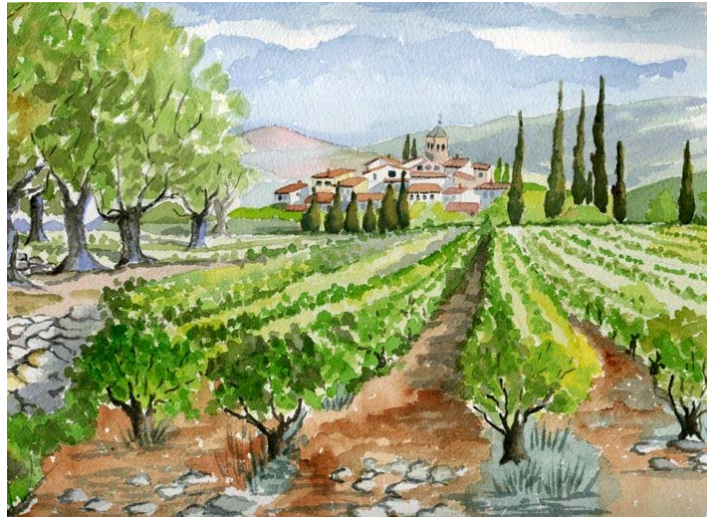


**Option Sciences
AU LYCÉE JULES GUESDE
DE MONTPELLIER**

LA VIGNE ET LE VIN

2008



2009

MATHÉMATIQUES



MATH – FICHE I : Superficie et rendement**1^{ère} partie****Calcul de l'aire de la parcelle de Carignan du domaine de Piquet à Grabels**

- 1° a) Sur le **graphique** qui vous a été distribué, complétez les renseignements collectés sur place au domaine de Piquet, pour la parcelle de Carignan, concernant l'espace entre les rangs ainsi que l'espace entre deux pieds en mètres, puis en déduire la surface disponible pour un cep en m².
- b) Observez la **photo aérienne** qui vous a été distribuée et en déduire la valeur de h en mètres **sur le terrain**.
- 2° a) Copiez le fichier **données domaine de Piquet élève.xls** dans votre dossier, renommez-le "**NOM de votre groupe-votre nom-fiche I**" puis ouvrez le à la page **mesures sur le graphique**.
- b) En vous reportant au graphique, effectuez les mesures demandées, au mm près, et reportez-les dans le tableau prévu à cet effet.
- c) Dans la cellule **C3** rentrez une formule qui soit recopiable pour en déduire les mesures en mètres sur le terrain de b , B , a , c et d .
- d) Sous le tableau ainsi complété, faites figurer tous les calculs qui vous ont été nécessaires pour obtenir l'aire en m² de cette parcelle en exploitant au mieux les possibilités qu'offre un tableur.
- 3° a) Ouvrez maintenant la page **mesures sur la photo aérienne**.
- b) En vous reportant à la photo aérienne, effectuez les mesures demandées, au mm près, et reportez-les dans le tableau prévu à cet effet.
- c) Dans la cellule **C3** rentrez une formule qu'on puisse recopier pour en déduire les mesures en mètres sur le terrain de b , B , a , c et d .
- d) Sous le tableau ainsi complété, faites figurer tous les calculs qui vous ont été nécessaires pour obtenir l'aire en m² de cette parcelle en exploitant au mieux les possibilités qu'offre un tableur.

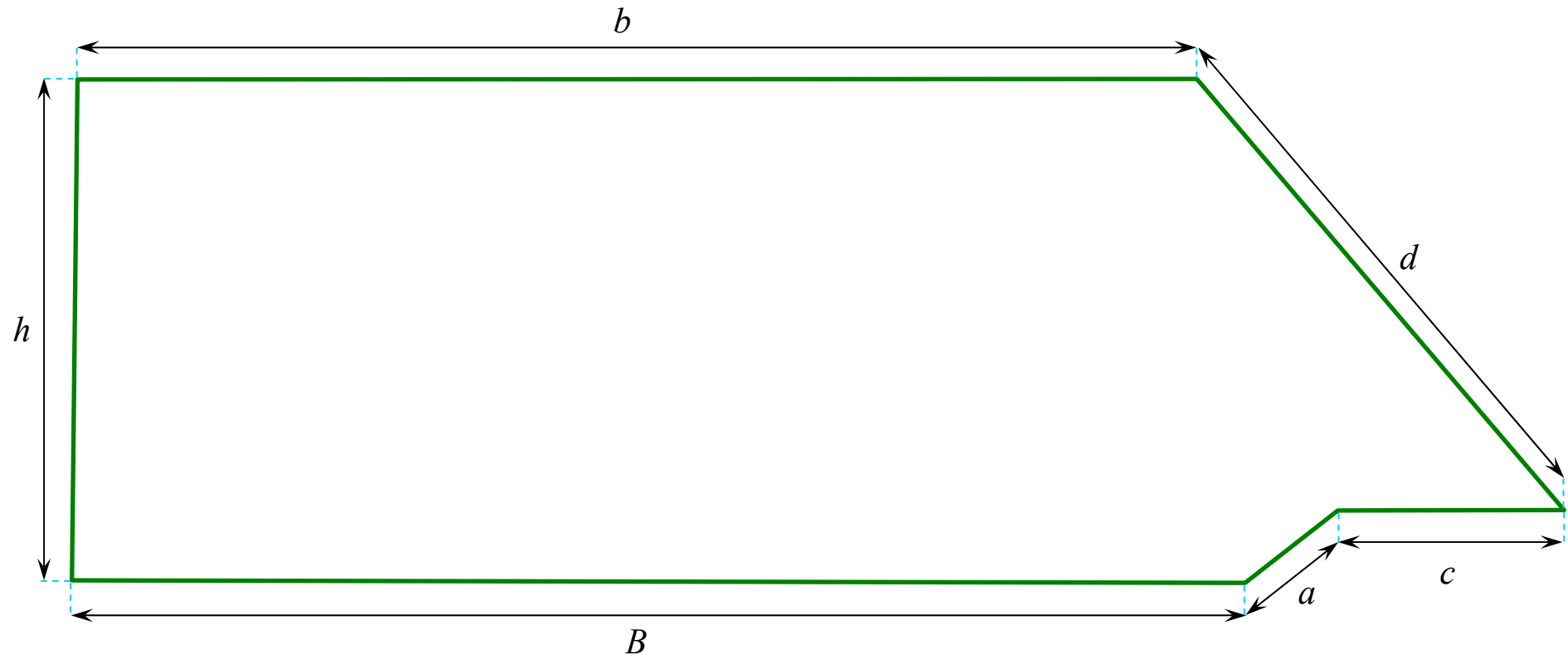
2^{ème} partie**Calcul du rendement de la parcelle de Carignan du domaine de Piquet à Grabels**

- 1° Ouvrez maintenant la page **Données-calculs**.
- 2° Complétez toutes les cases vides des différents tableaux de cette feuille ainsi que les cases avec "bordure" de façon à pouvoir obtenir le rendement de cette parcelle en hl/ha.
- NB : pour calculer la masse moyenne d'une grappe, vous pondérerez les différents types de grappes selon la perception que vous en avez eu lors de votre visite.

 Fichier Excel "élève"

Étude 1 :**Domaine de Piquet à Grabels – Vue sur la parcelle de Carignan**

Domaine de Piquet à Grabels – schéma de la parcelle de Carignan



Espace entre les rangs : m



Espace entre deux pieds : m



d'où la surface disponible pour un cep : $S = \text{..... } m^2$.

👉 [Fichier Excel "PROF"](#)

MATH – FICHE II : Assemblages ; mélanges ; alcoolémie

Étude n°1 : « *Les assemblages font la noblesse du vin ; les mélanges eau-vin engendrent la tristesse !* »

1. Bacchus vient de remplir son verre à ras bord d'un vin de pays. Il en boit tout d'abord une gorgée que son épouse Ariane évalue à $\frac{1}{6}$ de son verre. À son insu, elle complète alors le verre de Bacchus avec de l'eau et mélange le tout soigneusement. Bacchus, qui ne s'est rendu compte de rien, boit ensuite ce qu'Ariane évalue à $\frac{2}{3}$ de ce mélange qu'elle complète une nouvelle fois avec de l'eau. Suite à cela, Bacchus boit le tout d'un trait... a-t-il bu plus d'eau que de vin ?
2. Un viticulteur bordelais possède plusieurs barriques contenant 228 ℓ de vin. L'une de ces barriques étant à l'abri des regards, un employé peu délicat y prélève chaque jour un litre qu'il remplace subrepticement par de l'eau...
 - a) À partir de quel jour ce tonneau contiendra-t-il au moins un quart d'eau ?
 - b) À partir de quel jour ce tonneau contiendra-t-il plus d'eau que de vin ?

N.B : vous pourrez utiliser **UN TABLEUR** pour répondre à ces questions et nommerez votre fichier : "**NOM de votre groupe- -fiche II-étude1-2**"

3. Un tonneau de vin est rempli à ras bord. Tous les soirs, on enlève 2 litres du contenu que l'on remplace par 2 litres d'eau. Au matin du dix-huitième jour il y a quasiment moitié vin, moitié eau. Quelle est la contenance de ce tonneau sachant que c'est un nombre entier de litres ?

N.B : vous pourrez utiliser **UN TABLEUR** pour répondre à ces questions et nommerez votre fichier : "**NOM de votre groupe-fiche II-étude1-3**"

Math – Fiche II : Indications pour le professeur

Étude n°1 :

1. Bacchus boit en tout 1 verre et $\frac{5}{6}$ de verre soit 1 verre de vin et $\frac{5}{6}$ d'eau... donc il a bu plus de vin. En effet au départ il y a un verre plein de vin ; ensuite Ariane ajoute $\frac{1}{6}$ de verre d'eau puis $\frac{2}{3}$ de verre donc $\frac{5}{6}$ d'eau.

Remarque : $\frac{1}{6} < \frac{1}{3}$ donc $\frac{1}{6} + \frac{2}{3} < \frac{1}{3} + \frac{2}{3}$, ce qui suffit pour savoir que l'on a bu plus de vin que d'eau...

2. Si l'on appelle q_n la quantité de vin (en litres) présente dans le tonneau après le n-ième jour, on a : $q_0 = 228$

Premier jour :

$q_1 = 228 - 1 = 227$ et donc une fois le litre d'eau rajouté, la proportion de vin dans le tonneau sera égale à $\frac{227}{228}$ et le litre qui sera prélevé le 2^{ème} jour contiendra donc $\frac{227}{228} \ell$ de vin, d'où :

Deuxième jour :

$q_2 = 227 - \frac{227}{228} = 227 \left(1 - \frac{1}{228}\right) = q_1 \times \frac{227}{228} = \frac{227^2}{228}$ et donc une fois le litre d'eau rajouté, la proportion de vin dans le tonneau est égale à $\frac{q_2}{228}$ et le litre qui sera prélevé le 3^{ème} jour contiendra donc $\frac{q_2}{228} \ell$, d'où :

Troisième jour :

$$q_3 = q_2 - \frac{q_2}{228} = q_2 \left(1 - \frac{1}{228}\right) = q_1 \left(\frac{227}{228}\right)^2 = \frac{227^3}{228^2}$$

🔗 **UTILISATION D'UN TABLEUR “fichier barrique vin+eau-profs.xls”**... On trouvera :

a) : à partir du 66^{ème} jour ; **b)** : à partir du 158^{ème} jour.

On peut prolonger l'exercice dans certains groupes jusqu'à leur faire trouver la relation de récurrence... $q_{n+1} = q_n - \frac{q_n}{228} = q_1 \left(1 - \frac{1}{228}\right)^n = q_1 \left(\frac{227}{228}\right)^n$, car le litre que l'on prélève le (n + 1)-ième jour contient $\frac{q_n}{228} \ell$ de vin... puis on pourra alors leur faire reformuler les questions ainsi :

a) Il faut donc trouver n tel que : $\left(\frac{227}{228}\right)^n \leq 0,75$

a) Il faut donc trouver n tel que : $\left(\frac{227}{228}\right)^n \leq 0,5$

En fait si la plupart des élèves ont bien trouvé la formule de récurrence $q_{n+1} = q_n - \frac{q_n}{v}$, avec $v = 228$, pour ensuite utiliser le tableur et répondre correctement à la question posée, il a fallu vraiment insister pour qu'ils "voient" la factorisation $q_{n+1} = q_n \left(1 - \frac{1}{v}\right) = q_n \left(\frac{v-1}{v}\right)$ permettant de conjecturer que $q_{n+1} = q_1 \left(\frac{v-1}{v}\right)^n = (v-1) \left(\frac{v-1}{v}\right)^n = \frac{(v-1)^{n+1}}{v^n}$

3. Soit c la contenance en litres du tonneau. Appelons v_1 la quantité de vin en litres le soir du 1^{er} jour une fois le remplacement effectué. Donc : $v_1 = c - 2$; la concentration en vin devient alors $\frac{v_1}{c}$ et en enlevant 2 litres de ce mélange, on enlève donc $2 \times \frac{v_1}{c}$ quantité de vin en litres.

Le soir du 2^{ème} jour la nouvelle quantité de vin est donc : $v_2 = v_1 - 2 \times \frac{v_1}{c} = v_1 \left(\frac{c-2}{c}\right)$; la concentration en vin devient alors $\frac{v_2}{c}$ et en enlevant 2 litres de ce mélange, on enlève donc $2 \times \frac{v_2}{c}$ quantité de vin.

Le soir du 3^{ème} jour la nouvelle quantité de vin est donc : $v_3 = v_2 - 2 \times \frac{v_2}{c} = v_2 \left(\frac{c-2}{c}\right) = v_1 \left(\frac{c-2}{c}\right)^2$

Etc., jusqu'à $v_{17} = v_1 \left(\frac{c-2}{c}\right)^{16} = (c-2) \left(\frac{c-2}{c}\right)^{16} = \frac{(c-2)^{17}}{c^{16}}$ (quantité de vin, en litres, le soir du 17^{ème} jour après l'échange ou encore le matin du dix-huitième jour).

Or on sait que $v_{17} = \frac{c}{2}$, donc on a : $\frac{(c-2)^{17}}{c^{16}} = \frac{c}{2}$ d'où : $(c-2)^{17} = \frac{c^{17}}{2}$

👉 **UTILISATION D'UN TABLEUR "tonneau-vin-2litres-profs.xls"**... on conjecture que ce tonneau contient 50 litres.

Remarque :

Avec le logiciel DERIVE, on peut vérifier que :

$$(50-2)^{17} = 48^{17} = 38115448583970168165554454528$$

$$\text{alors que : } \frac{50^{17}}{2} = 38146972656250000000000000000$$

Étude n°2 : Un mélange de subventions à se répartir

Pour la période 2007-2013, le département de l'Hérault va consacrer une enveloppe totale de 10,5 millions d'euros pour les programmes d'aide à la viticulture. Cette enveloppe correspond à 1,5 millions d'euros par an et elle sera distribuée aux producteurs de Vin de Table "VDT", Vin de Pays "VDP" et Vins de Qualité Produits dans des Régions Déterminées "VQPRD".

Notons simplement que les "VQPRD" se divisent en "AOC" Appellation d'Origine Contrôlée et "VDQS" Vins Délimités de Qualité Supérieure.

Répartition en 2007 : cette somme est répartie annuellement pour les différents types de vins produits selon les critères suivants :

☞ 1/3 des subventions annuelles sont partagées de manière inversement proportionnelle au rendement, c'est-à-dire proportionnellement à l'inverse du rendement.

☞ 2/3 des subventions annuelles sont pondérées ainsi :

- production à 42%
- superficie à 58%.

1. Copiez le fichier **subvention vdt-vdp-vqprd-élèves.xls** , et renommez le "**NOM de votre groupe-fiche II-étude2**". Ouvrez les feuilles **Données VDT**, **Données VDP**, **Données VQPRD** et les compléter en bas de tableau. On pourra comparer, dans chacune de ces feuilles le rendement de 2007 avec le rendement moyen entre 2003 et 2007 et faire des observations pour comparer les rendements de ces différents vins. Reporter alors ces résultats dans la feuille **Données-Calculs**.

2. Établir, sur la feuille **Données-calculs** du fichier :

- le coefficient d'inverse proportionnalité pour le partage des subventions entre chaque type de vin (**tableau 1**) et établir ce partage (**tableau 2**).
- le pourcentage des fonds accordés pour chacun des deux autres critères à chaque type de vin produit, le pourcentage total des fonds accordés à chaque type de vin produit et les sommes accordées annuellement pour ces deux critères à chaque type de vin produit. (**tableau 3**).
- la somme totale en euros accordée à chaque type de vin produit. (**tableau 4**)
(Les calculs demandés en euros et en pourcentage seront arrondis au centième)

Source des fichiers VDT, VDP, VQPRD : Observatoire de la viticulture de l'Hérault

http://www.obs-viti-cg34.com/viti/docs/cvi/cvi07/c_rdtvdp_com34/

Étude 3 : Alcoolémie : « Deux verres, bonjour les dégâts... », mais deux verres de quoi ?

Le calcul de l'alcoolémie se fait de la façon suivante une heure après l'absorption et à jeûn :

Si a est le "poids", en grammes, d'alcool absorbé,

p est le "poids", en kg, de la personne qui boit,

k est le coefficient de diffusion (égal à 0,7 pour l'homme et à 0,6 pour la femme),

alors le taux d'alcoolémie est proportionnel à a (en grammes) et inversement proportionnel à p (en kg) et à k .

On rappelle que la densité de l'alcool pur est 0,8.

1° Une heure après avoir bu un demi-litre de bière à 5°, quel est le taux d'alcoolémie d'un homme de 75 kg et d'une femme de 55 kg ?

2° Une heure après avoir bu un whisky (4 cl à 40°) quels sont les taux respectifs d'un homme et d'une femme de mêmes poids que dans la question 1° ?

Math – Fiche II : Indications pour le professeur**Étude n°2 :****Données VDT**

	D	E
233	TOTAL	660609
		8695
	Rendement moyen en 2007	76,0 hl/ha
	Rendement moyen entre 2003 et 2007	79,7 hl/ha

660609 =SOMME(D6:D231)
 8695 =SOMME(E6:E231)
 76,0 =D233/E233
 79,7 =SOMMEPROD(C6:C231;E6:E231)/E233

Données VDP

	D	E
290	TOTAL	4207329
		65910
	Rendement moyen en 2007	63,8 hl/ha
	Rendement moyen entre 2003 et 2007	66,0 hl/ha

4207329 =SOMME(D6:D288)
 65910 =SOMME(E6:E288)
 63,8 =D290/E290
 66,0 =SOMMEPROD(C6:C288;E6:E288)/E290

Données VQPRD

	D	E
188	TOTAL	638443
		16912
	Rendement moyen en 2007	37,8 hl/ha
	Rendement moyen entre 2003 et 2007	39,7 hl/ha

638443 =SOMME(D6:D186)
 16912 =SOMME(E6:E186)
 37,8 =D188/E188
 39,7 =SOMMEPROD(C6:C186;E6:E186)/E188

Un travail sur proportionnalité et inverse proportionnalité s'est avéré nécessaire au préalable.

Voir

Corrigé : [2008-12-04 subventions vdt-vdp-vqprd profs.xls](#)

Étude 3 : Alcoolémie

Objectifs de ce étude :

- ☞ social : apprendre aux élèves les dangers, au moins légaux, de l'alcool,
- ☞ scientifiques : manipuler les notions de capacité, de densité et de concentration,
- ☞ mathématiques : établir une formule formalisant une situation de proportionnalité et savoir l'utiliser.

L'alcool diffuse dans toute l'eau de l'organisme. Or chez l'homme, l'eau représente environ 70 % de son poids alors que chez la femme elle représente environ 60 % de son poids, d'où le coefficient de diffusion égal à 0,7 pour l'homme et à 0,6 pour la femme. L'alcoolémie est maximale 30 minutes après l'ingestion d'alcool.

Par suite, l'information donnée nous permet de dire que le taux est obtenu par la formule suivante :

$$t = \frac{a}{pk}.$$

- a) Ainsi, un demi-litre de bière à 5° fournit 20 g d'alcool pur : 500 ml à 5° soit 25 ml d'alcool pur, donc $25 \times 0,8 \text{ g} = 20 \text{ g}$ d'alcool pur. D'où le taux d'alcoolémie pour un homme de 75 kg : $\frac{20}{75 \times 0,7} \approx 0,38095$, soit environ 0,38 g/♢ et pour une femme de 55 kg : $\frac{20}{55 \times 0,6} \approx 0,60606$, soit environ 0,61 g/♢.
- b) Pour un whisky, 4 cl à 40° fournissent 12,8 g d'alcool pur, puisque dans un litre de whisky on trouve $40 \times 0,8 \text{ g} = 320 \text{ g}$ d'alcool pur et $0,04 \times 320 \text{ g} = 12,8 \text{ g}$. Un homme aura donc un taux d'alcoolémie de $\frac{12,8}{75 \times 0,7} \approx 0,2438$, soit environ 0,24 g/♢ et une femme $\frac{12,8}{55 \times 0,6} \approx 0,38788$, soit environ 0,39 g/♢.

Note : Il est dit également que l'absorption pendant le repas fait tomber d'un tiers le taux d'alcoolémie. Il est possible alors de refaire les calculs précédents dans ces nouvelles conditions. On trouvera respectivement 0,16 g/♢ et 0,26 g/♢. On pourrait également faire représenter la situation dans laquelle un apéritif est pris, puis suivi d'une demi-bouteille de vin, environ une heure après et au cours du repas. On utilisera l'information : le corps élimine 0,15 g/l par heure ce qui, en théorie et si les phénomènes d'absorption-élimination sont linéaires, permet de donner à chaque instant le taux d'alcoolémie.

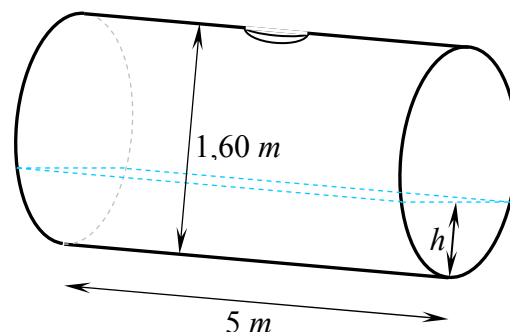
MATH – FICHE III : Quelques questions autour du transport et du stockage du raisin et/ou du vin...

I. Un viticulteur transporte son vin de table dans une tonne (citerne cylindrique posée horizontalement à plat comme indiqué sur la figure ci-dessous).

- diamètre du disque latéral : 1,60 m
- longueur de la cuve : 5 m

Pour savoir combien de litres de vin il lui reste dans sa tonne, ce viticulteur y plonge verticalement une jauge pour mesurer la hauteur de vin qui s'y trouve.

- 1 : Quelle quantité de vin peut-il transporter avec cette tonne ? (arrondir au litre le plus proche)
- 2 : De quelle quantité de vin dispose-t-il lorsque sa jauge lui indique une hauteur de 1,20 m ? de 1 m ? de 50 cm ? de 30 cm ?
- 3 : Aidez ce viticulteur en lui fabriquant une jauge étalonnée tous les 5 cm où vous indiquerez en face le nombre de litres de vin correspondant...
- 4 : Dans un repère cartésien du plan construire une représentation graphique en mettant le volume en litres en ordonnée et la hauteur lue sur la jauge en abscisse.



II. Différentes formules pour évaluer le volume des tonneaux...

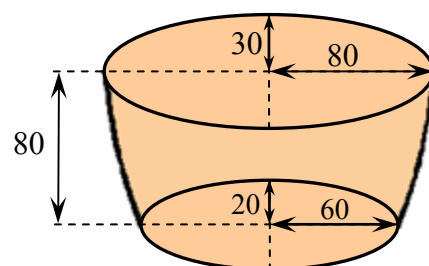
1° Traditionnellement, on récoltait le raisin dans de grands baquets de bois appelés “comportes” ou encore “ballonges”, sorte de demi-tonneau à section en forme d’ellipse (voir photo ci-contre). Tout aussi traditionnellement, à la campagne, pour évaluer des volumes comme celui d’un tonneau, d’un tas de sable, etc., on utilisait la *formule dite des “trois niveaux”* à savoir :

$$V = \frac{h}{6} (A_i + A_s + 4 \times A_m)$$

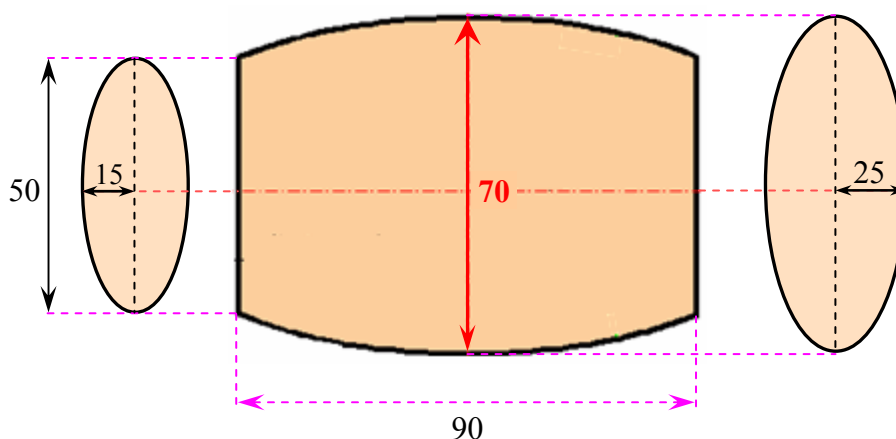
où h représente la hauteur, A_i l’aire inférieure, A_s l’aire supérieure et A_m l’aire à mi-hauteur.

Pour évaluer le volume d’une *ballonge* à l’aide de cette *formule des “trois niveaux”*, commençons par trouver comment calculer l’aire de la surface délimitée par une ellipse... C’est en fait assez simple : ouvrez le fichier “Du cercle à l’ellipse élève.doc” puis répondez aux questions posées et effectuez la manipulation demandée...

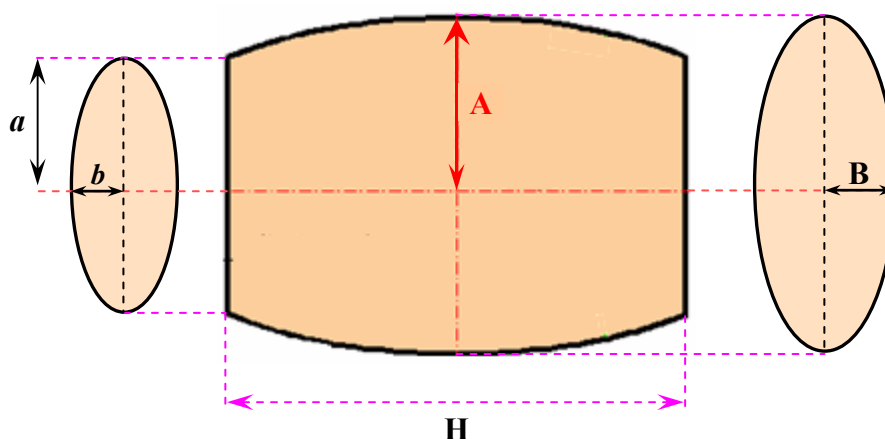
Vous devez pouvoir maintenant évaluer en litres le volume de la *ballonge* schématisée ci-contre (les cotes sont en cm) :



2° Évaluez de même en litres le volume du tonneau à section elliptique schématisé ci-dessous (les cotes sont en cm)



3° Dans certains manuels spécialisés, on peut trouver la formule suivante donnant le calcul exact du volume des tonneaux à section elliptique dans le cas particulier où la courbe latérale du tonneau est un morceau de parabole :



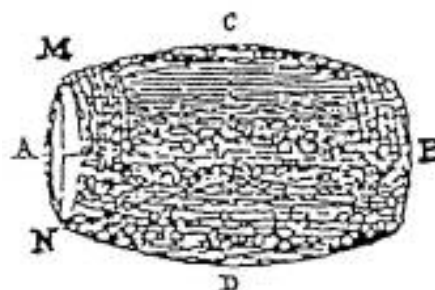
$$V = \frac{\pi \times H}{15} (3ab + 2aB + 2bA + 8AB)$$

- Calculez en litres le volume du tonneau de la question précédente avec cette formule. Que pensez-vous de l'évaluation donnée par formule des "trois niveaux" ?
- Que devient cette formule pour des tonneaux à section circulaire ? Vous noterez r le rayon du fond du tonneau et R le rayon à mi-hauteur.
- Exprimez de même la formule des "trois niveaux" pour des tonneaux à section circulaire (prendre les mêmes notations qu'à la question b).

4° (extrait de l'épreuve de "Mathématiques sans Frontières" du 14 mars 1991) Dans un manuel édité en 1865¹, on peut lire :

611. Problème. Calculer la capacité d'un tonneau.

On sait qu'un tonneau est une capacité formée par diverses planchettes de bois, appelées *douves*, dont les extrémités sont maintenues par des cercles de bois ou de fer et portent ce qu'on nomme *les deux fonds* du tonneau. Les *douves* sont plus ou moins renflées vers leur milieu ; ce renflement s'appelle *le bouge* du tonneau ; on nomme *diamètre du bouge* le plus grand diamètre CD, qui correspond, au milieu du tonneau, à une ouverture circulaire C, appelée *la bonde*, par laquelle le tonneau est rempli. Cela posé, voici comment on calcule la capacité d'un tonneau :



- doublez le diamètre du bouge CD et à ce double diamètre ajoutez le diamètre des fonds MN ;
- divisez la somme obtenue par 6 et faites le carré du quotient ;
- multipliez ce carré par le facteur 3,1416 ;
- enfin, multipliez ce dernier produit par la longueur intérieure AB du tonneau.

- Comparez cette méthode avec le calcul exact trouvé à la question 3° b) pour un tonneau dont la longueur intérieure vaut 130 cm, le diamètre du bouge vaut 93 cm et le diamètre des fonds vaut 78 cm. Vous exprimerez la contenance du tonneau au litre près.
- Déterminer selon cette méthode le volume d'un tonneau en fonction de la longueur intérieure H , du diamètre du bouge D et du diamètre des fonds d .
- Quelle formule retrouve-t-on lorsque le diamètre des fonds est égal au diamètre du bouge ? Est-ce également le cas avec la formule des "trois niveaux" ?

¹ La formule utilisée dans ce problème est connue sous le nom de "formule de l'An II" (ou de l'An VII). Certains supposent qu'elle émanait de la commission chargée d'uniformiser les poids et mesures sous la Révolution Française.