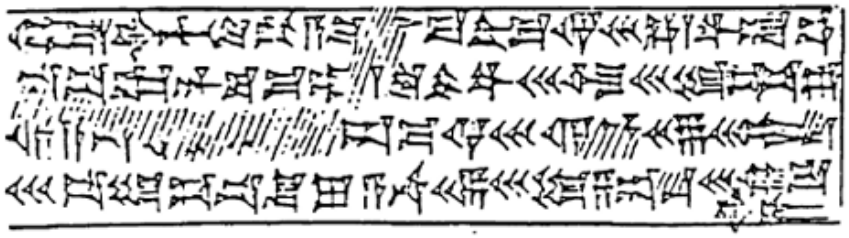
Résoudre des problèmes du second degré

À Babylone

Tablette BM 13901 Problème 2. 1800 avant J.C.

Résolution d'une équation du type $x^2 - x = a$

J'ai soustrait de la surface le côté de mon carré : 14`30. Tu poseras 1, l'unité. Tu fractionneras en deux 1 : (30'). Tu croiseras 30' et 30' : l5'. Tu ajouteras à 14`30 : 14`30°15'. C'est le carré de 29°30'. Tu ajouteras le 30' que tu as croisé à 29°30' : 30 le côté du carré.



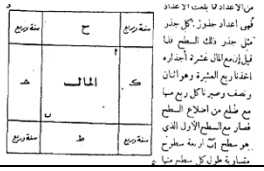
Ressources

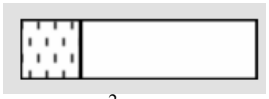
- ***Le calcul littéral au collège (Partie I, Eclairage historique : l'algèbre, un domaine ou un langage ?, page7)***, IREM de Poitiers. En ligne https://publimath.fr/ipo99004/ .
- ***Article de Wikipédia sur la tablette BM 13901*** : https://fr.wikipedia.org/wiki/BM_13901 .
- ***Sur le site de Bernard Ycart : Histoires de mathématiques*** (https://www.hist-math.fr/pdf/babylone.pdf)
- ***Les mathématiques en Mésopotamie (pages 189-210)***, brochure de l'IREM de Grenoble (activités pour le collège et le lycée) : https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/recherche-action/histoire-et-enseignement-des-mathematiques/les-mathematiques-en-mesopotamie-variations-sur-les-aires-498427.kjsp?RH=1538420949360

Chez les Arabes

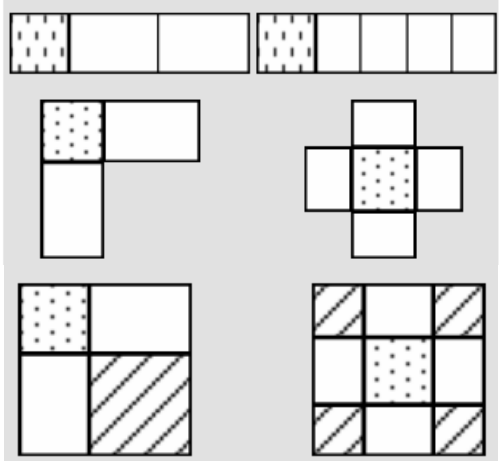
*Source : **Al Khwarizmi, Court traité d'al jabr et al muqabala*** (ou *Abrégé du calcul par la restauration et la comparaison*), Chapitre IV. Des carrés et des racines qui équivalent à des nombres. Résolution d'une équation du type $x^2 + ax = b$, explicité sur l'exemple $x^2 + 10x = 39$, avec deux démonstrations géométriques de la méthode. Traduction Ahmed Djebbar.

Quant aux biens (carrés) et aux racines qui égalent le nombre, c'est comme lorsque tu dis : un bien et dix de ses racines égalent trente-neuf dirhams.
Sa signification est que tout bien, si tu lui ajoutes l'équivalent de dix de ses racines, cela atteindra trente-neuf.
Son procédé (de résolution) consiste à diviser les racines par deux, et c'est cinq dans ce problème. Tu le multiplie par lui-même et ce sera vingt-cinq. Tu l'ajoutes à trente-neuf. Cela donnera soixante-quatre. Tu prends alors sa racine carrée qui est 8 et tu en retranches la moitié des racines et c'est cinq. Il reste trois et c'est la racine du bien que tu cherches et le bien est neuf.





Représentation de $x^2 + 10x$ par un rectangle



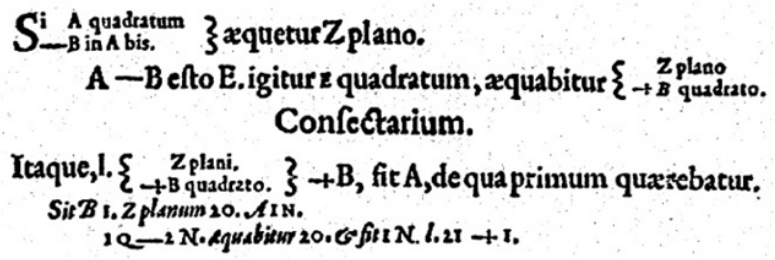
Les deux méthodes : le gnomon et la croix

Ressources

- Robert de Chester, ***Algèbre d'Al-Khwarizmi (fascicule 1),*** IREM de Poitiers.
- Jean-Paul Guichard, ***Viète et l'avènement du calcul littéral,*** in Actes de la cinquième université d'été, ESU 5, Prague, 19-24 juillet 2007. En ligne à partir de Publimath (https://publimath.fr/ipo25001/).
- Ahmed Djebbar, ***La phase arabe de l'algèbre (9e-15e s.),*** in Actes du Colloque EMF 2012.
En ligne à partir de Publimath (https://publimath.fr/acf12055/).

Chez Viète

Résolution de l'équation $x^2 - 2ax = b$ Exemple numérique : $1x^2 - 2x = 20$



Si $A^2 - 2BA = Zp$, soit $A - B = E$, alors $E^2 = Zp + B^2$.
C'est pourquoi, $\sqrt{Zp + B^2} + B = A$, ce qui était cherché.
Soit B=1, Zp=20, A=1N.
$1Q - 2N = 20$, et 1N vaut $\sqrt{21} + 1$.
(Viète : *Deux traités sur la reconnaissance et la résolution des Équations*, 1615, p. 70)

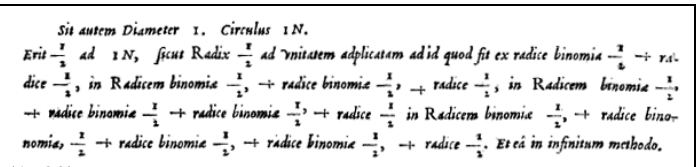
Ressources

- Jean-Paul Guichard, ***Viète et l'avènement du calcul littéral,*** in Actes de la cinquième université d'été, ESU 5, Prague, 19-24 juillet 2007. En ligne à partir de Publimath : https://publimath.fr/ipo25001/.
- François Viète, Wikipédia (https://fr.wikipedia.org/wiki/Fran%C3%A7ois_Vi%C3%A8te)
- ***D'un problème de Diophante aux identités remarquables,*** Repères-IREM n° 53, p. 5-19.
En ligne à partir de Publimath : https://publimath.fr/iwr03020/. Avec en annexe des activités pour les élèves.

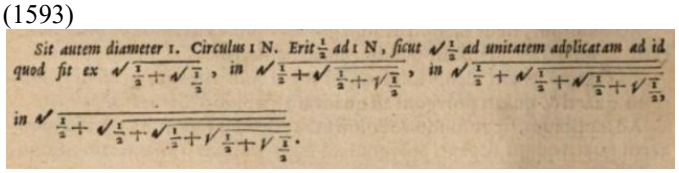
La formule de Viète exprimant π avec un produit infini de racines carrées

$$\frac{2}{\pi} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \times \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2} \times \dots$$

$$\pi = 2 \times \frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2}}} \times \frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}} \times \frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}} \times \cdots$$



(1593)



(1646)