L'Option Sciences
AU LYCÉE JULES GUESDE DE MONTPELLIER

MATIÈRES GRANULAIRES

2006 / 2007

MATHÉMATIQUES

MATH – FICHE I

La matière granulaire, étude d'un modèle

***Étude 1.* Observations (Chaque groupe dispose d'une bassine à fond plat).**

1) Pour trois matériaux différents fournis (sable sec, sucre cristallisé, riz) faire un tas en laissant tomber lentement la matière toujours au même endroit, observer la forme du tas, décrire et relever ce qui peut être mesuré, renouveler l'expérience. Que constatez-vous concernant la forme du tas ? Que pensez-vous de la couche de matière granulaire constituant la base du tas ?

2) Pour les trois matériaux, remplir le cube fourni en laissant tomber lentement la matière. L'espace est il entièrement occupé comme avec de l'eau par exemple ? Comment faire pour occuper au mieux les espaces vides ? Renouveler l'expérience avec des billes calculer la densité de billes dans la boîte (rapport du volume occupé au volume total).

***Étude 2.* Un modèle : empilement de billes (Chaque groupe dispose d'une boîte et de billes).**

Voici un extrait de rapport de Monsieur Denis Auroux (CNRS - École Polytechnique)

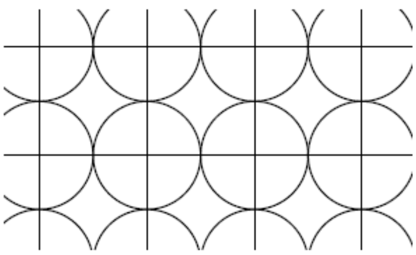
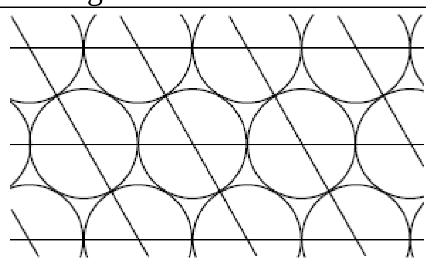
« Comment empiler efficacement des billes (ou tout autre fruit sphérique) de façon à obtenir un tas occupant aussi peu de volume que possible ? Est-il préférable d'empiler des couches où les fruits sont disposés en carrés, ou une disposition en triangles est-elle plus efficace ? Ce problème, en apparence anodin, aura donné du mal aux mathématiciens pendant près de quatre siècles : dès 1610, Kepler formulait une conjecture sur la question, mais il aura fallu attendre 1998 pour que les travaux de Thomas Hales en apportent la preuve de façon rigoureuse.
Le problème d'empilement peut être formulé mathématiquement de la façon suivante :

Quelle est la densité maximale d'un empilement de sphères pleines, toutes identiques, dans l'espace ? »

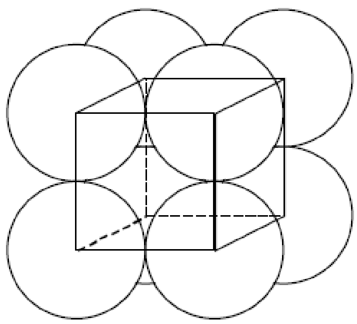
1) A l'aide des billes, réaliser des dispositions permettant de comprendre cet extrait du texte ci-dessus : *« …les "fruits" sont disposés en carrés, ou une disposition en triangles… ».*

2) Comment comprendre cet autre passage : *« … la densité maximale d'un empilement de sphères pleines, toutes identiques, dans l'espace. » ?*

3) Pour simplifier le problème, vous allez étudier la "densité" de cercles dans le plan dans les deux cas ci-dessous :

Les cercles forment un réseau dont les mailles sont des carrés :	Les cercles forment un réseau dont les mailles sont des losanges :
	

4) Étude de la "densité" de sphères dans l'espace dans quelques cas :

Calculer la densité pour ce réseau à mailles carrées :	Rechercher les autres empilements possibles et les résultats connus concernant les densités qu'ils offrent.
	

MATH – FICHE II

Modèle du tas de sable

Problème.

On verse du sable sec et homogène sur une plaque en carton surélevée (en essayant d'en laisser le maximum possible sur cette plaque). La forme obtenue évolue jusqu'à se stabiliser. Le sable que l'on tente d'y ajouter, tombe par éboulement en dehors de la plaque. Quelle est la forme du tas obtenu ?

Vocabulaire.

Le tas de sable forme un polyèdre dont la plaque en carton est une des faces. On appelle :

- **Base :** une plaque en carton.
- **Coin :** un sommet de la base.
- **Côté :** un côté de la plaque en carton.
- **Arête :** une arête du polyèdre qui n'est pas un côté de la base. Si elle est issue de la base elle est dite **latérale** sinon elle est dite **sommitale** ou **faitière.**
- **Sommet :** l'intersection de trois arêtes
- **Face :** une face du polyèdre autre que la base.

Étude 1. ***Étude de la forme obtenue pour une base carrée. (Chaque groupe dispose d'une bassine à fond plat, de sable sec et d'un morceau de carton).***

Réaliser l'expérience plusieurs fois et répondre aux questions suivantes.

1) Peut-on observer une arête sommitale ? Quelle est la position des arêtes latérales ?

2) En fonction de la longueur du côté c de la plaque carrée, évaluer toutes les dimensions mesurables du tas obtenu ; tout d'abord en réalisant de simples mesures, ensuite en tentant de justifier les réponses.

Étude 2. ***Étude de la forme obtenue pour une base rectangulaire.***

Réaliser l'expérience plusieurs fois et répondre aux questions suivantes.

1) Peut-on observer une arête sommitale ? Quelle est la position des arêtes latérales ?

2) En fonction des dimensions des côtés l et L de la plaque rectangulaire, donner toutes les dimensions mesurables du tas obtenu ; tout d'abord en réalisant de simples mesures, ensuite en tentant de justifier les réponses.

Étude 3. ***Étude de la forme obtenue pour une base en forme de quadrilatère convexe quelconque.***

Réaliser l'expérience plusieurs fois et répondre aux questions suivantes.

1) Peut-on observer une arête sommitale ? Quelle est la position des arêtes latérales ?

2) Pouvez- vous conjecturer quelques règles de formation des tas lorsque la plaque est un quadrilatère convexe ? Comment démontrer ces conjectures ?

Premières mesures avec des tas de sable sec (de Palavas les Flots et de Sète), des tas de sucre cristallisé et des tas de riz …

Très vite le compas s'est avéré utile …

mais aussi un pic à brochettes (!) ou le pied à coulisse digital électronique de Mr Bonafé (la classe !) ….

Pente de la droite de régression :	0,5549535
Angle correspondant	29,02824