Durée : 2 heures

Corrigé du baccalauréat ST2S Antilles-Guyane 18 juin 2015

EXERCICE 1 **5 points**

Le tableau suivant indique le nombre de tués sur les routes françaises par année :

Année	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Rang de l'année (x_i)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre de tués (y_i)	5 318	4 709	4 620	4 433	4 443	3 992	3 963	3 653	3 268

Source : www.preventionroutiere.asso.fr

Le nuage de points correspondant à ce tableau est donné en annexe 1 et devra être rendu avec la copie.

1. **a.** Soit G le point moyen du nuage, calculons les coordonnées de G. Les coordonnées de G sont $(\overline{x}\,;\,\overline{y})$

$$\overline{x_G} = \frac{0+1+2+\cdots+7+8}{9} = 4 \quad \overline{y_G} = \frac{5318+4709+\cdots+3268}{9} = 4266{,}56$$

G $(4\,;\,4267)$ les résultats étant arrondis à l'unité.

b. Le point G de coordonnées $(4\,;\,4267)$ est placé dans le repère de l'annexe 1 .

2. On fait l'hypothèse que l'évolution du nombre de tués sur les routes françaises est correctement modélisée par la droite d'ajustement $\mathscr{D}$ d'équation $y = -220x + 5147$.

a. Le point G appartient à la droite $\mathscr{D}$ si et seulement si ses coordonnées vérifient l'équation de la droite. Calculons l'ordonnée du point de la droite d'abscisse 4 c'est-à-dire celle de G.

$y = -220 \times 4 + 5147 = 4267$.

Cette ordonnée étant celle de G par conséquent G appartient à $\mathscr{D}$.

b. La droite $\mathscr{D}$ est tracée sur le graphique.

c. Déterminons, selon ce modèle, une estimation du nombre de tués en 2014. En 2014, le rang de l'année est 9. Remplaçons x par 9 dans l'équation de la droite.

$y = -220 \times 9 + 5147 = 3167$.

Une estimation du nombre de tués sur les routes françaises en 2014 est d'environ 3 167 personnes.

3. On estime que le modèle reste valable jusqu'en 2017.

Selon cet ajustement, à partir de quelle année le nombre de tués devient-il inférieur à 2 800 ?

Pour ce faire, résolvons $-220x + 5147 \leqslant 2800$.

$-220x + 5147 \leqslant 2800 \quad x \geqslant \dfrac{5147-2800}{220}$ or $\dfrac{2347}{220} \approx 10{,}668$

Selon cet ajustement, à partir de 2016 (2005+11) le nombre de tués devient inférieur à 2 800.

EXERCICE 2 **8 points**

On dispose de deux béchers A et B qui contiennent chacun 5 000 bactéries de la même famille. On souhaite comparer l'efficacité de deux antibiotiques A et B différents sur ces bactéries. On introduit l'antibiotique A dans le bécher A et, au même instant, l'antibiotique B dans le bécher B. On mesure alors, à intervalles réguliers, la quantité (en milliers) de bactéries restantes dans les béchers A et B au fur et à mesure de l'action des antibiotiques.

Partie A : Étude de l'antibiotique A

Les valeurs mesurées dans le bécher A lors de l'expérience conduisent à modéliser l'évolution du nombre (en milliers) de bactéries dans ce bécher par la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,9]$ par : $f(t) = 0{,}05t^2 - t + 5$ où t représente la durée (en heures) écoulée depuis le début de l'expérience.

1. **a.** $f(0) = 5$. Ce résultat est cohérent avec le nombre de bactéries présentes dans le bécher A au début de l'expérience puisque $f(t)$ exprime le nombre de bactéries en milliers. Nous avons bien 5 milliers ou 5 000

   b. Calculons, selon ce modèle, le nombre de bactéries qui seront présentes dans le bécher A au bout de deux heures. Pour ce faire calculons $f(2)$. $f(2) = 0{,}05\times 2^2 - 2 + 5 = 3{,}2$.

2. On rappelle que f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.

   a. Déterminons, pour tout nombre réel t de l'intervalle $[0\,;\,9]$, une expression de $f'(t)$.
   $f'(t) = 0{,}05(2t) - 1 = 0{,}1t - 1$.

   b. Étudions le signe de $f'(t)$ pour tout nombre réel t de l'intervalle $[0\,;\,9]$.
   Sur $\mathbb{R}$, $0{,}1t - 1 > 0$ si et seulement si $t > 10$. Par conséquent pour tout $t \in [0\,;\,9]$, $f'(t) < 0$.

   c. Étudions d'abord le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,9]$.
   Si pour tout $x \in I$, $f'(x) < 0$ alors la fonction f est strictement décroissante sur I.
   Pour tout $t \in [0\,;\,9]$, $f'(t) < 0$ par conséquent f est strictement décroissante sur cet intervalle.
   Dressons maintenant le tableau de variation.

t	0	9
$f'(t)$	$-$	
Variation de f	5 ↘	0,05

Partie B : Étude de l'antibiotique B

Les valeurs mesurées dans le bécher B lors de l'expérience conduisent à modéliser l'évo lution du nombre (en milliers) de bactéries dans ce bécher par la fonction g définie sur l'intervalle $[0\,;\,9]$ par : $g(t) = 5 \times (0{,}7)^t$ où t représente la durée (en heures) écoulée depuis le début de l'expérience.

1. **a.** $g(0) = 5 \times 0{,}7^0 = 5$. Cette valeur représente le nombre (en milliers) de bactéries introduites dans le bécher B au début de l'expérience.

   b. Déterminons le nombre de bactéries présentes dans le bécher B au bout de deux heures. Calculons $g(2)$. $g(2) = 5 \times 0{,}7^2 = 2{,}45$. Dans le bécher B, au bout de deux heures, le nombre de bactéries présentes est de 2 450 bactéries.

2. On admet que la fonction g a le même sens de variation que la fonction $t \longmapsto (0{,}7)^t$ sur l'intervalle $[0\,;\,9]$.

   Nous savons que si $0 < a < 1$ la fonction qui à x associe a^x est une fonction strictement décroissante sur $\mathbb{R}$. Ici $a = 0{,}7$, c'est-à-dire un nombre strictement inférieur à 1 par conséquent la fonction $t \longmapsto 0{,}7^t$ est une fonction strictement décroissante sur $[0\,;\,9]$.

   Il en résulte que la fonction g est strictement décroissante sur l'intervalle $[0\,;\,9]$.

Partie C : Comparaison de l'efficacité des deux antibiotiques

Le graphique en annexe 2 présente les courbes représentatives des deux fonctions f et g étudiées précédemment.
Cette annexe 2 n'est pas à rendre avec la copie.

1. À l'aide des parties A et B et du graphique en annexe 2, nous pouvons indiquer que le numéro de la courbe associée à la fonction f est 1 et celui de la courbe associée à la fonction g est 2.

2. Déterminons, à l'aide du graphique en annexe 2, à quel(s) instant(s) le nombre de bactéries est identique dans les deux béchers. Pour ce faire, nous lisons les abscisses des points d'intersection des deux courbes. Nous lisons $t = 0$, et avec la précision permise par le graphique $t = 7{,}2$.

   Au début de l'expérience ($t = 0$) et au bout de 7 heures un quart environ, il y a le même nombre de bactéries dans les deux béchers.

3. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même infructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

   On estime qu'un antibiotique est efficace sur un humain s'il parvient à diviser par 5 le nombre de bactéries initialement présentes dans le bécher en moins de 5 heures.

   L'un des deux antibiotiques A ou B est-il efficace pour un humain ?

   Un antibiotique sera efficace pour un humain si au bout de cinq heures, il reste moins de 1 000 bactéries. Calculons $f(5)$ et $g(5)$. Si la valeur obtenue est inférieure à 1, nous pourrons affirmer que l'antibiotique est efficace pour un humain.

   $f(5) = 1{,}25$. Par conséquent l'antibiotique A n'est pas efficace.

   $g(5) = 5 \times 0{,}7^5 = 0{,}840$. Par conséquent l'antibiotique B est efficace.

EXERCICE 3 **7 points**

Les parties A et B sont indépendantes

Voici le tableau de la répartition de la population active (en milliers) selon l'âge et le sexe en 2012 en France.

Population active (en milliers)	Femmes	Hommes	Ensemble
15-24 ans	1 248	1 506	2 754
25-49 ans	8 672	9 461	18 133
50-64 ans	3 619	3 823	7 442
65 ans ou plus	100	138	238
Total	13 639	14 928	28 567

Source : INSEE

Partie A

1. Déterminons, en 2012, la proportion de femmes de 15-24 ans parmi les femmes actives.

   En milliers, il y avait 1 248 femmes actives entre 15-24 ans sur une population de femmes actives de 13 639 d'où $\dfrac{1\,248}{13\,639} \approx 0{,}091\,50$

   En 2012, la proportion de femmes de 15-24 ans parmi les femmes actives est d'environ 9,2 %.

2. En France, en 2012, les fonctionnaires représentaient 24 % de la population active.

   Déterminons en milliers, le nombre de fonctionnaires cette année là.

   Le nombre de fonctionnaires représente cette année là 24 % de la population active. Par conséquent $\dfrac{24}{100} \times 28\,567 = 6\,856{,}08$

   En 2012, il y avait environ 6 856 milliers de fonctionnaires.

Partie B

On choisit au hasard et de manière équiprobable une personne dans la population active.
On considère les évènements suivants :

A : « La personne est une femme » B : « La personne a entre 25 et 49 ans »

On note $P(E)$ la probabilité d'un évènement E.

Pour les calculs de probabilités on donnera les résultats arrondis à 10^{-4} près.

1. L'univers est l'ensemble de la population active en 2012 et la loi mise sur cet univers est l'équiprobabilité.

La probabilité d'un événement A est $p(A) = \frac{\text{nombre d'éléments de A}}{\text{nombre d'éléments de l'univers}}$.

a. Calculons $P(A)$. Il y a en milliers 13 639 femmes actives parmi une population de 28 567 d'où $p(A) = \dfrac{13\,639}{28\,567} \approx 0{,}477\,4$

Calculons $P(B)$. Il y a en milliers 18 133 personnes actives entre 25 et 49 ans parmi une population de 28 567 d'où $p(B) = \dfrac{18\,133}{28\,567} \approx 0{,}634\,8$

b. $A \cup B$ est l'évènement : « la personne choisie est une femme ou cette personne a entre 25 et 49 ans ».

c. $P(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$. Déterminons d'abord $p(A \cap B)$.

Il y a en milliers 8 672 femmes actives âgées entre 25 et 49 ans parmi une population de 28 567 d'où $p(A \cap B) = \dfrac{8\,672}{28\,567} \approx 0{,}303\,6$.

Il en résulte $p(A \cup B) = 0{,}477\,4 + 0{,}634\,8 - 0{,}303\,6 = 0{,}808\,6$.

Nous avons bien montré que $p(A \cup B)$ valait approximativement 0,808 6.

2. Sachant que la personne choisie est une femme, la probabilité que cette personne ait entre 25 et 49 ans est notée $p_A(B)$.

$p_A(B) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(A)} = \dfrac{0{,}303\,6}{0{,}477\,4} \approx 0{,}635\,9$.

3. Les événements A et B sont indépendants si $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

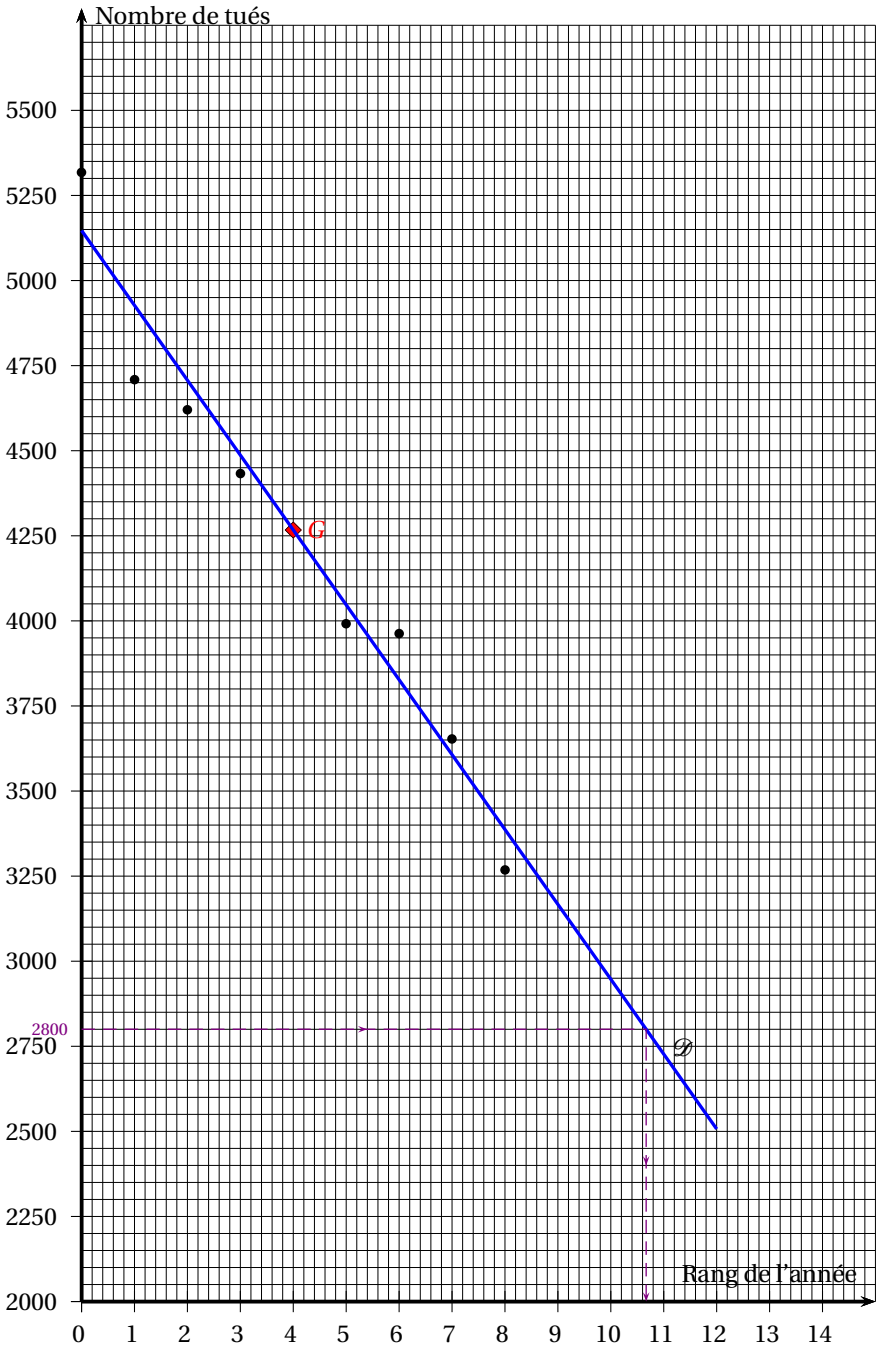
$$P(A \cap B) = 0{,}303\,6 \qquad P(A) \times P(B) = 0{,}477\,4 \times 0{,}634\,8 = 0{,}192\,7$$

Par conséquent, les événements ne sont indépendants.

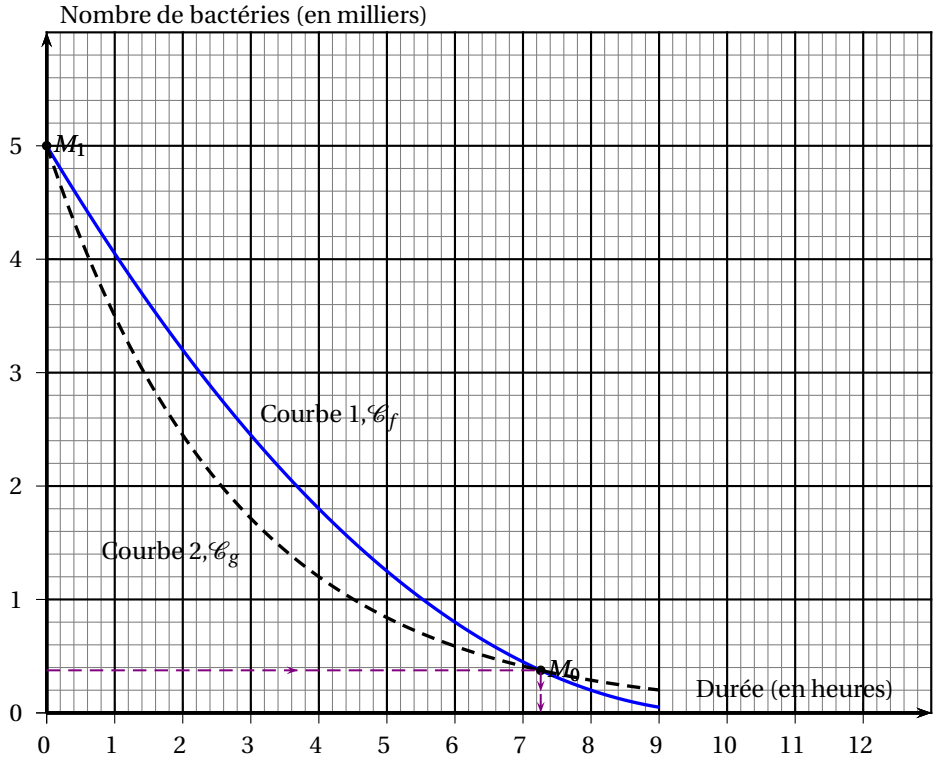
ANNEXE 1

À rendre avec la copie

EXERCICE 1



ANNEXE 2

N'est pas à rendre avec la copie

EXERCICE 2