

## Aperçu historique sur les mathématiques pour la cosmologie

D.Roux (IGEN Honoraire)  
dominique.cd@gmail.com

### 1) L'antiquité

Platon dans le Timée 53 établit une cosmogonie fondée sur les 5 polyèdres réguliers, découverte majeure de Théétète (selon Suidas) qui fait l'objet du livre 13 des Eléments d'Euclide. Les œuvres d'Euclide comprenaient aussi des traités de physique.

Archimède poursuit ces travaux par d'importantes avancées dans de nombreux domaines : statique, mécanique, hydrostatique, optique.

### 2) L'âge classique.

Le calcul différentiel est utilisé par Fermat pour démontrer la loi des sinus de Descartes concernant la réfraction d'un rayon lumineux dans un dioptré plan. Les découvertes de Copernic, Galilée... conduisent Kepler à formuler ses trois lois concernant le mouvement des planètes puis Newton à énoncer la loi de la gravitation universelle. La mécanique céleste sera développée par Laplace et aboutira aux difficiles travaux de Poincaré. Les mathématiques utilisées, principalement les équations différentielles, permettent de résoudre des problèmes tels que celui de la brachistochrone par Bernoulli et débouchent sur des équations fondamentales : équation de la chaleur, équations de Maxwell pour l'électromagnétisme... toutes fondées sur un espace et un temps absolu. C'est le triomphe des mathématiques du continu.

La révolution arrive avec Einstein et la théorie de la relativité restreinte (1905) puis de la relativité générale (1915) qui utilise la toute nouvelle géométrie des espaces de Riemann et le calcul tensoriel. Les conceptions sur l'univers sont bouleversées.

Des mathématiques spécialisées telles que séries de Fourier, transformation de Laplace, fonctions spéciales, fonctions de variable complexe, probabilités, calcul matriciel, servent dans les domaines techniques et une contribution majeure est apportée par Laurent Schwartz avec la théorie des distributions qui permet de modéliser des phénomènes non continus.

### 3) La période moderne.

Après la seconde guerre mondiale de nouvelles mathématiques, du type discrètes, sont développées en lien avec la mécanique quantique et la recherche opérationnelle, telles que la théorie des groupes, la théorie des graphes, la géométrie algébrique...

La fin du 20ème siècle et le début du 21ème est une période de grand trouble en physique. Le modèle standard est un lourd lagrangien qui ne décrit ni la gravitation ni les neutrinos solaires. L'énigmatique boson de Higgs, chargé d'expliquer la masse est traqué dans les grands accélérateurs de particules. La compréhension des objets peuplant l'univers et des forces qui les animent passera par la gravitation quantique qui fait l'objet de diverses tentatives :

- Théorie de la super-symétrie.
- Théorie des cordes à boucles de Carlo Rovelli.
- Théorie des twisteurs de Roger Penrose.
- Théorie M de Witten qui fait appel à des dimensions extérieures à l'espace et au temps et au groupe de Lie exceptionnel E8.
- Théorie d'Alain Connes utilisant la géométrie non commutative et des théories fortement algébriques, établissant un lien entre la gravitation quantique et la conjecture de Riemann et donnant un éclairage nouveau sur l'équation du modèle standard et sur la flèche du temps.

#### 4) Conclusion : la nature est-elle mathématisable ?

Galilée disait : le grand livre de la nature est écrit en langage mathématique.

Einstein disait : le plus incompréhensible est que la nature soit compréhensible.

C'est ce que l'on appelle la déraisonnable efficacité des mathématiques dans les sciences de la nature.

Gilles Dowek établit un lien entre d'une part le débat de la relation entre le réel et les mathématiques et d'autre part la thèse de Church, qui est une thèse d'algorithmique. Sa conclusion est que la nature est mathématisable ou non selon que l'information est ou n'est pas à vitesse de transmission finie.

D'une part la connaissance du monde fait appel à des mathématiques de plus en plus sophistiquées. D'autre part ce monde dans lequel nous vivons nous semble de plus en plus complexe et énigmatique, mais immensément et profondément beau et harmonieux.

### **Bibliographie**

- Les Éléments d'Euclide, traduction par Geoges Kayas (2 vol.), éditions du CNRS 1978
- Les Éléments d'Euclide, traduction et commentaires par Bernard Vitrac (4 vol.), PUF 1998
- Laurent Schwartz, méthodes mathématiques pour les sciences physiques, Hermann 1965
- Laboureur et Chossat, cours de calcul mathématique moderne (2 vol.), Dunod 1967
- Walter Appel, mathématiques pour la physique et les physiciens H&K 2002
- Jean Dieudonné, Panorama des mathématiques pures, Gauthier-Villars 1977
- Jean-Pierre Bourguignon, calcul variationnel, les éditions de l'école polytechnique 2007
- Samueli et Boudenot, trente livres de mathématiques qui ont changé le monde, Ellipses 2006
- Jean-Marie Souriau, Les groupes comme Universaux, pages 302 à 316 de Géométrie au 20ème siècle, Hermann 2005
- Ian Stewart, La Nature et les Nombres, Hachette 1998
- Engquist et Schmid, mathematics unlimited 2001 and beyond, Springer 2001
- Tony Crilly, juste assez de maths pour briller en société, Dunod 2008
- Jeame Baker, juste assez de physique pour briller en société, Dunod 2009
- Maurice Thirion, Les mathématiques et le réel, Ellipses 1999
- Gilles Dowek, Les métamorphoses du calcul, une étonnante histoire des mathématiques, Le Pommier 2007
- Keith Delvin, les énigmes mathématiques du 3ème millénaire, les 7 grands problèmes non résolus à ce jour, Le Pommier 2002
- Piergiorgio Odifreddi, Les mathématiques à l'aube du XXIème siècle, Belin 2004
- Roger Penrose, A la découverte des lois de l'univers, la prodigieuse histoire des mathématiques et de la physique, Odile Jacob 2007
- Gordon Kane, Super-Symétrie, les lois ultimes de la matière dévoilées, Le Pommier 2003
- Marc Lachièze-Rey, Au delà de l'espace et du temps, la nouvelle physique, Le Pommier 2008
- Marceau Felden, Aux frontières de l'univers, du big bang aux quarks, Ellipses 2005
- Gilles Cohen Tannoudji, particules élémentaires et cosmologie, les lois ultimes, Le collège de la cité 2008
- Becker et Schwarz, String theory and M-theory, a modern introduction, Cambridge 2007
- Connes et Marcolli, Non commutative geometry Quantum fields and Motives, AMS 2008
- Le Big Bang, Les dossiers de La Recherche, numéro 35, mai 2009