

PROPOS EN FORME DE PLAIDOYER

- Ah ! Vous faites de l’histoire des mathématiques.
- Non, mais je me sers d’histoire des mathématiques dans mes cours.
- Vous émaillez de quelques anecdotes vos théorèmes pour intéresser vos élèves ?
- Ce ne serait déjà pas sans valeur que de leur montrer que derrière les mathématiques il y a des hommes.

C’est ainsi que, assez souvent, dans une salle des professeurs, débute un dialogue. Mais de quelle manière se poursuit-il ? Cela dépend de l’interpellateur, curieux, sceptique, intéressé, et de celui qui est interpellé.

Dans les lignes qui suivent, le dialogue va céder la place au monologue, mais le héraut sera-t-il bon ?

Bien des objectifs entrent en jeu dans cette aventure qui consiste à user de l’histoire d’une discipline. Est-ce pour l’enseignement de celle-ci ? pour celui de l’histoire ? Est-ce un apport au fond ? à la méthode ? Est-ce pour la connaissance ? pour la culture ? Est-ce, en ce qui nous concerne, pour l’histoire des mathématiques elle-même ?

Analyser séparément ces objectifs, et d’autres, serait certainement nuire à un projet assez global. Mais peut-on totalement éviter de le faire ! Il vaut mieux procéder par touches et regarder ce que cette pratique peut apporter dans telle ou telle circonstance, à l’un ou à l’autre.

Voici, par exemple, un jeune professeur s’étonnant que les élèves aient tant de mal à assimiler tel point d’un chapitre qui pour le reste passe bien. Il est tout surpris lorsqu’il apprend que ce point avait, l’histoire en faisant foi, mis quelques siècles à être résolu et à s’imposer. Faut-il évoquer les nombres négatifs et Descartes qui les écarte en résolvant une équation du second degré, et tout le débat pour les représenter, débat qui ne cessa guère que conjointement à celui de la représentation des imaginaires au début du XIX^{ème} siècle ?

Voici encore un élève qui, un livre à la main –celui dans lequel étudia père ou grand-père– vous demande pourquoi la propriété que vous avez étudiée hier y est démontrée autrement en faisant usage de notions qu’il ignore –égalité de triangles par exemple. Doit-on seulement lui répondre avec autorité que ce que vous avez fait avec lui est meilleur ? Un débat de ce genre aboutit souvent à révéler à plus d’un, et pas seulement à un élève, que la construction de l’édifice mathématique n’est pas œuvre achevée et que l’aspect linéaire et logique, séduisant pour les uns et repoussant pour d’autres, n’a pas valeur d’absolu. N’y a-t-il pas là occasion de mettre et de la vie dans les mathématiques et des mathématiques dans la vie ?

Ce désir de libérer, au niveau du secondaire, la présentation des mathématiques de son aspect immuable est certainement partagé par beaucoup d’enseignants qui voient dans l’histoire des mathématiques un moyen d’y parvenir sans déroger aux programmes.

En veut-on un exemple ?

Il est classique, après l’étude du sens de variation des fonctions, étude dans laquelle est apparue la notion de dérivée, de déboucher sur « la signification géométrique de la dérivée ». Mais il est également possible d’étudier la notion de tangente à une courbe en s’inspirant de Fermat ou de Huygens. On recherche une droite ne « touchant » cette courbe qu’en un seul point, c’est-à-dire ce qui se passe lorsqu’une sécante à cette courbe pivote autour d’une de ses intersections jusqu’à ce que le deuxième point d’intersection avec la courbe vienne se confondre avec le premier, « *ad égal* » le premier, selon l’expression de Fermat. Belle leçon de géométrie dans laquelle l’analytique retrouve la forme dont usait Descartes, sans axes de

co-ordonnées, et pour cause. Le lien entre « *appliquée* » et « *ordonnée* », entre y et x , équation de la courbe, n'a même pas besoin d'être une relation fonctionnelle. Les accroissements apparaissent très bien, « *entièrement évanouissants ou infiniment petits* » et le résultat tout aussi bien, résultat qui donne directement la construction de cette tangente. Un beau texte de Huygens de 1667 résume cette démarche (*Règle pour trouver les tangentes des lignes courbes*) ; les élèves le suivent sans érudition spéciale car la langue française du mathématicien hollandais n'a pas vieilli. Ensuite on montrera toute la richesse du procédé et ses autres applications (recherche des extrema voire calcul d'aires). Et qui alors empêchera de parler de la signification analytique de la méthode en usage pour la tangente et de lui donner le nom de dérivation ? Il est logique de penser, l'expérience faite, que les élèves comprendront autrement, alors, l'importance de l'outil « *dérivée* » et l'intérêt de ses formules. Nous sommes sans regret d'avoir essayé une telle démarche.

Mais, nombreux sont ceux qui hésitent sur ce point ou sur d'autres. Ils estiment qu'un tel comportement, une telle entreprise est affaire de spécialiste et qu'en tous cas ils n'ont pas reçu une formation suffisante pour s'y aventurer.

On voudra bien accepter sur ce sujet, et pour effacer cette crainte, le témoignage des équipes nées dans les I.R.E.M. et exploitant l'histoire des mathématiques. Certes on ne commence pas par « *faire de l'histoire* » ce qui impliquerait effectivement une formation, des moyens d'approche et une documentation dont fort peu de collègues disposent. Un « *travail de première main* », œuvre de spécialiste, n'est pas à la portée de quiconque se sent intéressé. Mais, sans chercher à faire un travail original, on peut se servir de ce qui existe en la matière et viser à mettre à la portée des enseignants et des enseignés une partie du savoir accumulé par les spécialistes en leurs travaux, partie bien entendu en rapport avec les possibilités d'utilisation ou de compréhension des intéressés. Ainsi, dans un ouvrage sur Pascal ou concernant les coniques chez les Grecs, tout ne peut pas être utilisé au lycée, mais il existe à n'en pas douter des passages qui peuvent aider à la compréhension de ce qui figure au programme de la classe. Voilà en quoi l'utilisateur de l'histoire des mathématiques a un rôle à jouer, rôle différent de celui de l'historien de la discipline mais qui le prolonge. Et n'est-ce pas là une tâche de l'enseignement que de jouer le rôle d'éveilleur ? En faisant revivre un peu le passé, les impasses et les erreurs n'ont pas à être évacuées, les échecs à être omis. Il ne s'agit pas, par là, de consoler l'apprenti mais de lui montrer comment, d'une part, les obstacles ont été contournés par quelque invention fruit de la réflexion et, d'autre part, comment des fautes furent redressées par un surcroît de rigueur même, et surtout peut-être, si la solution royale d'aujourd'hui est trop facilement qualifiée d'évidente. Le mouvement perpétuel d'oscillation entre « *on va de l'avant* » et « *on contrôle* » se répète si souvent au cours des âges qu'il ne peut qu'inciter chacun à le méditer voire à s'en inspirer. En tous cas il n'a pas à être occulté.

L'évolution elle-même de la notion de rigueur est pleine d'enseignements dont l'histoire des mathématiques fournit des exemples. Georges Bouligand questionnait : « *La logique n'est-elle pas l'intuition de ceux qui sont venus avant ?* ».

L'irrationnel, à une époque donnée, ne fut-il pas souvent l'humus du rationnel pour l'époque suivante ?

Lors d'un récent colloque, un universitaire chargé de la formation d'enseignants disait qu'il attendait de l'histoire des mathématiques qu'elle soit cause de rupture du dogmatisme chez le professeur. Lorsque au « *Voilà comme il faut faire* » on oppose « *Ce n'est pas toujours ainsi que le mathématicien s'en est tiré* » n'est-ce pas là une belle leçon de modestie ? Les blocages déjà évoqués chez les élèves s'illustrent, peut-être, de précédents célèbres et ayant, en leur temps, joué un rôle capital dans l'avancée scientifique. Le maître gagne certainement à ne pas les ignorer, ne serait-ce que pour donner un sens à ce qui fait le présent.

Lorsqu'on est habitué à faire fonctionner sa pensée d'une certaine manière, on finit par estimer que les autres modes de pensée sont faux ou, tout au moins, on n'est pas loin d'y arriver. L'histoire de la science force à connaître d'autres lectures de la réalité. Alors celle-ci perçue multiple et variée peut avec profit être approchée de diverses façons. Ne peut-il en être de même, dans un certain sens, pour les mathématiques ? À côté de la rigueur n'y aurait-il pas place à faire à l'audace même aventureuse ?

Au lieu d'opposer Descartes, l'homme qui parle de méthode générale, et Pascal, l'homme qui résout, un à un, des problèmes, ne convient-il pas d'accorder leurs richesses propres et d'en faire la richesse de l'homme ?

Plus généralement n'est-il pas inconcevable de pratiquer une science sans, au moins, connaître les grandes lignes de son histoire ? À plus forte raison s'il s'agit de l'enseigner, et de l'enseigner lorsque son évolution est si rapide ? Nous touchons là à une lacune certaine dans la formation de beaucoup d'ingénieurs comme de maîtres. La préparation actuelle du métier de professeur de mathématiques ne fait guère de place à une incursion dans le domaine historique. Y aurait-il, au reste, quelques cours en faculté que l'étudiant, trop sollicité par les programmes, ne saurait s'y attarder. Reçu, le jeune enseignant se trouve le plus souvent bien isolé dans son début de carrière pour revenir sur ces questions, s'il en a désir et loisir.

Et il y a par ailleurs tous les élèves qui vont faire des études dont la part scientifique sera minime et sans attrait. Ne serait-il pas possible par le biais historique de leur faire approcher sinon les objectifs du moins la tournure d'esprit et quelques moyens de la science voire quelques outils mathématiques ?

De tout temps des mathématiciens dont les noms sont connus à plus d'un titre, furent conscients de ces problèmes et voulurent y porter remède mais leurs efforts n'étaient recueillis que par des cercles restreints d'amateurs. Peut-on actuellement viser plus loin ? Nous n'en sommes qu'à une timide apparition de la dimension historique dans les programmes secondaires et les épreuves du baccalauréat. Ce n'est pourtant pas une innovation. Il y a plus d'un siècle l'histoire de la discipline a figuré à l'agrégation de mathématiques. Des ouvrages scolaires de mathématiques ont comporté des renseignements historiques en notes ou pages entières (J. et P. Tannery, 1905 ; Caire et Deltheil, 1939 – pour ne citer que ces auteurs. On notera ici qu'il nous a été donné de retrouver une arithmétique du XVI^{ème} siècle débutant par quelques pages consacrées à l'historique de la discipline). L'idée n'est donc pas nouvelle.

Il n'est pas étonnant dans ces conditions que lorsque furent donnés aux professeurs de mathématiques du second degré, des moyens tangibles de recherche sur leur enseignement par la création des I.R.E.M., naquirent dans diverses académies des groupes consacrés à l'histoire de la discipline. Un réseau se mit alors en place à travers la France (Groupe inter-I.R.E.M.). Des rencontres, des colloques, des « Universités d'été » virent le jour. Tout cela permit d'échanger des réflexions, d'épauler et de faire connaître efforts et réalisations, en rompant l'isolement de plus d'un.

C'est ainsi que se sont dégagés plus nettement les principaux points de réflexion sur l'apport de l'histoire des mathématiques à l'enseignement de celles-ci ; points qu'on rappellera ici :

- s'il est concevable que l'usage scolaire de l'histoire des mathématiques puisse et doive revêtir des formes diverses selon enseignants et enseignés il n'apparaît nullement opportun, à ce stade, que celle-ci soit enseignée comme partie distincte du cours ;
- il s'avère que l'histoire des mathématiques tend à situer à leur place le rôle de la conjecture, de l'intuition, de la rigueur et de l'erreur dans l'activité et l'enseignement mathématiques ;

- également l’histoire des mathématiques amène à briser la conception dogmatique de l’enseignement de cette discipline et permet alors d’étudier les obstacles épistémologiques afin de mieux surmonter les obstacles pédagogiques ;
- d’autre part l’histoire des mathématiques en montrant que les concepts mathématiques ne sont pas « la vérité tombée du ciel » fait apparaître qu’ils sont édifiés, aujourd’hui comme hier par des hommes qui répondent à des questions se présentant à eux, ainsi les mathématiques deviennent pour les élèves une « science vivante qui progresse » ;
- enfin l’histoire des mathématiques peut « décloisonner » les matières scolaires. Ce dernier point, en particulier, devrait conduire les enseignants de diverses disciplines à rechercher et pratiquer un travail en commun.

Alors, en une formule : humaniser les mathématiques ?

Ce serait plutôt leur enseignement !

Esprit de finesse et esprit de géométrie y ont leur place inaliénable. Si les mots des mathématiques paraissent à bien des élèves –et à d’autres– arides, voire sans vie, leur fixité établie, il n’en est pas de même pour les phrases qui les utilisent. De même si mathématiques et technique firent en plus d’une circonstance, bon ménage –l’histoire là encore le montre – il y a danger à confondre leurs apprentissages et leurs objectifs.

Tous ces points qui viennent d’être évoqués ont été confirmés lors de discussions qui, hélas, apparaissent comme le privilège des collègues qui ont pu se rencontrer. Mais, qu’en est-il pour les autres, qui sont majorité ? Ils ont, certes, des comptes-rendus –s’ils en ont connaissance– et, même dans ce cas, est-ce suffisant pour que ces derniers se sentent participants ?

L’équipe d’I.R.E.M. à laquelle collaborait l’auteur de ces lignes a estimé que la priorité pour inciter à user de la « dimension historique », devait être d’apporter aux collègues, surtout aux isolés, des moyens simples d’utilisation effective de textes d’histoire des mathématiques. Cela est apparu possible sous forme de documents regroupés et de préférence commentés, même modestement. Les brochures furent rédigées et diffusées, pouvant offrir à chacun l’occasion de s’exercer voire d’exercer ses élèves ou au moins de piquer la curiosité puis de susciter la réflexion à défaut d’entraîner la discussion.

Le travail qui suit relève de cette perspective.

Approchera-t-il du but ? En tous cas ses limites seront mesurées sans peine. C’est pourquoi il est précédé du compte-rendu de sa réalisation ; genèse, moyens, cadre y sont évoqués pour ne pas lui faire jouer un rôle qui n’est pas le sien et lui garder son exacte valeur.

C’est un travail non d’historien mais d’utilisateur de l’histoire des mathématiques.

On souffrira ici une comparaison : si parfois le professeur de mathématiques se révèle auteur, au cours de sa carrière, de quelques démonstrations originales, il n’est pas en général un mathématicien mais un guide du bon usage des mathématiques. Il en a été de même avec l’histoire des mathématiques dans les lignes qui suivent. Au lecteur d’en tirer, s’il le peut, le meilleur usage.

Le héraut se retire, la geste débute.

Henry Plane, juin 1988