༺ Baccalauréat STL Métropole 28 mars 2023 ༻

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

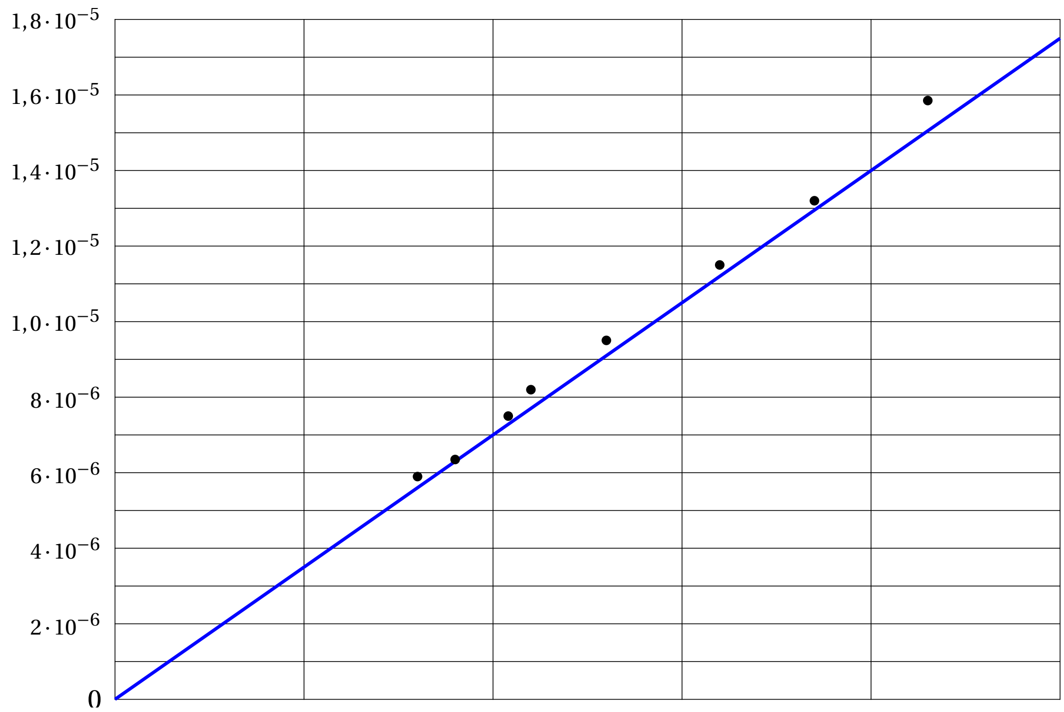
Physique-Chimie et Mathématiques

EXERCICE 1 4 points

La production de sucre inverti est réalisée en laboratoire lors de la transformation chimique du saccharose en milieu acide, en chauffant.
On définit la vitesse v de disparition du saccharose de concentration c en quantité de matière par :

$$v = -\frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}t}.$$

Expérimentalement, nous réalisons un suivi cinétique de cette transformation qui permet d'obtenir le graphe ci-après représentant l'évolution de la vitesse v de disparition du saccharose en fonction de sa concentration c en quantité de matière dans le mélange.
On peut modéliser cette situation par une fonction linéaire.



1. À partir du graphique précédent, choisir, en justifiant la réponse, le modèle adapté à la cinétique chimique de cette réaction parmi les propositions suivantes :

   modèle 1 : $v = k$, modèle 2 : $v = k.c$, modèle 3 : $v = k.c^2$

   où k est la constante de vitesse.

2. Déterminer une valeur approchée de la constante de vitesse k en précisant son unité.

Dans la suite de cet exercice, on prendra $k = 7 \times 10^{-4}$.

3. Déterminer le temps de demi-réaction $t_{\frac{1}{2}}$ défini par la relation : $t_{\frac{1}{2}} = \dfrac{\ln(2)}{k}$.

4. Commenter le résultat précédent en qualifiant de rapide ou lente la transformation chimique réalisée au laboratoire.

   À partir du modèle identifié à la question 1, on montre que la cinétique de l'hydrolyse du saccharose peut être modélisée par l'équation différentielle

$$(E) : \quad \frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}t} = -k \times c \text{ (soit en mathématiques } y' = -k \times y)$$

   où $k = 7 \times 10^{-4}$.

5. Résoudre sur $[0\ ;\ +\infty[$ cette équation différentielle.

6. Sachant que pour $t = 0$, la concentration initiale du saccharose vaut 0,4 mol·L^{-1}, montrer que l'unique solution de l'équation (E) est la fonction c définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par

$$c(t) = 0,4 \times \mathrm{e}^{-7\times 10^{-4}\times t}.$$

7. Déterminer la limite de $c(t)$ lorsque t tend vers $+\infty$.

8. Interpréter ce résultat dans le contexte de la production réalisée en laboratoire.

EXERCICE 3 **4 points**

Les quatre questions de cet exercice sont indépendantes.

Question 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation :

$$\mathrm{e}^{2t} > 0,12.$$

Question 2

On considère la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par

$$F(t) = a\mathrm{e}^{2t+6}.$$

1. F est une primitive de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = 6\mathrm{e}^{2t+6}$.

   Déterminer la valeur de a.

2. Donner une autre primitive de la fonction f.

Question 3

On s'intéresse à l'équipement des habitants d'une grande ville en ordinateurs depuis 2000.
La part (exprimée en %) des habitants de cette ville ayant au moins un ordinateur est modélisée par la fonction f définie sur $[0\ ;\ +\infty]$ par :

$$f(t) = \frac{94,6}{1+\mathrm{e}^{0,6-0,2t}}$$

où t est la durée écoulée (en année) depuis l'année 2000.
Montrer que le taux d'équipement ne peut jamais être supérieur à 94,6 %.

Question 4

Soit f la fonction définie sur $]0\ ;\ +\infty]$ par :

$$f(x) = \frac{\mathrm{e}^x}{x^2+26x}.$$

Déterminer la limite de la fonction f lorsque x tend vers $+\infty$.