

Durée : 2 heures

œ Brevet des collèges Amérique du Nord 7 juin 2011 œ

Correction

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

12 points

Exercice 1

Le professeur choisit trois nombres entiers relatifs consécutifs rangés dans l'ordre croissant. Leslie calcule le produit du troisième nombre par le double du premier. Jonathan calcule le carré du deuxième nombre puis il ajoute 2 au résultat obtenu.

1. Leslie a écrit le calcul suivant :  $11 \times (2 \times 9)$

Jonathan a écrit le calcul suivant :  $10^2 + 2$

a.  $11 \times (2 \times 9) = 11 \times 18 = \boxed{198}$  et  $10^2 + 2 = \boxed{102}$

b. Les trois entiers sont 9, 10 et 11.

2. Le professeur choisit maintenant trois nouveaux entiers. Leslie et Jonathan obtiennent alors tous les deux le même résultat.

a.  $7 \times (2 \times 5) = 70$  alors que  $6^2 + 2 = 38$ . Le professeur n'a pas choisi 6 comme deuxième nombre.

b.  $-6 \times (2 \times (-8)) = 96$  et  $(-7)^2 + 2 = 51$ . Le professeur n'a pas choisi  $-7$  comme deuxième nombre.

c. En prenant pour inconnue le deuxième nombre entier (qu'il appelle  $n$ ), alors les trois nombres sont  $n - 1$ ,  $n$  et  $n + 1$ . D'où l'équation

$$(n + 1) \times 2 \times (n - 1) = n^2 + 2$$

$$2(n^2 - 1) = n^2 + 2$$

$$2n^2 - n^2 = 2 + 2$$

$$n^2 = 4$$

L'équation  $n^2 = 4$  permet de retrouver le ou les nombres choisis par le professeur.

Cette équation a deux solutions 2 et  $-2$

Les entiers consécutifs sont 1, 2, 3, et  $-3$ ,  $-2$ ,  $-1$ .

On a bien  $3 \times 2 \times 1 = 2^2 + 2$  et  $(-3) \times 2 \times (-1) = (-2)^2 + 2$

Exercice 2

La vitesse de la lumière est 300 000 km/s.

1. La lumière met  $\frac{1}{75}$  de seconde pour aller d'un satellite à la Terre.

Donc la distance séparant le satellite de la Terre est  $300\,000 \text{ km/s} \times \frac{1}{75} \text{ s} = \boxed{4000 \text{ km}}$

2. La lumière met environ 8 minutes et 30 secondes pour nous parvenir du soleil.

$8 \text{ min } 30 \text{ s} = 8 \times 60 \text{ s} + 30 \text{ s} = 510 \text{ s}$ , donc la distance nous séparant du Soleil est

$300\,000 \text{ km/s} \times 510 \text{ s} = 153\,000\,000 \text{ km} = \boxed{1,53 \times 10^8 \text{ km}}$ .

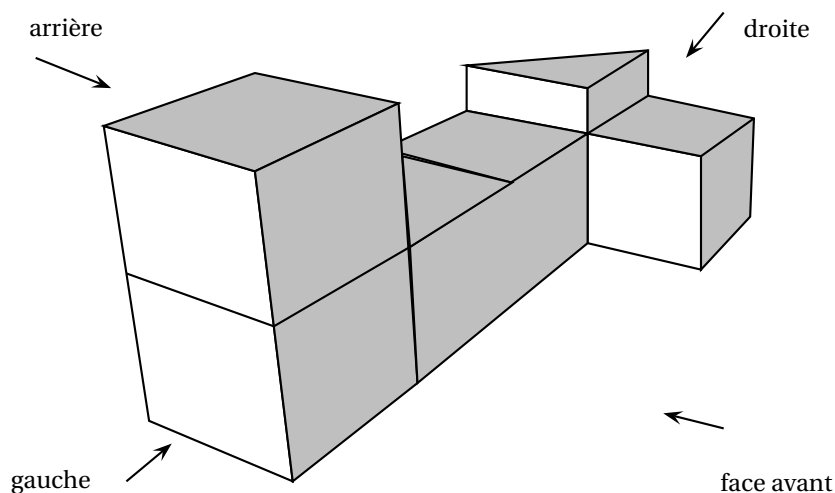
**Exercice 3**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse correcte rapporte 1 point. L'absence de réponse ou une réponse fautive ne retire aucun point. Indiquer sur la copie, le numéro de la question et la réponse.

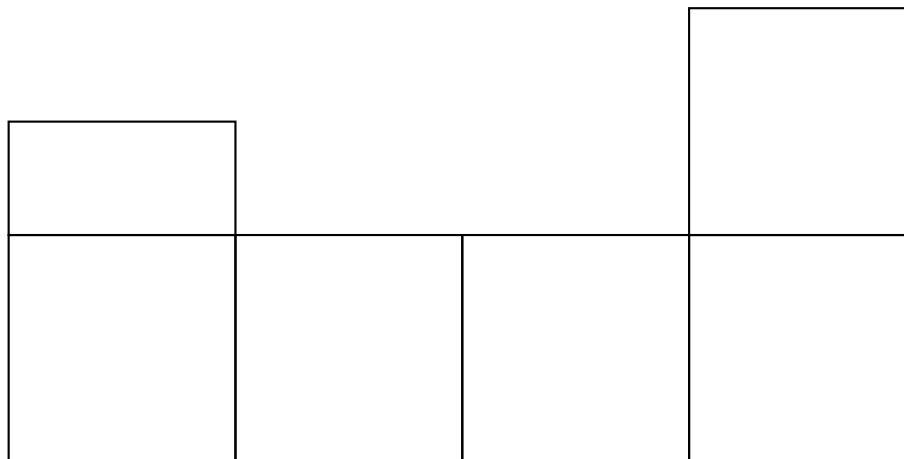
		Réponse A	Réponse B	Réponse C
1.	Quelle est la forme factorisée de $(x+1)^2 - 9$ ?	$(x-2)(x+4)$	$x^2 + 2x - 8$	$(x-8)(x+10)$
2.	Que vaut $5^n \times 5^m$ ?	$5^{nm}$	$5^{n+m}$	$25^{n+m}$
3.	À quelle autre expression le nombre $\frac{7}{3} - \frac{4}{3} \div \frac{5}{2}$ est-il égal ?	$\frac{3}{3} \div \frac{5}{2}$	$\frac{7}{3} - \frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$	$\frac{27}{15}$
4.	Quels sont les nombres premiers entre eux ?	774 et 338	63 et 44	1 035 et 774
5.	Quel nombre est en écriture scientifique ?	$17,3 \times 10^{-3}$	$0,97 \times 10^7$	$1,52 \times 10^3$

**ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES****12 points****Exercice 1**

On a empilé et collé 6 cubes de 4 cm d'arête et un prisme droit de façon à obtenir le solide représenté ci-dessous. La hauteur du prisme est égale à la moitié de l'arête des cubes.



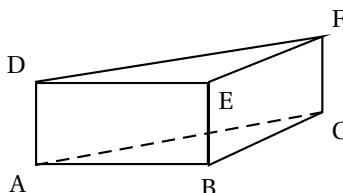
1. Dessin en vraie grandeur une vue de l'arrière du solide : (unité utilisée : 0,75cm)



2. Calculons le volume en  $\text{cm}^3$  du solide :  $6 \times (4 \text{ cm})^3 + \frac{4 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}}{2} \times 2 \text{ cm} = \boxed{400 \text{ cm}^3}$

3. Étude du prisme droit.

a. On nomme ce prisme ABCDEF, comme sur la figure ci-dessous.



La base de ce prisme droit est un triangle rectangle car  $[AB]$  et  $[BC]$  sont les arêtes consécutives d'un cube.

b.  $ABC$  est un triangle rectangle en  $B$ . D'après le théorème de Pythagore,  $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 16 + 16 = 32$ .

$$\text{Donc } AC = \sqrt{32} \text{ cm} = \sqrt{16 \times 2} \text{ cm} = 4\sqrt{2} \text{ cm.}$$

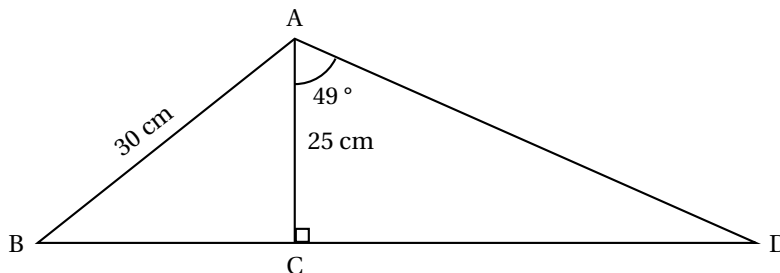
Autre solution : la diagonale d'un carré de côté  $c$  est donnée par la formule  $c\sqrt{2}$ .

c. La face ACFD est un rectangle de longueur  $4\sqrt{2}$  cm et de largeur 2 cm, donc l'aire vaut  $8\sqrt{2} \text{ cm}^2 \approx 11,31 \text{ cm}^2$  arrondie au  $\text{mm}^2$ .

## Exercice 2

Dans cet exercice, on n'attend aucune justification, mais toutes les étapes du calcul devront apparaître.

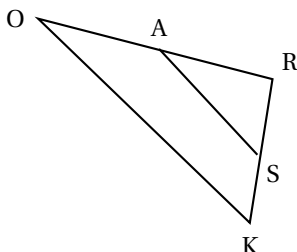
On considère la figure suivante où les points B, C et D sont alignés. La figure n'est pas à l'échelle.



- $ABC$  est un triangle rectangle en  $C$ , d'après le théorème de Pythagore,  $BC^2 = AB^2 - AC^2 = 900 - 625 = 275$ . Donc  $BC = \sqrt{275}\text{cm} = \sqrt{25 \times 11}\text{cm} = \boxed{5\sqrt{11}\text{cm}}$
- $ACD$  est un triangle rectangle en  $C$ .  $\tan \widehat{BAC} = \frac{CD}{CA}$ . Donc  $CD = 25 \tan 49^\circ$ .

Conclusion, comme les points  $B, C$  et  $D$  sont alignés,  $BD = 5\sqrt{11} + 25 \tan 49^\circ \approx 45,3$  cm arrondi au millimètre près.

### Exercice 3



Dans la configuration ci-contre, les droites  $(SA)$  et  $(OK)$  sont parallèles. On sait que  $SA = 5$  cm,  $OA = 3,8$  cm,  $OR = 6,84$  cm, et  $KR = 7,2$  cm

Les questions de cet exercice ont été effacées, mais il reste ci-dessous des calculs effectués par un élève, en réponse aux questions manquantes.

- Calculer  $RA$ .

Réponse : Les points  $R, A$  et  $O$  étant alignés,  $RA = 6,84\text{cm} - 3,8\text{cm} = 3,04\text{cm}$

- Calculer  $OK$ .

Réponse : Les droites  $(OA)$  et  $(KS)$  sont sécantes en  $R$  et les droites  $(AS)$  et  $(OK)$  sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès,  $\frac{RA}{RO} = \frac{RS}{RK} = \frac{AS}{OK}$

$$\text{Donc } OK = \frac{5 \times 6,84}{3,04} \text{ cm} = 11,25\text{cm}$$

- Calculer le périmètre du triangle  $ORK$ .

Réponse :  $7,2 + 6,84 + 11,25 = 25,29$ , le périmètre vaut  $25,29$  cm.

### PROBLÈME

12 points

Le directeur d'un théâtre sait qu'il reçoit environ 500 spectateurs quand le prix d'une place est de 20 €. Il a constaté que chaque réduction de 1 euro du prix d'une place attire 50 spectateurs de plus.

Toutes les parties sont indépendantes.

#### Partie 1

- Complétons le tableau 1 de l'Annexe 1.
- On appelle  $x$  le montant de la réduction (en €). Complétons le tableau 2 de l'annexe 1.
- Développons :  
 $(20 - x)(500 + 50x) = 10000 + 1000x - 500x - 50x^2 = -50x^2 + 500x + 10000$ .

#### Partie 2

Le directeur de la salle souhaite déterminer le prix d'une place lui assurant la meilleure recette. Il utilise la fonction  $R$  donnant la recette (en €) en fonction du montant  $x$  de la réduction (en €).

Sa courbe représentative est donnée en annexe 2.

**Par lecture graphique**, répondre aux questions ci-dessous (on attend des valeurs approchées avec la précision permise par le graphique et on fera apparaître sur le graphique les tracés nécessaires à la lecture) :

1. La recette pour une réduction de 2 € est 10800 €.
2. Le montant de la réduction pour une recette de 4050 € est de 16,8€. Le prix d'une place est de 3,2€.
3. L'image de 8 par la fonction  $R$  est  $R(8) = 10800$ . Si la place est de 12 €, la recette sera de 10800€.
4. La recette maximale semble être de 11300€. Le prix de la place est de 15€.

### Partie 3

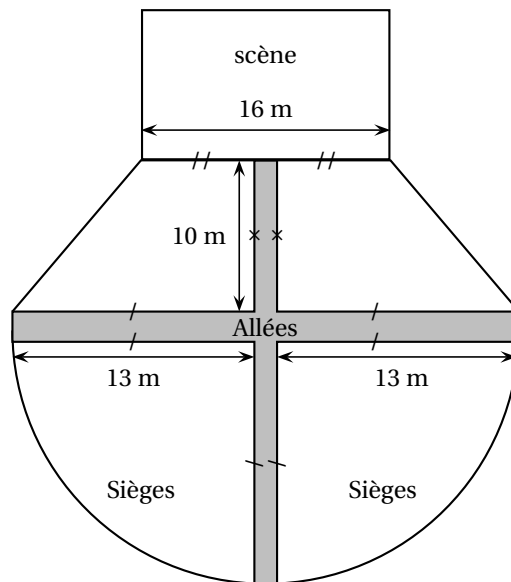
*Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.*

La salle de spectacle a la forme ci-contre :

Les sièges sont disposés dans quatre zones : deux quarts de disques et deux trapèzes, séparées par des allées ayant une largeur de 2 m.

On peut placer en moyenne 1,8 sièges par  $m^2$  dans la zone des sièges.

Calculons le nombre de places disponibles dans ce théâtre.



$$\text{L'aire des deux trapèzes : } A_1 = 2 \times \frac{7\text{m} + 13\text{m}}{2} \times 10\text{ m} = 200\text{ m}^2$$

$$\text{L'aire des deux quarts de disques (un demi-disque) : } A_2 = \frac{1}{2} \times \pi \times (13\text{ m})^2 = \frac{169}{2} \pi\text{ m}^2$$

$$\text{Le nombre de places : } (A_1 + A_2) \times 1,8 \approx 837,8 \text{ soit } \boxed{837 \text{ places}}$$

ANNEXE 1

Tableau 1

Réduction en €	Prix de la place en €	Nombre de spectateurs	Recette du spectacle
0	20	500	$20 \times 500 = 10000$
1	19	550	$19 \times 550 = 10450$
2	18	600	$18 \times 600 = 10800$
4	16	700	$16 \times 700 = 11200$

Tableau 2

Réduction en €	Prix de la place en €	Nombre de spectateurs	Recette du spectacle
$x$	$20 - x$	$500 + 50x$	$(20 - x)(500 + 50x)$

ANNEXE 2

