

Problèmes proposés en finale du 16^{ème} RMT, suivant les niveaux de classes

Problèmes à résoudre	Classes de 6 ^{ème}	Classes de 5 ^{ème}	Classes de 4 ^{ème}
7. Les nombres de Bernard	X		
8. Le marché aux livres	X		
9. Nombres à trouver	X	X	
10. Points de vue	X	X	
11. Le serpent de bois	X	X	X
12. L'horloge digitale	X	X	X
13. Composition de roses	X	X	X
14. Anniversaires et bougies		X	X
15. Fractions superposées		X	X
16. Cubes cachés			X
17. Treize à table			X

7. LES NOMBRES DE BERNARD (Cat 4, 5, 6)

François a écrit tous les nombres de quatre chiffres dont l'écriture comporte une fois chacun des chiffres 1, 2, 3, 4. (par exemple 2431, 3124, mais pas 1443 qui a deux fois le "4").

Claire regarde les nombres de François et recopie tous ceux pour lesquels

- le 1 n'est pas le premier chiffre (celui des milliers),
- le 2 n'est pas le 2^e chiffre (celui des centaines),
- le 3 n'est pas le 3^e chiffre (celui des dizaines),
- le 4 n'est pas le 4^e chiffre (celui des unités).

Par exemple, elle recopie 2341, ... mais pas 3124 car le 4^e chiffre est 4.

Bernard observe les nombres de Claire et décide de ne recopier que ceux qui sont pairs.

Écrivez tous les nombres recopiés par Bernard.

Expliquez comment vous les avez trouvés.

8. LE MARCHÉ AUX LIVRES (Cat. 5, 6)

Susy et Lilly ont reçu chacune 16,20 € de leurs grands parents et les mettent en commun. Elles décident d'aller au marché aux livres et DVD. Ce jour-là les offres spéciales sont :

- Un DVD au prix de 3,60 €. En achetant 3 DVD, on peut en avoir un quatrième à moitié prix.
- Un livre au prix de 2,50 €, 2 livres pour 4 €.

Avant de rentrer à la maison, Susy et Lilly doivent en outre passer payer le jeu qu'elles ont pris la semaine précédente. Ce jeu coûte 6,10 €.

Susy et Lilly ont dépensé tout l'argent reçu de leurs grands parents.

Qu'ont-elles acheté au marché ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

9. NOMBRES À TROUVER (Cat. 5, 6, 7)

Julien observe le nombre 1313 et remarque que :

- lorsqu'il additionne ses quatre chiffres, il obtient 8 ($1 + 3 + 1 + 3 = 8$),
- lorsqu'il multiplie ses quatre chiffres, il obtient un nombre impair, ($1 \times 3 \times 1 \times 3 = 9$).

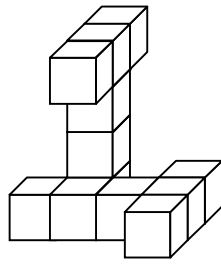
Il se demande quels autres nombres de quatre chiffres ont 8 comme somme de leurs chiffres et un nombre impair comme produit de leurs chiffres.

Aidez Julien à trouver les autres nombres !

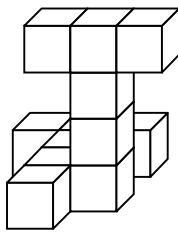
Donnez la liste de tous les nombres que vous avez trouvés.

10. POINTS DE VUE (Cat. 5, 6, 7)

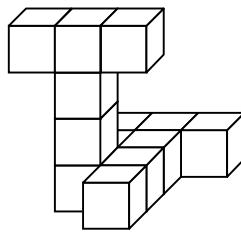
André a fait une construction en collant des cubes. Voici comment elle se présente, vue de face :



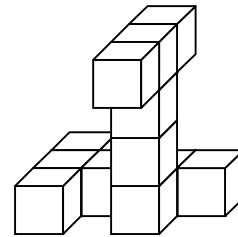
Parmi les dessins (a, b, c, d, e, f) ci-dessous, repérez ceux qui représentent la construction d'André et précisez si elle est vue de l'arrière, de la droite ou de la gauche.



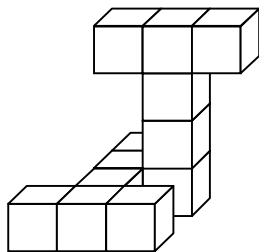
a



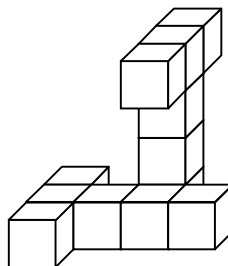
b



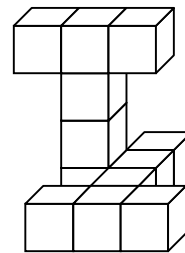
c



d



e

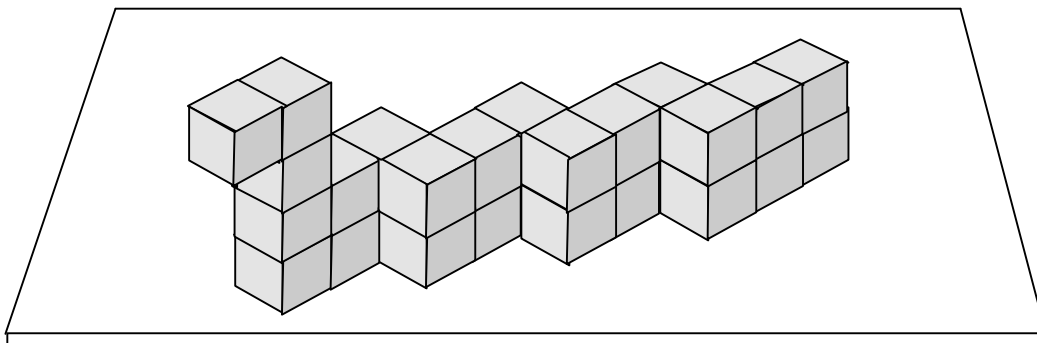


f

11. LE SERPENT DE BOIS (Cat. 6, 7, 8)

Georges s'amuse à construire des animaux en utilisant des petits cubes de bois. Il utilise des cubes tous identiques qu'il colle entre eux avec beaucoup de précision.

Aujourd'hui, avec 27 petits cubes, il a réalisé ce grand serpent qu'il a posé sur son bureau :



Pour rendre plus belle sa construction, Georges a peint en vert toute la surface du serpent qui n'est pas en contact avec le plan du bureau et a peint en jaune les faces sur lesquelles il repose.

D'après vous, combien y a-t-il de faces de cubes peintes en jaune et combien de faces peintes en vert ?

Expliquez comment vous avez fait pour les compter.

12. L'HORLOGE DIGITALE (Cat. 6, 7, 8)

Marco est un passionné des nombres. Il a dans sa voiture une horloge digitale à quatre chiffres qui indique l'heure de 00 : 00 à 23 : 59.

Au moment de partir pour un long déplacement, Marco observe son horloge et constate que les deux nombres indiqués, celui des minutes et celui des heures, sont des carrés de nombres entiers (qui, sur une horloge digitale, s'écrivent sous la forme : 00, 01, 04, 09, 16, 25, ...).

Au retour de son voyage, Marco constate que son horloge affiche de nouveau les carrés de deux nombres entiers. Son ordinateur de bord lui indique qu'il a parcouru 352 km en 4 heures et 20 minutes.

À quelle heure Marco est-il rentré de son voyage ?

Expliquez votre raisonnement.

13. COMPOSITIONS DE ROSES (Cat. 6, 7, 8, 9, 10)

Madame Flora, propriétaire d'un célèbre magasin de fleurs, a préparé pour un client deux très belles compositions de roses.

Dans la première composition, faite de roses blanches, rouges et jaunes, elle a utilisé 235 roses.

Dans la seconde composition, faite seulement de roses rouges et blanches, elle a utilisé 263 roses.

Madame Flora observe que :

- le nombre des roses blanches est le même dans les deux compositions ;
- dans la première composition le nombre des roses jaunes est le tiers du nombre des roses rouges ;
- dans la seconde composition le nombre des roses rouges est le double du nombre des roses rouges de la première composition.

D'après vous combien y a-t-il de roses de chaque couleur dans chacune des compositions ?

Expliquez comment vous avez fait pour trouver vos réponses.

14. ANNIVERSAIRES ET BOUGIES (Cat. 7, 8, 9, 10)

Luc et Claire sont frère et sœur.

Lorsque Luc est né son papa fêtait son trente sixième anniversaire, alors que quand Claire est née sa maman fêtait son trentième anniversaire.



Y a-t-il des anniversaires pour lesquels on peut utiliser les mêmes bougies pour indiquer sur le même gâteau l'âge de Luc et celui de son père en les changeant simplement de place ?

Et pour Claire et sa maman ?

Justifiez vos réponses et indiquez tous les anniversaires pour lesquels il est possible d'utiliser les mêmes bougies sur le même gâteau.

15. FRACTIONS SUPERPOSÉES (Cat. 7, 8, 9, 10)

Joël et Line ont disposé chacun neuf nombres sur trois lignes et trois colonnes et ont tracé six barres de fractions entre deux nombres superposés, et pouvant ainsi lire 6 fractions :

Voici les nombres de Joël: $\frac{2}{8}, \frac{4}{12}, \frac{6}{10}, \frac{4}{16}, \frac{3}{16}, \frac{2}{18}$ Voici ceux de Line: $\frac{4}{8}, \frac{3}{6}, \frac{2}{9}, \frac{4}{14}, \frac{3}{16}, \frac{2}{15}$

Pour choisir leurs nombres, ils devaient respecter les règles suivantes :

- les neuf nombres sont des nombres entiers positifs tous différents,
- chacune des six fractions qu'on peut lire représente un nombre plus petit que 1,
- aucune des six fractions ainsi formées n'est irréductible,
- toutes les fractions représentent des nombres différents.

En outre, Joël et Line ont choisi leurs neuf nombres de manière à ce que le plus grand d'entre eux soit le plus petit possible.

Line est satisfaite car son plus grand nombre (16) est plus petit que le plus grand des nombres de Joël (18).

Mais Joël lui fait observer qu'elle n'a pas respecté la règle d) car $4/8 = 3/6$, ni la règle c) vu que $2/9$ est irréductible.

Choisissez aussi neuf nombres entiers en respectant les quatre règles a, b, c, d, comme Joël, mais dont le plus grand soit plus petit que 18 et le plus petit possible.

Écrivez votre meilleur choix.

16. CUBES CACHÉS (Cat 8, 9, 10)

Julie a 86 cubes blancs et 34 noirs, tous de mêmes dimensions. Avec tous ses cubes, elle construit un parallélépipède rectangle.

Comme elle trouve que les cubes noirs ne sont pas beaux, elle les place de telle sorte qu'on ne puisse pas les voir quand le parallélépipède est posé sur son bureau en bois.

Quelles peuvent être les dimensions des parallélépipèdes que Julie peut construire en utilisant tous ses cubes.

Trouvez toutes les possibilités.

Expliquez comment vous avez trouvé.

17. TREIZE À TABLE (Cat. 8, 9, 10)

Au restaurant, c'est la fin d'un repas entre amis. Le garçon apporte l'addition : 192,75 €. Les treize amis qui ont mangé ensemble décident de partager équitablement les frais.

Julie fait la division sur la calculatrice de son téléphone portable et dit :

« Ça fait 14,82692308. Je propose que chacun mette 15 euros sur la table.

Mathieu, qui sait encore faire des divisions par écrit, griffonne sur un coin de la nappe de papier et dit à Julie :

« Ta calculatrice n'est pas très précise car je trouve 14,82692307, et je n'ai pas fini ».

Antoine, qui est très rapide dans les divisions, dit :

« Mathieu a raison, le 8^e chiffre après la virgule est bien 7, et je peux même vous dire, par exemple, quel serait le 2008^e chiffre après la virgule !

Et vous aussi, dites quel est le 2008^e chiffre après la virgule.

Expliquez comment vous l'avez trouvé.