

**EXERCICE 1**

**5 points**

**Commun à tous les candidats**

**QCM**

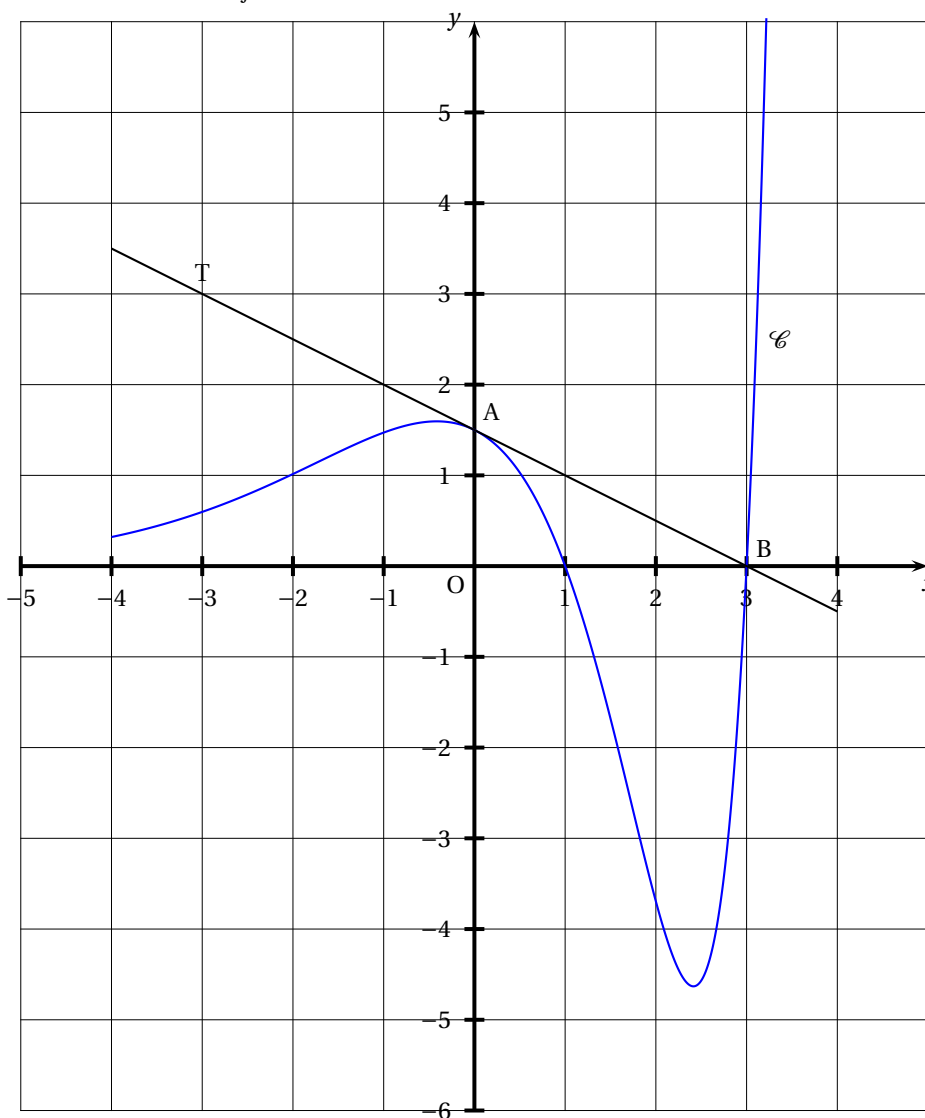
Pour chacune des questions, une seule des réponses A, B ou C est exacte.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

*Barème : une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse enlève 0,25 point, l'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif la note globale attribuée à l'exercice est 0.*

La courbe  $\mathcal{C}$  ci-dessous est une partie de la courbe représentative, dans un repère orthogonal, d'une fonction  $f$  définie et dérivable sur l'intervalle  $I = [-4; 4]$ . La droite  $T$  tangente à la courbe  $\mathcal{C}$  au point  $A(0; 1,5)$  passe par le point  $B(3; 0)$ . On note  $f'$  la fonction dérivée de  $f$ .



1.  $f'(0)$  est égal à :

Réponse A : 1,5      Réponse B : -0,5      Réponse C : 0,5

2.  $f'(x) \leq 0$  si  $x$  appartient à l'intervalle :

Réponse A :  $[-4 ; -1]$       Réponse B :  $[1 ; 3]$       Réponse C :  $[0 ; 1]$

3.  $\int_{-2}^0 f(x) dx$  est un nombre de l'intervalle :

Réponse A :  $[0 ; 2]$       Réponse B :  $[2 ; 4]$       Réponse C :  $[4 ; 6]$

4. L'équation  $\ln[f(x)] = 0$  a exactement :

Réponse A : 1 solution      Réponse B : 2 solutions      Réponse C : 3 solutions

5. Soit la fonction  $g$  définie sur l'intervalle  $[-4 ; 1[$  par  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ . La fonction  $g$  est croissante sur l'intervalle :

Réponse A :  $[-3 ; -1]$       Réponse B :  $[-2 ; 1[$       Réponse C :  $[0 ; 1[$

## EXERCICE 2

5 points

### Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau ci-dessous donne en euros le montant des remboursements annuels  $y_i$  effectués de 2003 à 2007 par un ménage, à la suite de divers emprunts :

Année	2003	2004	2005	2006	2007
Rang $x_i$ de l'année	1	2	3	4	5
$y_i$	6 096	7 602	9 170	11 155	15 385

- Construire le nuage de points  $M_i(x_i ; y_i)$ , avec  $i$  compris entre 1 et 5, associée à cette série statistique. On prendra comme unité graphique 2 cm pour 1 en abscisse et 1 cm pour 1 000 euros en ordonnée.  
On commencera les graduations au point de coordonnées (0 ; 6000).
- On pose, pour  $i$  variant de 1 à 5,  $z_i = \ln y_i$ .
  - Calculer  $z_i$  en arrondissant les valeurs à  $10^{-3}$  près.
  - Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement de  $z$  en  $x$ , obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients obtenus à l'aide de la calculatrice seront arrondis au centième.
  - En déduire que l'on peut écrire une relation entre  $y$  et  $x$  sous la forme :  $y = Ae^{Bx}$  avec  $A \approx 4817$  et  $B \approx 0,22$ .
  - En supposant, que cet ajustement reste valable en 2008, estimer le montant des remboursements annuels de ce ménage en 2008, arrondi à l'euro.
- Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.**

Ce ménage disposait de 50 000 euros de revenu annuel en 2006. On estime que son revenu annuel augmente de 2 % par an.

La banque alerte ses clients lorsque le montant des remboursements des emprunts dépasse le tiers du montant des revenus.

En quelle année la banque alertera-t-elle ce ménage ? Justifier.

**EXERCICE 3****5 points****Commun à tous les candidats**

Un club de natation propose à ses adhérents trois types d'activité : la compétition, le loisir ou l'aquagym. Chaque adhérent ne peut pratiquer qu'une seule des trois activités.

30 % des adhérents au club pratiquent la natation en loisir, 20 % des adhérents au club pratiquent l'aquagym et le reste des adhérents pratiquent la natation en compétition.

Cette année, le club propose une journée de rencontre entre tous ses adhérents. 20 % des adhérents de la section loisir et un quart des adhérents de la section aquagym participent à cette rencontre. 30 % des adhérents de la section compétition ne participent pas à cette rencontre.

On interroge au hasard une personne adhérente à ce club. On considère les événements suivants :

- A « La personne interrogée pratique l'aquagym »,  
 C « La personne interrogée pratique la natation en compétition »,  
 L « La personne interrogée pratique la natation en loisir »,  
 R « La personne interrogée participe à la rencontre » et  $\bar{R}$  son événement contraire.

- Traduire les données de l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.
- Calculer la probabilité que la personne interrogée pratique la natation en compétition et qu'elle participe à la rencontre.
  - Le président du club déplore que plus de la moitié des adhérents ne participent pas à la rencontre. Justifier son affirmation par un calcul.
- On interroge une personne au hasard lors de la rencontre. Calculer la probabilité qu'elle soit dans la section compétition. *Donner une valeur approchée du résultat arrondie à  $10^{-2}$  près.*
- Les tarifs du club pour l'année sont les suivants : l'adhésion à la section compétition est de 100 € et l'adhésion à la section loisir ou à l'aquagym est de 60 €. De plus, une somme de 15 € est demandée aux adhérents qui participent à la rencontre.

On appelle  $S$  la somme annuelle payée par un adhérent de ce club (adhésion et participation éventuelle à la rencontre).

- Recopier et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de  $S$  :

$S_i$	60	75	100	115
$p_i$		0,11		0,35

- Calculer l'espérance mathématique de  $S$  et interpréter ce nombre.

**EXERCICE 4****5 points****Commun à tous les candidats****I. Étude d'une fonction**

Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $[0 ; +\infty[$  par :

$$f(x) = 0,5x + e^{-0,5x+0,4}.$$

- Calculer  $f'(x)$  où  $f'$  désigne la fonction dérivée de  $f$  sur l'intervalle  $[0 ; +\infty[$ .
- Étudier les variations de  $f$  sur l'intervalle  $[0 ; +\infty[$  et vérifier que  $f$  admet un minimum en 0,8.

**II. Application économique**

Une entreprise fabrique des objets.  $f(x)$  est le coût total de fabrication, en milliers d'euros, de  $x$  centaines d'objets. Chaque objet fabriqué est vendu 6 €.

1. Quel nombre d'objets faut-il produire pour que le coût total de fabrication soit minimum ?
2. Le résultat (recette moins coûts), en milliers d'euros, obtenu par la vente de  $x$  centaines d'objet est :  $R(x) = 0,1x - e^{-0,5x+0,4}$ .
  - a. Étudier les variations de  $R$  sur l'intervalle  $[0 ; +\infty[$ .
  - b. Montrer que l'équation  $R(x) = 0$  a une unique solution  $\alpha$  dans l'intervalle  $[0 ; +\infty[$ . Déterminer un encadrement de  $\alpha$  à  $10^{-2}$  près.
  - c. En déduire la quantité minimale d'objets à produire afin que cette entreprise réalise un bénéfice sur la vente des objets.