

## ∞ Baccalauréat ES La Réunion 19 juin 2009 ∞

### EXERCICE 1

4 points

#### Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question, trois réponses sont proposées. Une seule de ces réponses est exacte.

**Aucune justification n'est demandée. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse.**

Le barème sera établi comme suit : pour une réponse exacte, 1 point ; pour une réponse fautive ou l'absence de réponse, 0 point.

- On connaît les probabilités suivantes :  
 $p(A) = 0,23$  ;  $p(B) = 0,56$  et  $p(A \cap B) = 0,11$ . Alors :  
A.  $p(A \cup B) = 0,79$       B.  $p(A \cup B) = 0,68$       C.  $p(A \cup B) = 0,9$
- $x$  est un réel strictement positif. La limite de  $(1 - \ln x)$  en 0 est :  
A. 1      B.  $-\infty$       C.  $+\infty$
- Le prix d'un article a doublé en dix ans. L'augmentation annuelle moyenne du prix de cet article, à 1 % près, est de :  
A. 7 %      B. 10 %      C. 50 %
- Parmi les fonctions suivantes, laquelle est une primitive de la fonction  $f$ , définie pour tout  $x$  réel par  $f(x) = e^{3x}$  :  
A.  $F(x) = e^{3x}$       B.  $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x} + 5$       C.  $F(x) = 3e^{3x} + 5$

### EXERCICE 2

4 points

#### Commun à tous les candidats

On considère la fonction  $f$  définie sur  $[-2 ; 2]$  par

$$f(x) = (x - 1)e^x + 2.$$

On note  $f'$  sa dérivée.

- Donner une valeur approchée à  $10^{-2}$  près de  $f(-2)$ ,  $f(0)$  et  $f(2)$ .
- Calculer  $f'(x)$ . Donner le tableau de variations de  $f$  sur  $[-2 ; 2]$ .
- Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.**  
On considère les points  $A(1 ; 2)$  et  $B(0 ; 2 - e)$ . Démontrer que la droite (AB) est la tangente à la courbe  $\mathcal{C}_f$  au point A.
- Sur la feuille de papier millimétré, construire avec précision la représentation graphique  $\mathcal{C}_f$  de  $f$  dans un repère orthogonal (unités : 4 cm en abscisse et 1 cm en ordonnée).
- On admet que la fonction  $F$  définie par  $F(x) = (x - 2)e^x + 2x$  est une primitive de la fonction  $f$  sur  $[-2 ; 2]$ . Hachurer la partie  $\mathcal{A}$  du plan délimitée par les axes du repère, la droite d'équation  $x = 2$  et la courbe  $\mathcal{C}_f$ . Calculer la mesure en  $\text{cm}^2$  de l'aire de  $\mathcal{A}$ .

**EXERCICE 3****5 points****Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité**

Dans cet exercice, donner les réponses sous forme de nombres décimaux qui ne seront pas arrondis.

Un concessionnaire automobile vend deux versions de voitures pour une marque donnée : routière ou break. Pour chaque version il existe deux motorisations : essence ou diesel. Le concessionnaire choisit au hasard un client ayant déjà acheté une voiture.

On note :

$R$  l'évènement : « la voiture achetée est une routière » ;

$B$  l'évènement : « la voiture achetée est une break » ;

$E$  l'évènement : « la voiture est achetée avec une motorisation essence » ;

$D$  l'évènement : « la voiture est achetée avec une motorisation diesel ».

On sait que :

- 65 % des clients achètent une voiture routière.
- Lorsqu'un client achète une voiture break, il choisit dans 85 % des cas la motorisation diesel.
- 27,3 % des clients achètent une voiture routière avec une motorisation diesel.

1. Quelle est la probabilité  $p(R)$  de l'évènement  $R$  ?
2. **a.** Construire l'arbre de probabilité complet.  
**b.** Démontrer que  $P_R(D) = 0,42$  (probabilité de  $D$  sachant  $R$ ).
3. Calculer  $p(D)$ .
4. Lorsque le concessionnaire a choisi au hasard un client, on note  $x$  le prix de vente (en milliers d'euros) de la voiture achetée.  
Compléter le tableau de la feuille annexe donnant la loi de probabilité de  $x$ .  
Calculer l'espérance mathématique de  $x$ . Quelle interprétation peut-on en donner ?

**EXERCICE 3****5 points****Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité**

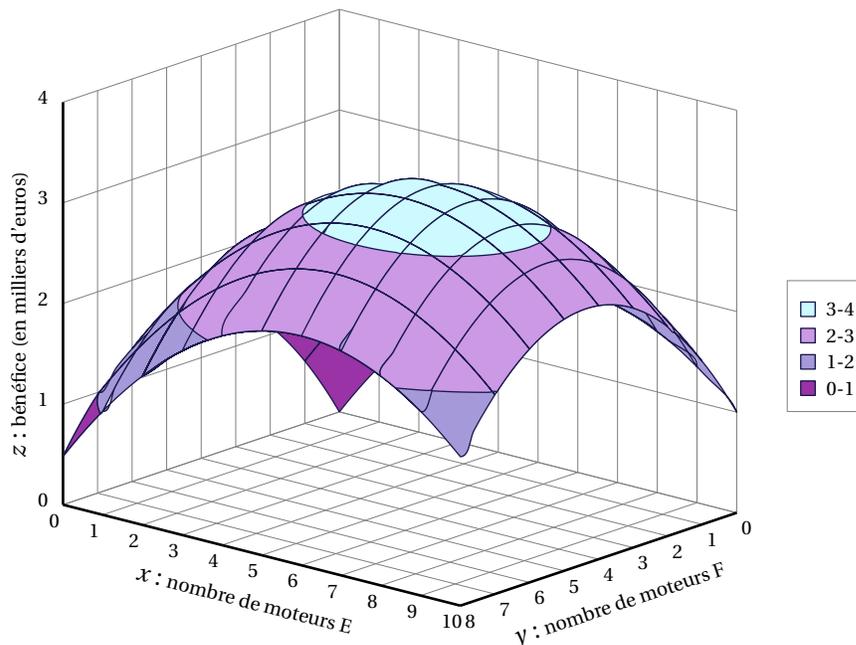
Une usine produit deux types E et F de moteurs.

Le bénéfice  $B$ , exprimé en milliers d'euros, pour une production journalière de  $x$  moteurs E et  $y$  moteurs F est :

$$B(x ; y) = -0,05x^2 - 0,08y^2 + 0,6x + 0,7y.$$

On admet que la production totale est vendue et que  $0 \leq x \leq 10$  ;  $0 \leq y \leq 8$ .

1. Calculer le bénéfice réalisé avec :
  - a.** Une production de 7 moteurs E et de 5 moteurs F
  - b.** Une production de 10 moteurs E et aucun moteur F
2. La fonction  $B$  est représentée par la surface  $S$  (figure ci-dessous).  
L'usine veut obtenir un bénéfice dépassant 3 000 €. Par lecture graphique de  $B$  :
  - a.** Si l'usine fabrique 6 moteurs F, indiquer le nombre de moteurs E qu'il faut produire pour atteindre cet objectif. Préciser les différentes possibilités.
  - b.** Si l'usine fabrique 8 moteurs E, indiquer le nombre de moteurs F qu'il faut produire pour atteindre cet objectif. Préciser les différentes possibilités.

Représentation graphique du bénéfice  $B$ 

3. La demande contraint l'usine à fabriquer autant de moteurs E que de moteurs F. Dans ce cas :
- Exprimer, en fonction de  $x$ , le bénéfice  $B$  réalisé, lorsque  $x$  varie de 0 à 8.
  - Déterminer la production permettant de réaliser le bénéfice maximal. Calculer ce bénéfice maximal exprimé en euros.

**EXERCICE 4****7 points****Commun à tous les candidats**

La ville de Sirap étudie les flux de sa population et enregistre, chaque année,  $y$  centaines de nouveaux résidents et  $z$  centaines de résidents quittant la ville.

Le tableau ci-dessous indique les flux pour cinq années :

Année	2000	2002	2004	2006	2007
Rang de l'année : $x_i$	0	2	4	6	7
Nouveaux résidents (en centaines) : $y_i$	9,71	10,95	10,83	11,95	11,99
Départs de résidents (en centaines) : $z_i$	9,6	11,79	12,63	12,9	13,18

**Partie A**

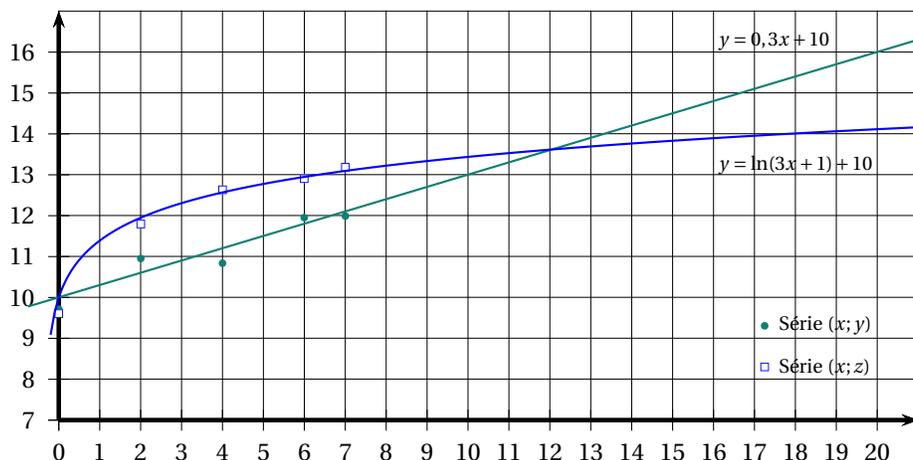
Pour la série statistique  $(x_i ; y_i)$  donner une équation de la droite d'ajustement  $\mathcal{D}$  de  $y$  en  $x$ , obtenue par la méthode des moindres carrés (arrondir les coefficients au centième).

**Partie B**

Dans toute la suite de l'exercice 4, on admettra le modèle d'ajustement  $y = f(x)$  et  $y = g(x)$  avec :

$$f(x) = 0,3x + 10 \text{ pour la série } (x_i ; y_i) \text{ et } g(x) = \ln(3x + 1) + 10 \text{ pour la série } (x_i ; z_i).$$

Les nuages de points et les courbes représentatives de  $f$  et  $g$  sont donnés dans la figure ci-dessous :



1. En utilisant ces ajustements :

- Calculer à partir de quelle année le nombre de nouveaux résidants dépasserait 1 400.
- Calculer à partir de quelle année le nombre de départs de résidants dépasserait 1 400.

On considère la fonction  $d$  définie sur  $[0; 20]$  par

$$d(x) = g(x) - f(x) = \ln(3x + 1) - 0,3x.$$

On note  $d'$  la dérivée de  $d$ .

- Calculer  $d'(x)$  et en donner une écriture sous forme d'un quotient. Étudier son signe et construire le tableau de variations de la fonction  $d$ .
- Montrer que l'équation  $d(x) = 0$  admet une solution unique  $\alpha$  dans l'intervalle  $[3; 20]$ .  
À l'aide d'une calculatrice, donner un encadrement de  $\alpha$  par deux entiers consécutifs.
- En considérant ces ajustements et en tenant compte uniquement des départs et des arrivées de résidants :
  - En quelle année la ville de Sirap enregistre la plus grande baisse de sa population ?  
Estimer alors cette baisse.
  - À partir de quelle année la ville de Sirap peut-elle prévoir une augmentation de sa population ?

**ANNEXE (à compléter et à rendre avec la copie)****Exercice 3**

(candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité)

Version	Routière		Break	
	Essence	Diesel	Essence	Diesel
$x_i$ : prix de vente (en milliers d'euros)	15	18	17	20
$P_i$ : probabilité		0,273		