Exercice : La faune locale

Position du problème : C'est le printemps, les magpies sont de sortie et guettent cyclistes et piétons pour les « swooper » sournoisement. Après avoir été victime plusieurs fois de leurs attaques, certains habitants de Canberra gardent une rancœur profonde et ne peuvent s'empêcher de développer une haine viscérale à l'égard de cette espèce. Un tel être humain serait facilement enclin à shooter dans cet animal comme dans un ballon de foot. Les professeurs tiennent à préciser qu'aucun animal n'a été maltraité pendant la préparation de ce document, même s'ils doivent reconnaître que la tentation a été forte à certains moments.

SPC

1. Schématiser la situation.

2. Définir le système. Dans quel référentiel étudie-t-on le système ?
Faire le bilan des actions appliquées au système.

MATHS

Nous avons appris en 1^e^ à calculer la fonction dérivée d'une fonction dérivable.
Mais peut-on aussi aisément revenir à la fonction de départ lorsqu'on connaît la dérivée ?

1. Par exemple, si *f* est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x$.

a. Déterminer une fonction F telle que pour tout réel *x*, on ait : $F'(x) = f(x)$.

b. F est-elle la seule fonction vérifiant cette égalité ? Si non, donner une autre fonction.

On dit que F est ***<u>une</u>*** *primitive de f sur* $\mathbb{R}$. Lorsqu'on calcule F, on dit par abus de langage qu'on intègre *f*.

c. Déterminer la primitive F de *f* qui s'annule en 2.

2. Déterminer une primitive F de la fonction *f*, définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$.

3. En sciences physiques, on est amené à intégrer chacune des coordonnées d'un vecteur.
Par exemple, si $\overrightarrow{u(t)}$ est un vecteur de coordonnées $(2t+3\,;t-1)$, alors en intégrant $\overrightarrow{u(t)}$, on obtient :

SPC

3. Appliquer le PFD. En déduire le vecteur vitesse.

4. En déduire les équations horaires du mouvement.

MATHS

Soit *t* un nombre réel.
On appelle $\mathrm{M}(t)$ le point de coordonnées $(2t+1\,;3t^2-5)$.

Lancer le logiciel Geogebra, puis créer un curseur *t* allant de -10 à 10.
Définir le point M de coordonnées $(2t+1\,;3t^2-5)$.
En faisant varier les valeurs de *t*, quelle semble être la courbe décrite par le point M ?

Pour trouver une équation de la courbe décrite par le point M, on doit exprimer y (ordonnée de M) en fonction de x (abscisse de M).

Sachant que : $\begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = 3t^2 - 5 \end{cases}$ calculer une expression de y en fonction de x.

Tracer la courbe dont l'équation est celle obtenue ci-dessus et vérifier que M est sur cette courbe.
En sciences physiques, on effectue ce travail pour rechercher l'équation de la trajectoire d'un projectile.

SPC

5. Déduire du résultat de la question **4** l'équation de la trajectoire.

Animation : http://bit.ly/17XLlcV ou
http://galileo.phys.virginia.edu/classes/109N/more_stuff/Applets/ProjectileMotion/jarapplet.html

6. Lancer l'animation, jouer sur les différents paramètres possibles et noter vos observations.
Entre autres :
Comment varie la trajectoire avec la masse ?
Comment varie la trajectoire avec l'angle de tir ? Noter les positions extrêmes.
Que se passe-t-il quand on ajoute des frottements ?

7. On veut envoyer un magpie le plus loin possible (pour éviter une deuxième attaque).
Sur quel paramètre peut-on jouer ? Déterminer l'abscisse d'arrivée du magpie.
C'est ce que l'on appelle la portée. Vérifier à l'aide de l'animation.

Application numérique : m = 350g (gros magpie obèse de Canberra) ; g = 9,80m/s^2 ; V_0 = 8,0 m/s

MATHS

Nous avons vu en 1^{e} une façon de trouver les coordonnées du sommet d'une parabole à l'aide de la forme canonique. Nous pouvons aussi dire que la seule tangente horizontale à une parabole est au sommet.
On considère la parabole, courbe représentative de la fonction f définie par : $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Vérifier que le sommet a pour abscisse $\frac{-b}{2a}$ et pour ordonnée $\frac{-\Delta}{4a}$, où Δ est le discriminant de $f(x)$.

SPC

8. On cherche maintenant à savoir quand le magpie atteint le point le plus haut.
En utilisant l'introduction de la partie MATHS ci-dessus, donner la vitesse du magpie en ce point ?
Déterminer l'altitude maximale atteignable par le magpie.

Le résultat obtenu s'appelle la flèche.

Faire l'application numérique.

Vérifier le résultat à l'aide de l'animation.

9. En pratique, très vite, le magpie déploie ces ailes et offre une grande résistance au vent. Cette résistance est proportionnelle à la vitesse. Proposer une expression pour le vecteur force de frottements. En déduire une équation vectorielle reliant le vecteur vitesse au vecteur g.