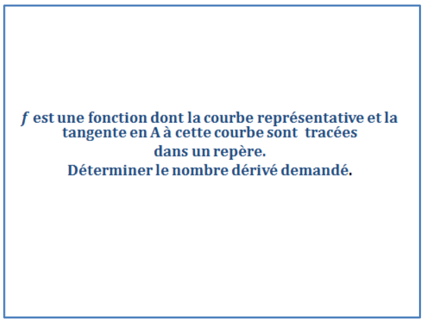
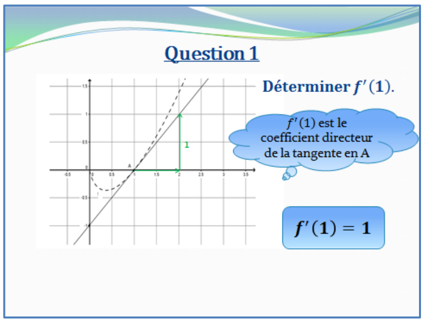
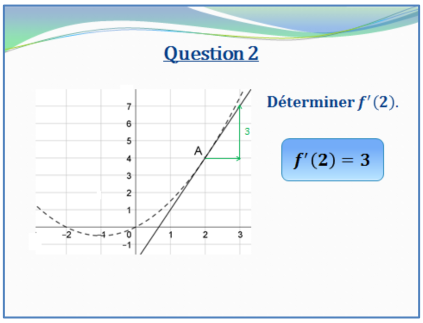
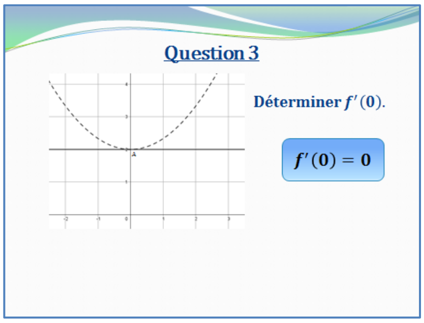
Dérivation − Série 1 − Correction

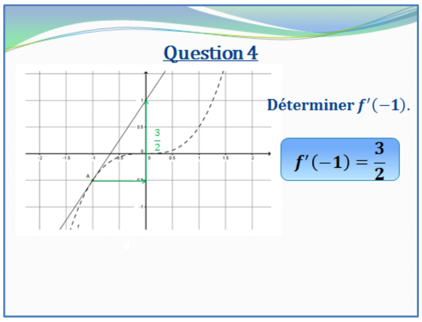
CONSIGNE Déterminer par lecture graphique le nombre dérivé.

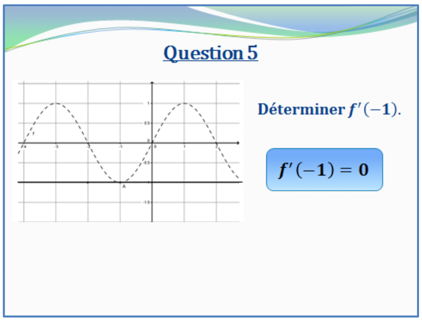


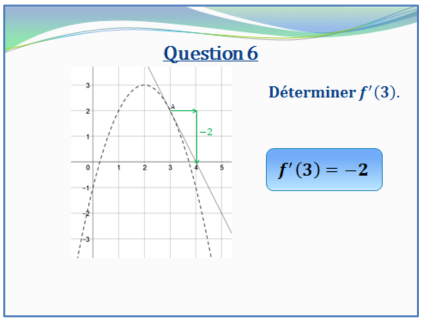


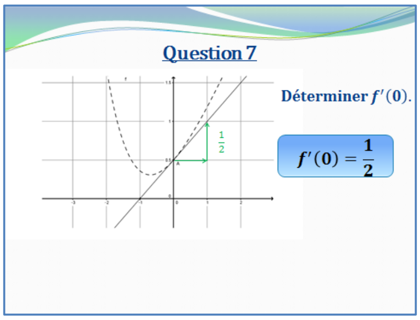


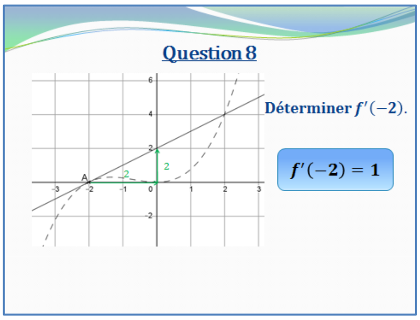


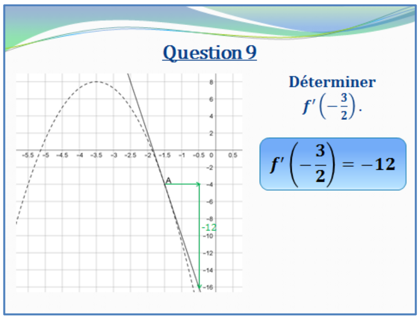


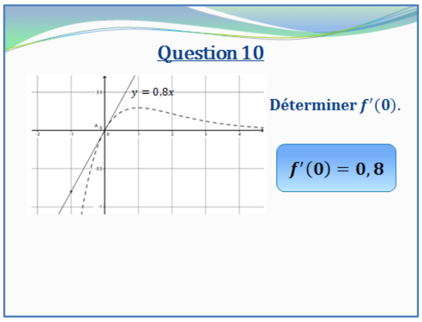












Dérivation − Série 2 − Correction

CONSIGNE Déterminer la fonction dérivée de f.

f est une fonction définie et dérivable sur un intervalle donné.
Déterminer la fonction dérivée de f.

Question 1

f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -7$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 0$

Question 2

f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + 5$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 1$

Question 3

f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = t^2$

Pour tout $t \in \mathbb{R}$, $f'(t) = 2t$

Question 4

f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 3x^2$

Question 5

f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x}$

Pour tout $x > 0$, $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$

Question 6

f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$

Pour tout $x > 0$, $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Question 7

f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x + \sqrt{2}$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = -1$

Question 8

f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{3}{2}x - 1$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = \frac{3}{2}$

Question 9

f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^5$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 5x^4$

Question 10

f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = t^6$

Pour tout $t \in \mathbb{R}$, $f'(t) = 6t^5$

Fin

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand

Dérivation − Série 3 − Correction

CONSIGNE Déterminer la fonction dérivée de f.

f est une fonction définie et dérivable sur un intervalle donné.
Déterminer la fonction dérivée de f.

Question 1

f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -7x + \frac{3}{4}$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = -7$

Question 2

f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 8x + 1$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 2x - 8$

Question 3

f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = 3t^2 - t + 7$

Pour tout $t \in \mathbb{R}$, $f'(t) = 6t - 1$

Question 4

f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5x^3 - 8x^2 + x$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 15x^2 - 16x + 1$

Question 5

f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = -7x^4 + \frac{1}{x}$

Pour tout $x > 0$, $f'(x) = -28x^3 - \frac{1}{x^2}$

Question 6

f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{4}{x} + 3$

Pour tout $x > 0$, $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{4}{x^2}$

Question 7

f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + 4\sqrt{x} - \sqrt{5}$

Pour tout $x > 0$, $f'(x) = 2x^2 + \frac{2}{\sqrt{x}}$

Question 8

f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = -7x^5 - \frac{x^2}{2} + \frac{2}{x}$

Pour tout $x > 0, f'(x) = -35x^4 - x - \frac{2}{x^2}$

Question 9

f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = t(4t^2 - 5)$

Pour tout $t \in \mathbb{R}$, $f(t) = 4t^3 - 5t$
D'où $f'(t) = 12t^2 - 5$

Question 10

Soient L une constante positive et
f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^4 - 2Lx^3 + L^3x$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 4x^3 - 6Lx^2 + L^3$

Fin

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand

Dérivation − Série 4 − Correction

CONSIGNE Répondre à la question posée.

f est une fonction et $\mathcal{C}$ est sa courbe représentative dans un repère du plan.
Dans chaque cas, répondre à la question posée.

Question 1

f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x - 7$

Calculer $f'(-4)$.

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 3$ donc $f'(-4) = 3$.

Question 2

f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x - 7$

Calculer l'ordonnée du point de $\mathcal{C}$ d'abscisse -4.

$f(-4) = 3 \times (-4) - 7 = -19$

donc l'ordonnée du point de C d'abscisse -4 est -19.

Question 3

f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{7}$

Calculer $f'(1)$ et $f'(-2)$.

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = -\frac{3}{4}$

donc $f'(1) = f'(-2) = -\frac{3}{4}$.

Question 4

f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = -8$

Calculer $f(\sqrt{2})$ et $f'(\sqrt{2})$.

$f(\sqrt{2}) = -8$

Pour tout t $\in \mathbb{R}$, $f'(t) = 0$ donc $f'(\sqrt{2}) = 0$.

Question 5

f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$

Calculer $f'(-4)$.

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 2x$

donc $f'(-4) = 2 \times (-4) = -8$.

Question 6

f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$

Calculer le coefficient directeur de la tangente T à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 3 .

Le coefficient directeur de T est $f'(3)$.

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 2x$

donc le coefficient directeur de T est 6.

Question 7

f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x}$

Calculer $f'(2)$.

Pour tout $x > 0$, $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$

donc $f'(2) = -\frac{1}{4}$.

Question 8

f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$

Calculer $f(1)$ et $f'(1)$.

$f(1) = 1$

Pour tout $x > 0$, $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

donc $f'(1) = \frac{1}{2}$.

Question 9

f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^3$

Calculer le coefficient directeur de la tangente T à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 2 .

Le coefficient directeur de T est $f'(2)$.

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 6x^2$

donc le coefficient directeur de T est 24.

Question 10

f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + x$

Calculer l'abscisse du point de $\mathcal{C}$ en lequel la tangente est parallèle à l'axe des abscisses.

On résout dans $\mathbb{R}$ l'équation $f'(x) = 0$

$2x + 1 = 0$

$x = -\frac{1}{2}$

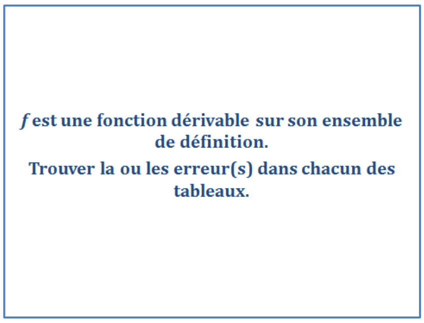
Fin

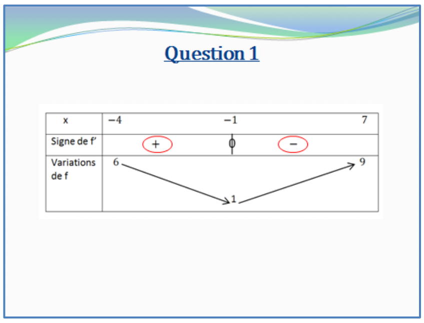
Activités mentales et automatismes en classe de première

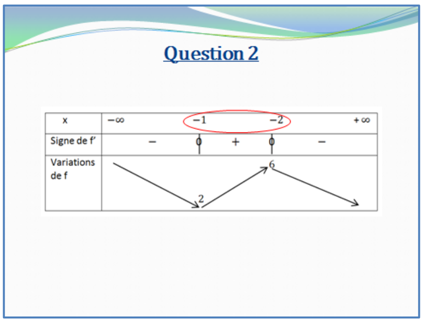
IREM de Clermont-Ferrand

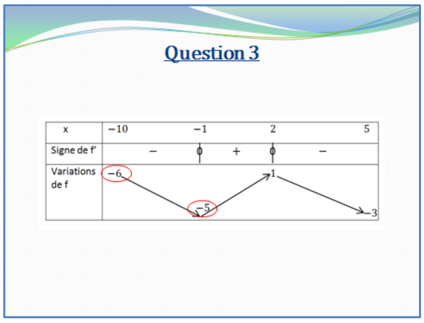
Dérivation – Série 5 – Correction

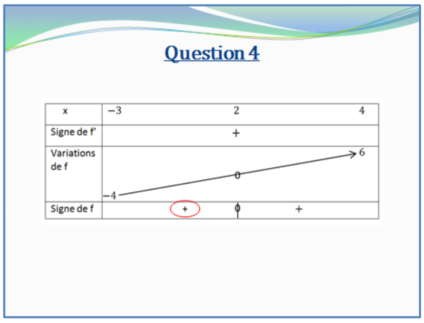
CONSIGNE Pour les quatre premières diapositives, trouver la ou les erreur(s) et pour les six autres, répondre à la question posée.

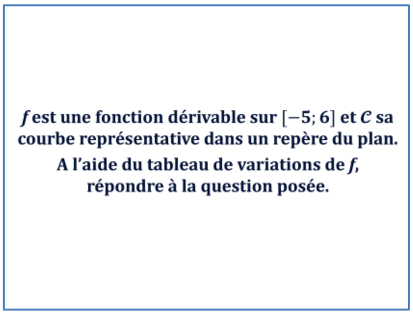


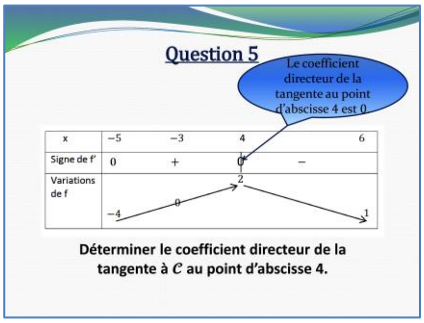


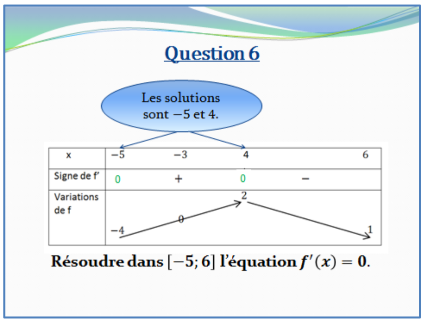


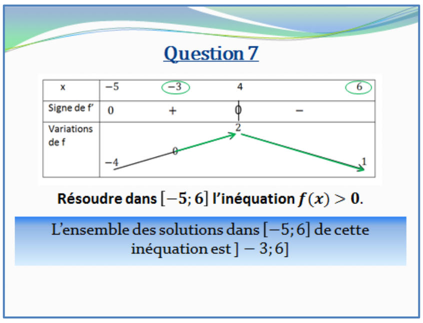


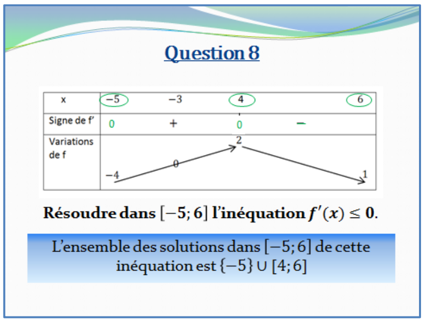


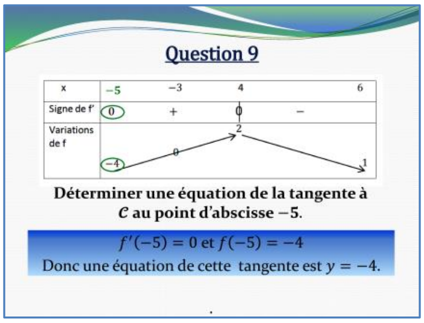


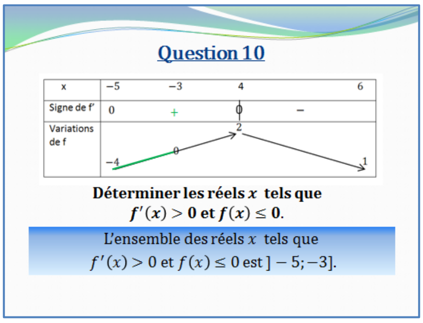








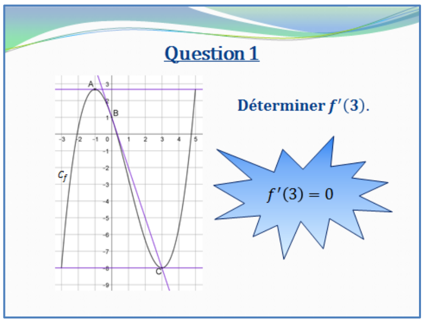


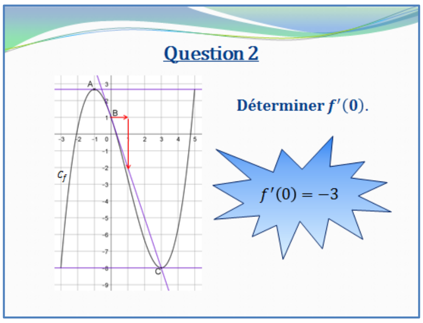


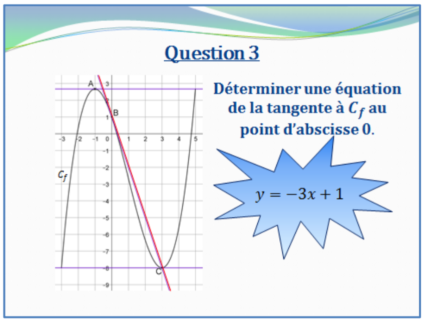
Dérivation − Série 6 − Correction

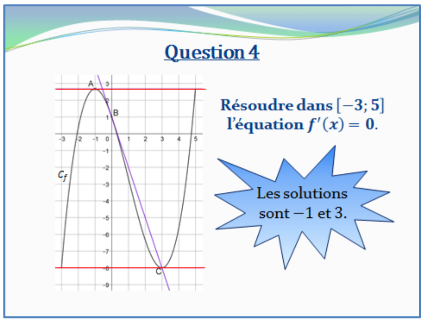
CONSIGNE Répondre à la question posée.

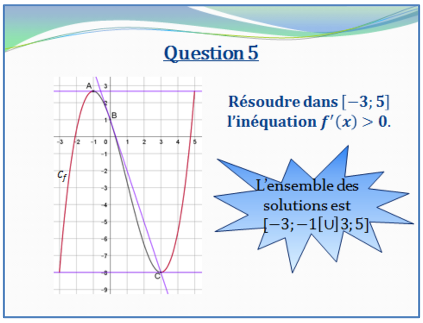
f est une fonction définie et dérivable sur $[-3;5]$
et C_f sa courbe représentative dans un repère du plan.
Les droites tracées sont les tangentes à C_f en A, B et C.
Répondre à la question posée.

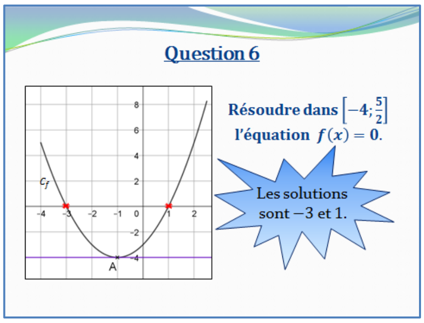


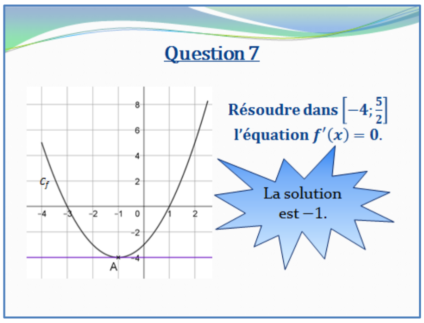


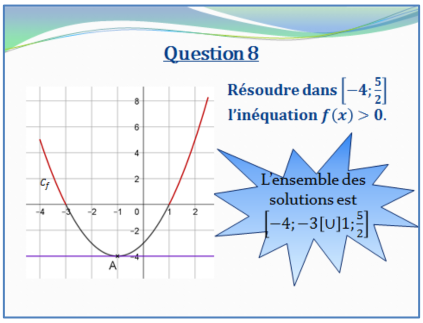


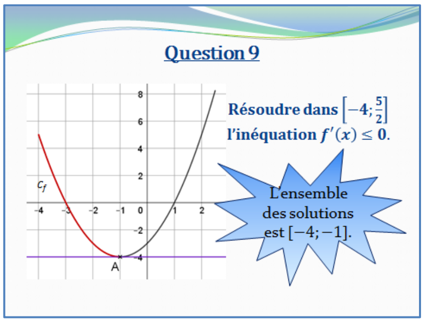


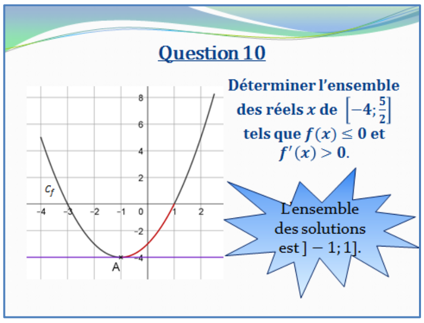












Dérivation − Série 7 − Correction

CONSIGNE La dérivée de la fonction f étant donnée, déterminer le sens de variation de la fonction f.

f est une fonction définie et dérivable sur un intervalle I
et f' sa fonction dérivée.
Déterminer le sens de variation de f sur I.

Question 1

$I =]-\infty; 0]$

$f'(x) = -3x + 2$

Pour tout $x \leq 0$, $f'(x) > 0$

La fonction f est strictement croissante sur I.

Question 2

$I = [0; +\infty[$

$f'(x) = -7x - 3$

Pour tout $x \geq 0$, $f'(x) < 0$

La fonction f est strictement décroissante sur I.

Question 3

$I = \mathbb{R}$

$f'(x) = x^2 + 2$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) > 0$

La fonction f est strictement croissante sur I.

Question 4

$I = \mathbb{R}$

$f'(x) = -2x^2 - 5$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) < 0$

La fonction f est strictement décroissante sur I.

Question 5

$I =]-\infty; 0[$

$f'(x) = \frac{7}{x}$

Pour tout $x < 0$, $f'(x) < 0$

La fonction f est strictement décroissante sur I.

Question 6

$I =]-\infty; 0[$

$f'(x) = \frac{\sqrt{2} - 1}{x^2}$

Pour tout $x < 0$, $f'(x) > 0$

La fonction f est strictement croissante sur I.

Question 7

$I =]-\infty; 0[$

$f'(x) = -\frac{5}{x} + 1$

Pour tout $x < 0$, $f'(x) > 0$

La fonction f est strictement croissante sur I.

Question 8

$I =]-\infty; -5[$

$f'(x) = \frac{x}{(x+5)^2}$

Pour tout $x < -5$, $f'(x) < 0$

La fonction f est strictement décroissante sur I.

Question 9

$I =]0; +\infty[$

$f'(x) = \frac{-1-x}{\sqrt{x}}$

Pour tout $x > 0$, $f'(x) < 0$

La fonction f est strictement décroissante sur I.

Question 10

$I = \mathbb{R}$

$f'(x) = 5x - 3$

$f'(x) > 0 \Leftrightarrow x > \frac{3}{5}$

La fonction f est strictement croissante sur $[\frac{3}{5}; +\infty[$ et strictement décroissante sur $]-\infty; \frac{3}{5}]$.

Fin

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand

Dérivation – Série 8 – Correction

CONSIGNE Pour les six premières diapositives, préciser si la proposition est vraie ou fausse et pour les quatre autres, déterminer la bonne réponse.

f est une fonction définie et dérivable sur un intervalle donné et f' sa fonction dérivée.
Pour chaque question, préciser si la proposition est vraie ou fausse.

Question 1

f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + x$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 3x^2 + x$

FAUSSE

$f'(x) = 3x^2 + 1$

Question 2

f définie sur $]0;\ +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{x}$

Pour tout $x > 0$, $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2}$

FAUSSE

$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$

Question 3

f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{5}{4}x^4 - 8x^2 + \sqrt{2}$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 5x^3 - 16x$

VRAIE

Question 4

f définie sur $]0;\ +\infty[$ par $f(x) = x\sqrt{x}$

Pour tout $x > 0$, $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

FAUSSE

$f'(x) = 1\sqrt{x} + \frac{x}{2\sqrt{x}} = \frac{3}{2}\sqrt{x}$

Question 5

f définie sur $]\frac{1}{3};\ +\infty[$ par $f(x) = \frac{x^2}{3x-1}$

Pour tout $x > \frac{1}{3}$, $f'(x) = \frac{2x}{3}$

FAUSSE

$f'(x) = \frac{2x(3x-1) - 3x^2}{(3x-1)^2}$

Question 6

f définie sur $]0;\ +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x^2}$

Pour tout $x > 0$, $f'(x) = -\frac{2}{x^3}$

VRAIE

f est une fonction définie et dérivable sur un intervalle donné et f' sa fonction dérivée.
Pour chaque question, déterminer la réponse correcte.

Question 7

f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x^3 + x^2 - x)^2$

A. $f'(x) = 2(x^3 + x^2 - x)$
B. $f'(x) = 2(3x^2 + 2x - 1)(x^3 + x^2 - x)^2$
C. $f'(x) = 2(3x^2 + 2x - 1)(x^3 + x^2 - x)$

Question 8

f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{x^2+7}$

A. $f'(x) = \frac{1}{2x}$
B. $f'(x) = -\frac{2x}{(x^2+7)^2}$
C. $f'(x) = \frac{2x}{(x^2+7)^2}$

Question 9

f définie sur $]0;\ +\infty[$ par $f(x) = x^2\sqrt{x}$

A. $f'(x) = 2x\sqrt{x} + \frac{x^2}{\sqrt{x}}$
B. $f'(x) = 2x\sqrt{x} - \frac{x^2}{2\sqrt{x}}$
C. $f'(x) = 2x\sqrt{x} + \frac{x^2}{2\sqrt{x}}$

Question 10

f définie sur $]\frac{5}{4};\ +\infty[$ par $f(x) = \frac{3x+7}{4x-5}$

A. $f'(x) = \frac{3}{4}$
B. $f'(x) = \frac{3(4x-5)-4(3x+7)}{(4x-5)^2}$
C. $f'(x) = \frac{3(4x-5)+4(3x+7)}{(4x-5)^2}$

Dérivation – Série 9 – Correction

CONSIGNE Déterminer la fonction dérivée de la fonction f.

f est une fonction définie et dérivable sur un intervalle donné.
Déterminer la fonction dérivée de f.

Question 1

f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (7x-3)^8$

Si $f(x) = g(ax+b)$ alors $f'(x) = ag'(ax+b)$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$f'(x) = 7 \times 8(7x-3)^7 = 56(7x-3)^7$

Question 2

f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \left(7 - \frac{1}{2}x\right)^6$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$f'(x) = -\frac{1}{2} \times 6\left(7 - \frac{1}{2}x\right)^5 = -3\left(7 - \frac{1}{2}x\right)^5$

Question 3

f définie sur $\left]-\infty; \frac{9}{4}\right[$ par $f(x) = \sqrt{9-4x}$

Pour tout $x < \frac{9}{4}$,
$f'(x) = -4 \times \dfrac{1}{2\sqrt{9-4x}} = -\dfrac{2}{\sqrt{9-4x}}$

Question 4

f définie sur $]-\infty; 2[$ par $f(t) = \frac{1}{2}\sqrt{-t+2}$

Pour tout $t < 2$,
$f'(t) = \dfrac{1}{2} \times (-1) \times \dfrac{1}{2\sqrt{-t+2}} = -\dfrac{1}{4\sqrt{-t+2}}$

Question 5

f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -4(6x-5)^3 + 7$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$f'(x) = -4 \times 6 \times 3(6x-5)^2 = -72(6x-5)^2$

Question 6

f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{11-7x}$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = -7e^{11-7x}$

Question 7

f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{4}e^{8x-\sqrt{2}}$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$f'(x) = \dfrac{1}{4} \times 8e^{8x-\sqrt{2}} = 2e^{8x-\sqrt{2}}$

Question 8

f définie sur $\left]\frac{8}{9}; +\infty\right[$ par $f(x) = (9x-8)^{-7}$

Pour tout $x > \frac{8}{9}$,
$f'(x) = 9 \times (-7)(9x-8)^{-8} = -63(9x-8)^{-8}$

Question 9

f définie sur $\left]\frac{3}{4}; +\infty\right[$ par $f(x) = \sqrt{4x-3}$
Calculer le coefficient directeur de la tangente T à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 1.

Le coefficient directeur de T est $f'(1)$.
Pour tout $x > \frac{3}{4}$, $f'(x) = \frac{2}{\sqrt{4x-3}}$
donc le coefficient directeur de T est 2.

Question 10

f définie sur $\left]-\infty; \frac{1}{2}\right[$ par $f(x) = (2x-1)^{-4}$
Déterminer une équation de la tangente T à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0.

Une équation de T est $y = f'(0)x + f(0)$.
Pour tout $x < \frac{1}{2}$, $f'(x) = -8(2x-1)^{-5}$.
$f'(0) = -8(-1)^{-5} = 8$ et $f(0) = (-1)^{-4} = 1$
donc une équation de T est $y = 8x + 1$.

Fin

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand