

Document 2 : Extrait d'un cahier de bord de recherche d'un groupe de 3 élèves de terminale scientifique, spécialité mathématique en avril 2012.

SEANCE 4 : Mardi 10 avril 2012

Travail collectif groupe

Consignes :

1. **Reprendre en groupe** la recherche du problème (environ 1h15).
2. **Rédiger une affiche** commune pour le groupe qui servira de support pour le débat en classe entière. Cette affiche rendra compte de l'état de vos recherches. Préciser ainsi les résultats démontrés et leurs preuves, ceux restés à l'état de conjectures, les pistes qui seraient à développer...(environ 45min).

$$73 \quad 89 \quad 97$$

$$\begin{array}{r} 31 \ 73 \\ \hline 89 \ 97 \\ \hline 53 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 51 \\ 59 \\ 73 \\ 153 \end{array}$$

$$\frac{1}{73} + \frac{1}{89} + \frac{1}{97} = \frac{27211}{630209}$$

$$\frac{1}{73} + \frac{1}{89} = \frac{162}{6497}$$

$$\frac{1}{89} + \frac{1}{97} = \frac{186}{7081}$$

$$\frac{1}{89} + \frac{1}{73} = \frac{170}{7081}$$

$$\frac{4}{409} = \frac{1}{26} + \frac{3}{2676} = \frac{1}{26} + \frac{1}{2676} + \frac{1}{1313}$$

$$\frac{4}{103} = \frac{1}{26} + \frac{1}{5356} + \frac{1}{5356}$$

$$\frac{4}{107} = \frac{1}{27} + \frac{1}{5798} + \frac{1}{5778}$$

$$\frac{4}{109} = \frac{1}{28} + \frac{1}{3052} + \frac{1}{1526}$$

$$\frac{4}{113} = \frac{1}{29} + \frac{3}{3277}$$

△

$$\frac{4}{127} = \frac{1}{32} + \frac{1}{8128} + \frac{1}{8128}$$

$$\frac{4}{131} = \frac{1}{33} + \frac{1}{8646} + \frac{1}{8646}$$

$$\frac{4}{137} = \frac{1}{35} + \frac{8}{9590} + \dots = \frac{1}{35} + \frac{1}{9590} + \frac{1}{1918}$$

$$\frac{4}{149} = \frac{1}{38} + \frac{1}{5662} + \frac{1}{7831}$$

$$* \frac{4}{241} = \frac{1}{61} + \frac{3}{14701} + \dots = \frac{1}{61} + \dots$$

↑
61 × 241

△

$$\frac{1}{62} = \frac{7}{11842}$$

$$\frac{4}{251} = \frac{1}{63} + \frac{1}{31626} + \frac{1}{31626}$$

$$\frac{4}{257} = \frac{1}{65} + \frac{1}{33410} + \frac{1}{6682}$$

$$\frac{4}{263} = \frac{1}{66} + \frac{1}{34716} + \frac{1}{34716}$$

$$\frac{4}{269} = \frac{1}{68} + \frac{1}{17292} + \frac{1}{9146}$$

$$\frac{4}{271} = \frac{1}{68} + \frac{1}{36856} + \frac{1}{26856}$$

$$\Delta \frac{4}{192} = \frac{1}{50} + \frac{2}{9650} + \frac{5}{1630}$$

$$= \frac{1}{50} + \frac{1}{4825} + \frac{1}{1920}$$

$$\Delta \frac{4}{241} = \frac{1}{64} + \frac{12}{15424} + \frac{3}{15421}$$

$$\frac{4}{241} = \frac{1}{64} + \frac{3}{16701 \cdot 61 \times 211}$$

$$\frac{4}{241} = \frac{1}{61} + \frac{3 \times 21}{308421}$$

$$\frac{4}{241} - \frac{1}{12161} = \frac{263}{29161}$$

$$\frac{4}{241} = \frac{1}{61} + \frac{63}{308721}$$

$$\frac{4}{241} = \frac{1}{61} + \frac{3 \times 81}{1130781}$$

$$= \frac{1}{61} + \frac{263}{1190781} = \frac{1}{61} + \frac{3^3}{61 \times 211 \times 21} + \frac{216}{61 \times 211 \times 21}$$

$\rightarrow 2^3 \times 3^3$

$$263 = 3^3 \times 3^2 \neq \frac{1}{61} + \frac{1}{61 \times 211 \times 3} + \frac{2^3}{61 \times 211 \times 3}$$

$$\neq \frac{1}{61} + \frac{1}{61 \times 211 \times 3} + \frac{6}{61 \times 211 \times 3}$$

$$\frac{4}{241} = \frac{1}{61} + \frac{1}{16701} + \frac{2}{16701}$$

SYNTHÈSE

* Si n est pair $\frac{4}{n} = \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{\frac{n}{2}}$ (avec n pair)

* Si n est impair et premier

$$\rightarrow \frac{4}{n} = \frac{1}{t} + \frac{j}{k}$$

avec t le plus petit possible
(avec t entier)

et j, k entier naturel non nuls.

On distingue 3 cas

- 1^{er} cas :

$j=1$ avec $\frac{j}{k}$ une fraction irréductible

$$\frac{4}{n} = \frac{1}{t} + \frac{1}{2k} + \frac{1}{2k}$$

- 2^{ème} cas

$j=3$ avec k pair

$$\frac{4}{n} = \frac{1}{t} + \frac{1}{k} + \frac{2}{k}$$

- 3^{ème} cas

* $j=3$ et $5 \mid k$ donc $\frac{4}{n} = \frac{1}{t} + \frac{1}{2k} + \frac{5}{2k}$

* $j=3$ et k est impair

$$\frac{4}{n} = \frac{1}{t} + \frac{3}{k}$$

On décompose k en facteurs premiers

→ 1^{er} sous cas

Il existe au moins un diviseur d congru à 2 modulo 3

Tel que $k = d \times q$

Pour ce cas on remarque que $\frac{4}{n} = \frac{1}{t} + \frac{3}{n \times t}$

On pose $\frac{d+1}{3} = e$ avec e entier ...

On multiplie $\frac{3}{n \times t}$ par e

On peut alors décomposer $\frac{3e}{nte}$ en $\frac{1}{nte} + \frac{3e-1}{nte}$

ex $\frac{4}{41} = \frac{1}{11} + \frac{3}{451}$

$\frac{4}{41} = \frac{1}{11} + \frac{12}{41 \times 11 \times 4}$

$\frac{4}{41} = \frac{1}{11} + \frac{11}{41 \times 11 \times 4} + \frac{1}{41 \times 11 \times 4}$

$\frac{4}{41} = \frac{1}{11} + \frac{1}{164} + \frac{1}{1804}$

$\frac{4}{41} = \frac{1}{11} + \frac{1}{K}$

$d = d + 1$

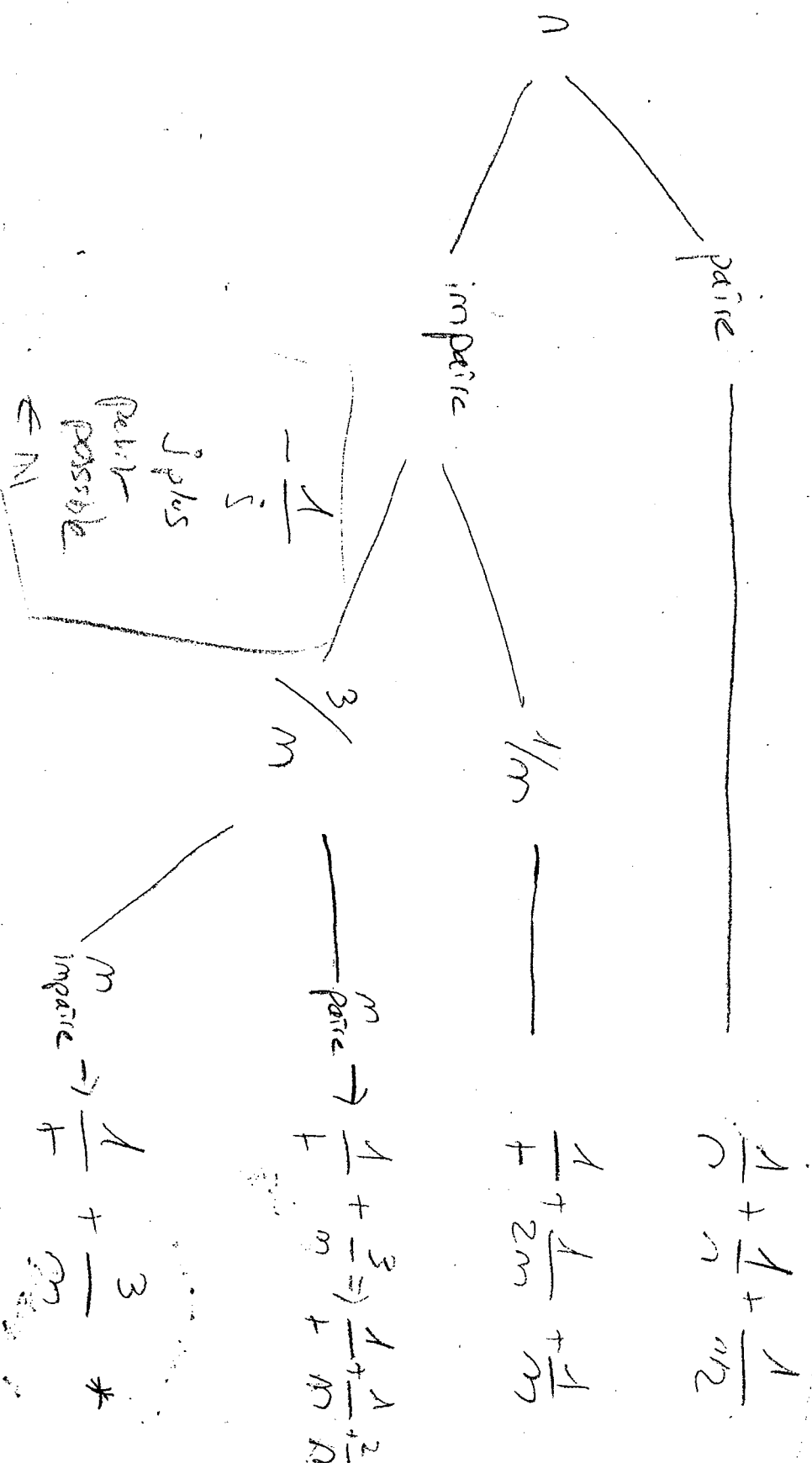
$\frac{1}{r} + \frac{3d-1}{d \times d}$

$\frac{1}{K \times \frac{(d+1)}{3}}$

SEANCE 6 : Mardi 17 avril 2012

Travail collectif groupe

* — un diviseur première de $m \equiv 2(3) \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{3}{m} \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{m} + \frac{1}{k} =$
 — pas de solution trouvée



partiel (c)

en cherchant tel que $\frac{1}{n} - \frac{1}{3} < \frac{1}{5}$