Baccalauréat STI2D Épreuve d'enseignement de spécialité

Métropole–La Réunion juin 2021 J2

Physique-Chimie et Mathématiques

EXERCICE 1 Physique-Maths **4 points**

La température au sein d'un four thermique électrique contenant des pièces en acier, dépendant du temps, est modélisée par une fonction θ.
La température est exprimée en degré Celsius et le temps est exprimé en seconde.
On admet que la fonction θ, définie et dérivable sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$, est une solution, sur cet intervalle, de l'équation différentielle suivante :

$$(E): \quad 800y' + y = 600.$$

À l'instant $t = 0$, on met le four sous tension. La température est alors de 25 °C.

a. (a) Montrer que la fonction θ est définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$\theta(t) = 600 - 575\,\mathrm{e}^{-0{,}00125t}.$$

(b) Quelle sera la température du four au bout de 10 minutes ?

b. Selon la norme NF EN ISO 4885, le recuit de détente doit se faire lorsque la température du four est comprise entre 550 °C et 650 °C.

(a) Selon ce modèle, déterminer le temps d'attente nécessaire pour que le four atteigne la température de 550 °C.
On arrondira le résultat à la minute.

(b) Selon ce modèle, la température du four peut-elle dépasser 600 °C ?

EXERCICE 3 commun à tous les candidats **4 points**

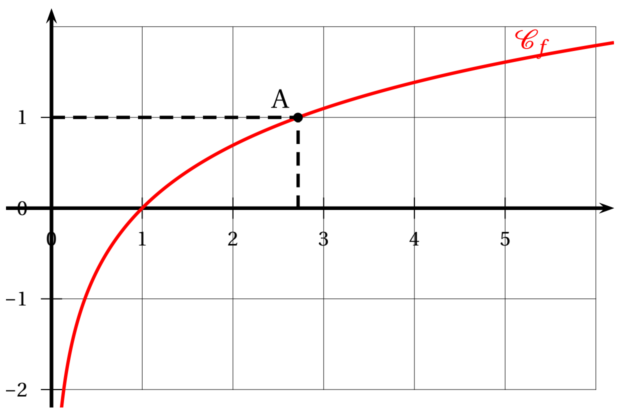
Le candidat doit traiter quatre questions parmi les six que comporte l'exercice.
Les questions sont indépendantes. Chacune d'elles est notée sur un point.
Le candidat choisit les quatre questions auxquelles il répond et indique clairement leur numéro sur sa copie en début d'exercice.

Question 1

On a tracé dans le repère orthonormé ci-contre la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = \ln(x).$$

On note A le point de $\mathscr{C}_f$ de coordonnées $(\mathrm{e}; 1)$.
On note T la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A.
La tangente T passe-t-elle par l'origine du repère ? Justifier.



Question 2

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0,5\,;\,10]$ par :

$$f(x) = x^2 - x - 2 - 3\ln(x).$$

On note f' la fonction dérivée de f.

a. Montrer que $f'(x) = \dfrac{(x+1)(2x-3)}{x}$ pour tout x appartenant à l'intervalle $[0,5\,;\,10]$.

b. Montrer que f admet un minimum sur l'intervalle $[0,5\,;\,10]$ et préciser la valeur exacte de ce minimum.

Question 3

a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\text{e}^{-0,0434x} = 0,01$.

On donnera la valeur exacte de la solution.

b. Un signal de puissance initiale $P(0) = 6,75$ mW parcourt une fibre optique.

La puissance du signal, exprimée en mW, lorsque celui-ci a parcouru une distance de x kilomètres depuis l'entrée est donnée par $P(x) = 6,75\,\text{e}^{-0,0434x}$.

Quelle est la distance parcourue par le signal lorsque celui-ci aura perdu 99 % de sa puissance ?

On arrondira le résultat obtenu au kilomètre.

Question 4

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $\left(\text{O}\,;\,\overrightarrow{u},\,\overrightarrow{v}\right)$. On considère les points A et B d'affixes respectives :

$$z_\text{A} = 3\,\text{e}^{-\text{i}\frac{\pi}{3}} \quad \text{et} \quad z_\text{B} = -1 + \text{i}\sqrt{3}.$$

Les points O, A et B sont-ils alignés ?

Question 5

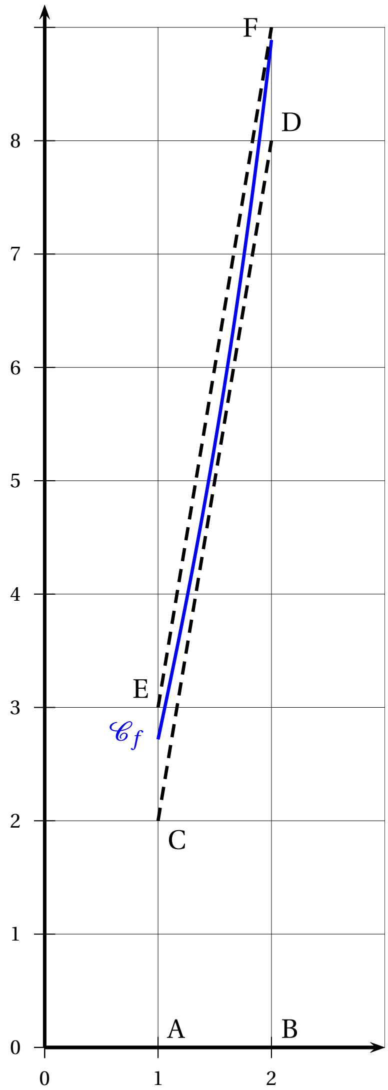
On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[1\,;\,2]$ par :

$$f(x) = x + \text{e}^{x} - \frac{1}{x}.$$

On a tracé dans le repère orthonormé ci-contre la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f.

On considère les points A(1; 0); B(2; 0); C(1; 2); D(2; 8); E(1; 3) et F(2; 9).

On admet que la courbe $\mathscr{C}_f$ est au-dessus du segment [CD] et en dessous du segment [EF].



a. À l'aide du graphique, donner un encadrement d'amplitude 1 de l'intégrale :

$$\int_1^2 f(x)\,\text{d}x.$$

b. Calculer la valeur exacte de $\displaystyle\int_1^2 f(x)\,\text{d}x$.

Question 6

Rappel : Pour a et b deux réels, on a les formules suivantes :
$\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$
$\cos(a-b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$
$\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$
$\sin(a-b) = \sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b)$

La tension u aux bornes d'un générateur, exprimée en volt, dépendant du temps t, exprimé en seconde, est donnée à l'instant t par :

$$u(t) = 120\cos(70t) - 120\sin(70t).$$

a. Montrer que, pour tout t de l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$, $u(t) = 120\sqrt{2}\cos\left(70t + \dfrac{\pi}{4}\right)$.

b. En déduire la fréquence $f = \dfrac{\omega}{2\pi}$, exprimée en Hz, délivrée par le générateur, où ω désigne la pulsation.

On arrondira le résultat à l'unité.