Mathématiques/Sciences Physiques
Séance N°1 – Ondes stationnaires – Ondes progressives

PARTIE 1 : Etude d'une onde progressive

1. On cherche dans un premier temps à tracer l'élongation y en un point M au cours du temps t.

SPC

a. Rappeler la définition de la période T.

---

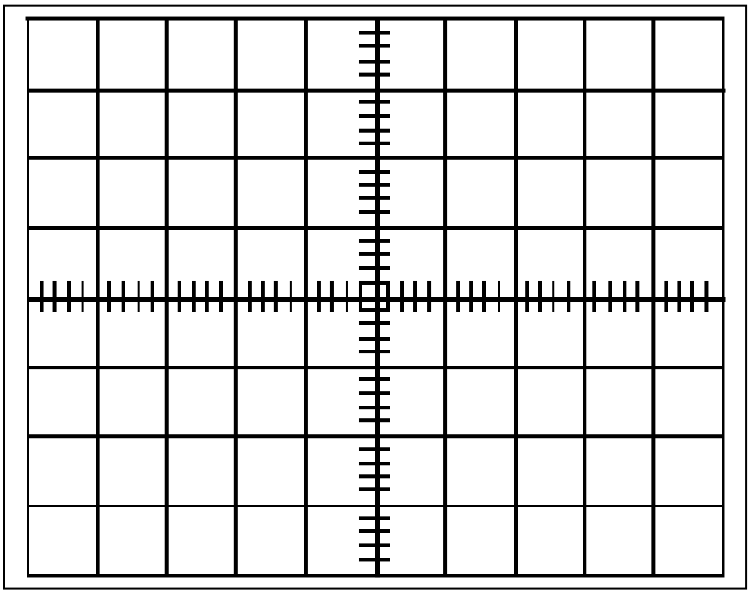
b. • En utilisant l'oscilloscope, visualiser l'onde ultrasonore.

Recopier la courbe obtenue sur la grille ci-contre.

Noter les réglages :

- ✓ Sensibilité horizontale :
- ✓ Sensibilité verticale :

En déduire la période T et l'amplitude maximale.



MATHS

- Lancer le logiciel Geogebra (version portable).
- Créer trois curseurs a, b et c ayant les propriétés suivantes :

  a est un réel prenant des valeurs dans l'intervalle $[-10\,;10]$.

  b est un réel prenant des valeurs dans l'intervalle $[0\,;10]$.

  c est un réel prenant des valeurs dans l'intervalle $[-10\,;10]$.

- Dessiner la courbe de la fonction f définie par $f(x)=\cos(x)$.

  Dessiner en rouge la courbe de la fonction g définie par $g(x)=a\cos(bx+c)$.

- Faire varier les valeurs de a et c et observer l'effet sur la courbe représentative de g.
- Faire varier la valeur de b et compléter le tableau suivant (T désigne la période de la fonction g) :

$\boldsymbol{b}$	1	2	4	0,5
T				
$\boldsymbol{b}\times$**T**				

On conjecture que g est périodique de période .... (expression en fonction de b).

Démontrer cette conjecture.

Vous utiliserez ces résultats pour répondre à la partie SPC suivante.

SPC

- Déduire de la partie précédente une fonction mathématique *f* pouvant modéliser la courbe d'équation $y = f(t)$.

$$f(t) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots ;$$

- Que représente le nombre *a* pour l'onde ? ....
- Exprimer *b* en fonction de la période T.

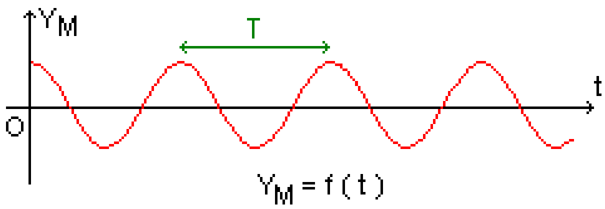
- Le nombre s'appelle le déphasage et on le notera φ. On notera $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ la pulsation de l'onde.

2. La fonction modélisant élongation dépend de deux variables. Lesquelles ?

Une onde progressive sinusoïdale périodique possède donc une double périodicité.

✓ Périodicité temporelle :

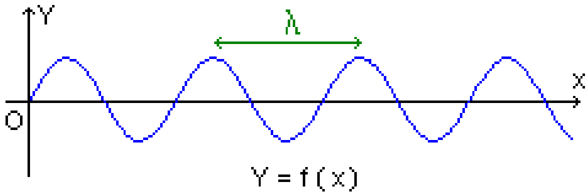
Toutes les T secondes, un point donné du milieu d'abscisse *x* retrouve l'état dans lequel il se trouvait.



Fonction *f* obtenue ci-dessus

✓ Périodicité spatiale :

A un instant *t* donné, la perturbation en deux points écartés de λ mètre est la même.



Lorsqu'une onde progressive rencontre un obstacle, plusieurs cas de figures sont possibles :

- l'onde est absorbée
- l'onde est réfléchie

- Rappeler la définition de la longueur d'onde λ.

On cherche à exprimer l'élongation au point N, différent du point M étudié précédemment.
Dans un but de simplification, on supposera que M a pour abscisse 0 et que pour ce point $\varphi = 0$.

Rappeler la définition du retard.

Exprimer ce retard en fonction des abscisses des deux points $M(0)$ et $N(x)$ et de la célérité *v* de l'onde.

A quel instant l'élongation au point M (d'abscisse 0) est-elle égale à l'élongation au point N (d'abscisse *x* à l'instant *t* ?

En déduire l'élongation $y(x\,;t)$ au point d'abscisse *x* à l'instant *t* en fonction de *a*, ω, t, k et x où $k=\dfrac{2\pi}{\lambda}$.

$y(x\,;t)=$ ....

On considère maintenant que l'onde se propage dans l'autre sens (de droite à gauche).
Déterminer le retard pour les deux mêmes points M et N.

En déduire l'élongation $y(x\,;t)$ au point d'abscisse *x* à l'instant *t* en fonction de *a*, ω, t, k et x où $k=\dfrac{2\pi}{\lambda}$.

PARTIE 2 : Construction d'une onde stationnaire

<u>Lois de la réflexion :</u>

- ✓ L'onde réfléchie se propage à la même vitesse que l'onde incidente.
- ✓ Si la réflexion se fait sans perte d'énergie (ce que l'on supposera par la suite), l'onde réfléchie a la même amplitude que l'onde incidente.
- ✓ La réflexion introduit un déphasage φ entre les deux ondes. $\varphi=0$ si l'extrémité de la corde est libre ; $\varphi=\pi$ si l'extrémité de la corde est fixe

MATHS

Quelle relation existe-t-il entre deux réels *x* et *y* tels que : $\cos(x)=-\cos(y)$?

SPC

On considère le cas d'un obstacle fixe. On appelle L la distance entre la source et l'obstacle (L quelconque). L'extrémité étant fixe, quelle est la valeur de l'élongation à tout instant au point d'abscisse L ?

En déduire que $\varphi = \pi$. On utilisera l'expression de l'élongation déterminée en début de séance.

L'élongation en M correspondant à la somme des ondes incidentes et réfléchies, proposer une équation $\mathrm{Y}(x\,;t)$ de l'élongation au point M.

MATHS

- Soit a et b deux réels quelconques. Rappeler les formules d'addition :

  $\cos(a+b) =$ .... $\cos(a-b) =$ ....

  En déduire : $\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right) =$ ....

- On pose $p = \frac{a+b}{2}$ et $q = \frac{a-b}{2}$.

  A l'aide de la formule d'addition du cosinus, exprimer $\cos(a)$ et $\cos(b)$ en fonction de $\cos(p)$ et $\cos(q)$.

  En déduire une formule pour $\cos(a)+\cos(b)$ en fonction de a et b.

  Soit a un nombre réel. Rappeler la formule de duplication : $\sin(2a) =$ ....

SPC

Simplifier l'équation $\mathrm{Y}(x\,;t)$ de l'élongation en $\mathrm{M}(x)$, et montrer qu'il s'agit d'une fonction sinusoïdale du temps, dont l'amplitude dépend de l'abscisse x de M (et inversement).

On veut chercher des points particuliers : les ventres et les nœuds de vibrations.

Les ventres de vibrations sont les points dont l'élongation est maximale à tout instant. Les nœuds de vibrations sont les points dont l'élongation est nulle à tout instant.

A l'aide de la formule trouvée ci-dessus, déterminer les abscisses des nœuds en fonction de λ.

De la même façon, déterminer les abscisses des ventres en fonction de λ.

Les deux extrémités sont fixées. On remarque que l'élongation est rapidement due à la superposition de la multitude des ondes incidentes et des ondes réfléchies. Pour obtenir un système stable, autrement appelé « en résonance », il faut que les ondes se trouvent dans le même mode vibratoire. Pour cela, quelle doit être la distance parcourue par l'onde sur un aller-retour, en fonction de λ et d'un entier n ?

En déduire la condition sur la fréquence f.

<u>Expérience</u> : on fixe D= 60cm. Faire varier la fréquence et repérer les 5 premiers modes propres.
Compléter le tableau suivant

n =	Nombre de noeuds	Nombre de ventres	λ_n	f_n	v
1					
2					
3					
4					
5					

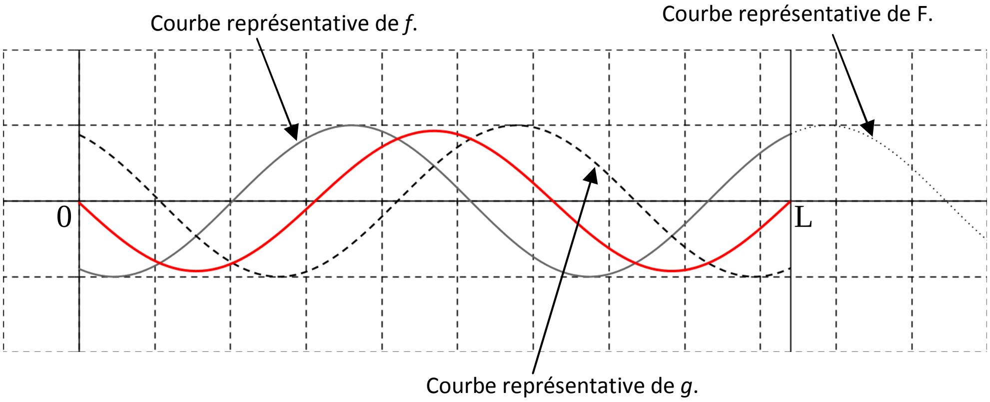
En déduire v la vitesse de propagation de l'onde.

MATHS Approfondissement

Soit t un nombre réel positif et L un nombre strictement positif.

On appelle
- f la fonction définie pour tout réel x de $[0\,;\mathrm{L}]$ par $f(x)=\cos(x+t)$.
- F la fonction définie pour tout réel x de $[\mathrm{L}\,;2\mathrm{L}]$ par $\mathrm{F}(x)=\cos(x+t)$.

On appelle g la fonction définie sur $[0\,;\mathrm{L}]$, dont la courbe est la symétrique par rapport au point de coordonnées $(\mathrm{L}\,;0)$ de la courbe de F.



a. Exprimer $g(x)$ en fonction de x, L et t.

On pourra remarquer utilement que le point de coordonnées $(\mathrm{L}\,;0)$ est le milieu du segment [AB] lorsque A est le point de la courbe de F de coordonnées $(2\mathrm{L}-x\,;\mathrm{F}(2\mathrm{L}-x))$ et B est le point de la courbe de g de coordonnées $(x\,;g(x))$.

b. On appelle h la fonction définie sur $[0\,;\mathrm{L}]$ par : $h(x)=f(x)+g(x)$.

Déterminer une condition sur L pour que : $\forall t\in\mathbb{R}_+ : h(0)=0$.