 59$$

6 points :

$$2 + 2 = 4 \text{ et } 4 \times 15 = 60 \text{ et } 9 - 8 = 1 \text{ et}$$

$$60 - 1 = 59$$

$$\text{soit } (2 + 2) \times 15 - (9 - 8) = 59$$

6 points :

$$9 + 2 = 11 \text{ et } 11 \times 8 = 88 \text{ et } 88 : 2 = 44$$

$$\text{et } 44 + 15 = 59$$

$$\text{soit } (9 + 2) \times 8 : 2 + 15 = 59$$



13 points (coup Mathador) :

$$15 + 2 = 17 \text{ et } 8 : 2 = 4 \text{ et } 17 \times 4 = 68 \text{ et } 68 - 9 = 59$$

$$\text{soit } (15 + 2) \times 8 : 2 - 9 = 59$$

Jeu en ligne possible sur :

MATHADOR Flash

Concours Mathador Flash

Autres jeux de dés :

Objectif Zéro

123, chiffres en folie

Shut the box (Fermez la boîte)

Jeux de plateaux

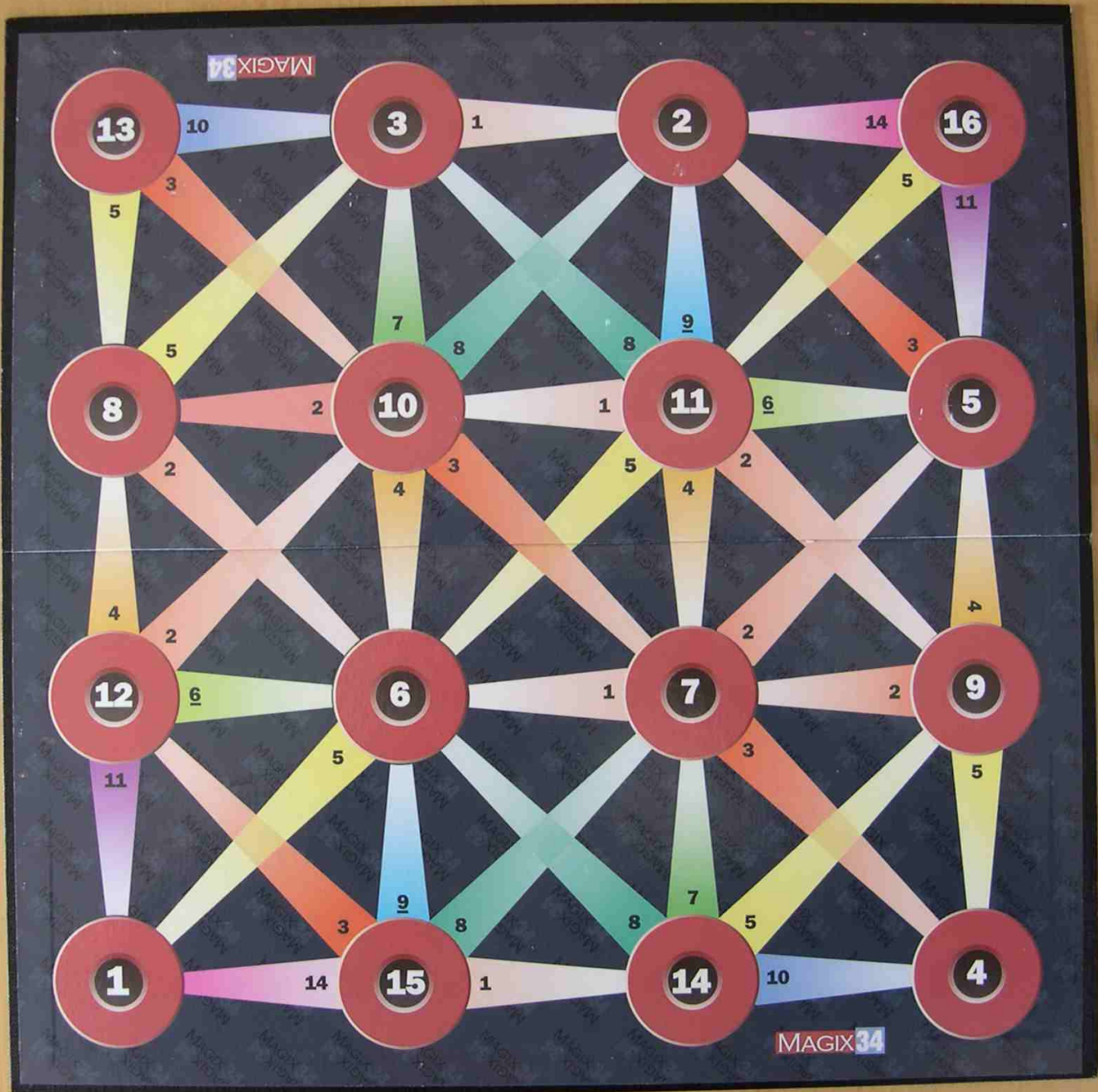
Le coffret Multiplay

Ecole et collège

CRDP Besançon



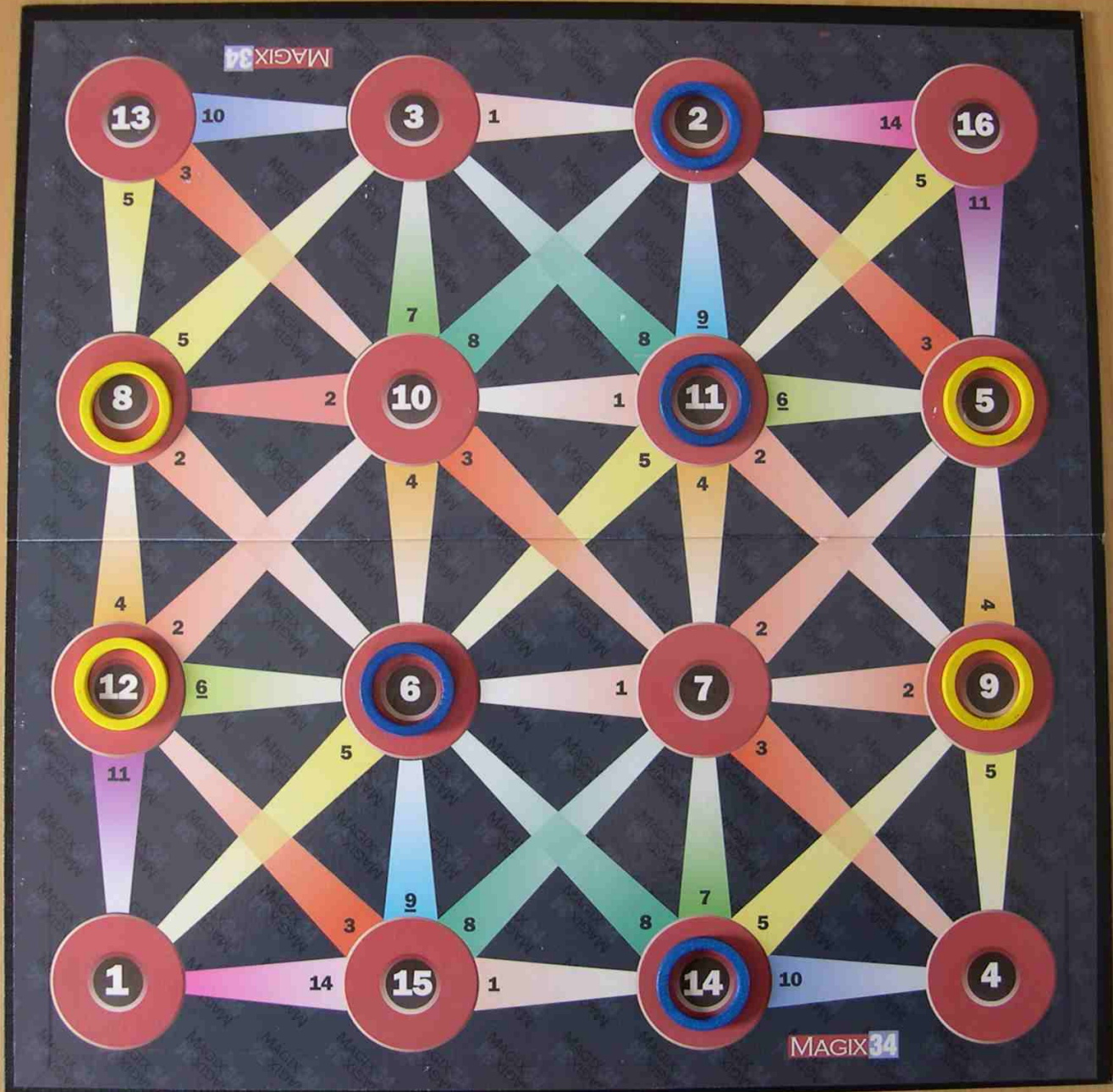
MAGIX 34



MAGIX 34 :

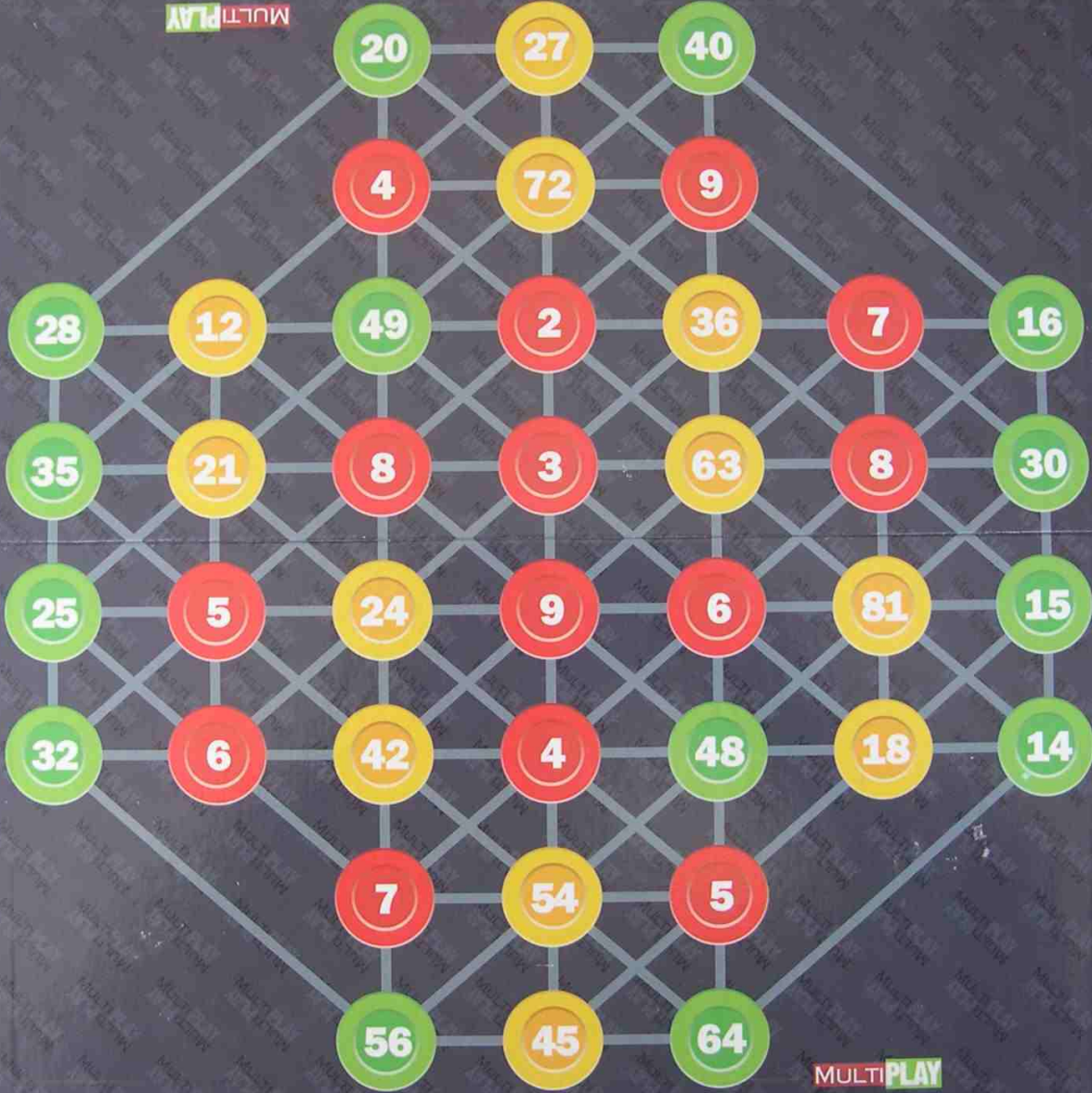
Avec ses quatre anneaux jaunes ou bleus, il faut essayer de faire une somme totale de 34 avant l'adversaire

Calcul mental et stratégie



MULTIPLAY

MULTIPLAY



MULTIPLAY

MULTIPLAY :

Avec ses trois anneaux jaunes ou bleus, il faut essayer d'en placer deux sur deux cases rouges et le 3^e sur le résultat de la multiplication des deux nombres avant l'adversaire

Calcul mental et stratégie

MULTIPLAY



MULTIPLAY

Autres jeux de plateaux :

Mathable

Triolet

Algorix

Zatre

Mathador (et version Junior)

Jeux de cartes :

Détective Mathéo

École et collège

5×5

2×2

8×7

9×9

2×3

2×8

$$3 \times 7$$

$$5 \times 2$$

$$6 \times 5$$

$$7 \times 7$$

$$5 \times 5$$

$$4 \times 2$$

25

4

56

81

6

16

Autres jeux de cartes :

Cartatoto

Calculodingo

Lobo 77

6 Qui prend

Addi Cat's

D'autres jeux :

- Logique :

Mastermind, Puissance 4, Rush hour, Quarto,
Abalone, Othello, Logix, Set

- Géométrie :

Blokus, puzzles type Tangram, Katamino

Des rallyes, des concours :

Concours Mathador Flash

Tournoi de calcul mental

Le concours Kangourou

Le concours Lewis Carroll

Animath et CIJM

Et maintenant,

c'est à vous....

eric.trouillot@ac-besancon.fr