

∞ Baccalauréat Mathématiques-informatique ∞
Antilles–Guyane septembre 2004

EXERCICE 1

8 points

Étude d'une loi du marché

Dans cet exercice on désire étudier une loi de marché relative à une revue intitulée "MOTS" en fonction du prix de l'abonnement annuel.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 200]$ par

$$f(p) = -50p + 12500.$$

On admet que cette fonction donne le nombre d'abonnés en fonction du prix p en euros, de l'abonnement annuel à cette revue "MOTS".

Partie A - Nombre d'abonnés

1. Lorsque l'abonnement est fixé à 50 €, quel est le nombre d'abonnés ?
2. Quelle est l'image de 52 par f ? Que représente cette image ?
3. Justifier que toute augmentation de 2 € du prix de l'abonnement annuel fait diminuer de 100 le nombre d'abonnés à cette revue "MOTS".
4. Le nombre d'abonnés à la revue "MOTS" est de 5 000, quel est alors le prix de l'abonnement annuel ?
5. En utilisant la fonction f , justifier que pour ce produit "plus un produit est cher, plus la demande diminue".

Partie B - étude de la recette

On appelle recette le montant total des abonnements annuels à la revue "MOTS" perçu par l'éditeur de la revue.

1. Le prix de l'abonnement est égal à 50 €. Calculer la recette correspondante.
2. Le prix de l'abonnement est fixé à 40 €. Calculer la recette correspondante.
3. Le nombre d'abonnés est égal à 5 000. Calculer la recette.
4. Le prix de l'abonnement est égal à p euros. Exprimer la recette en fonction de p et $f(p)$.
5. On définit la fonction R sur l'intervalle $[0 ; 200]$ par

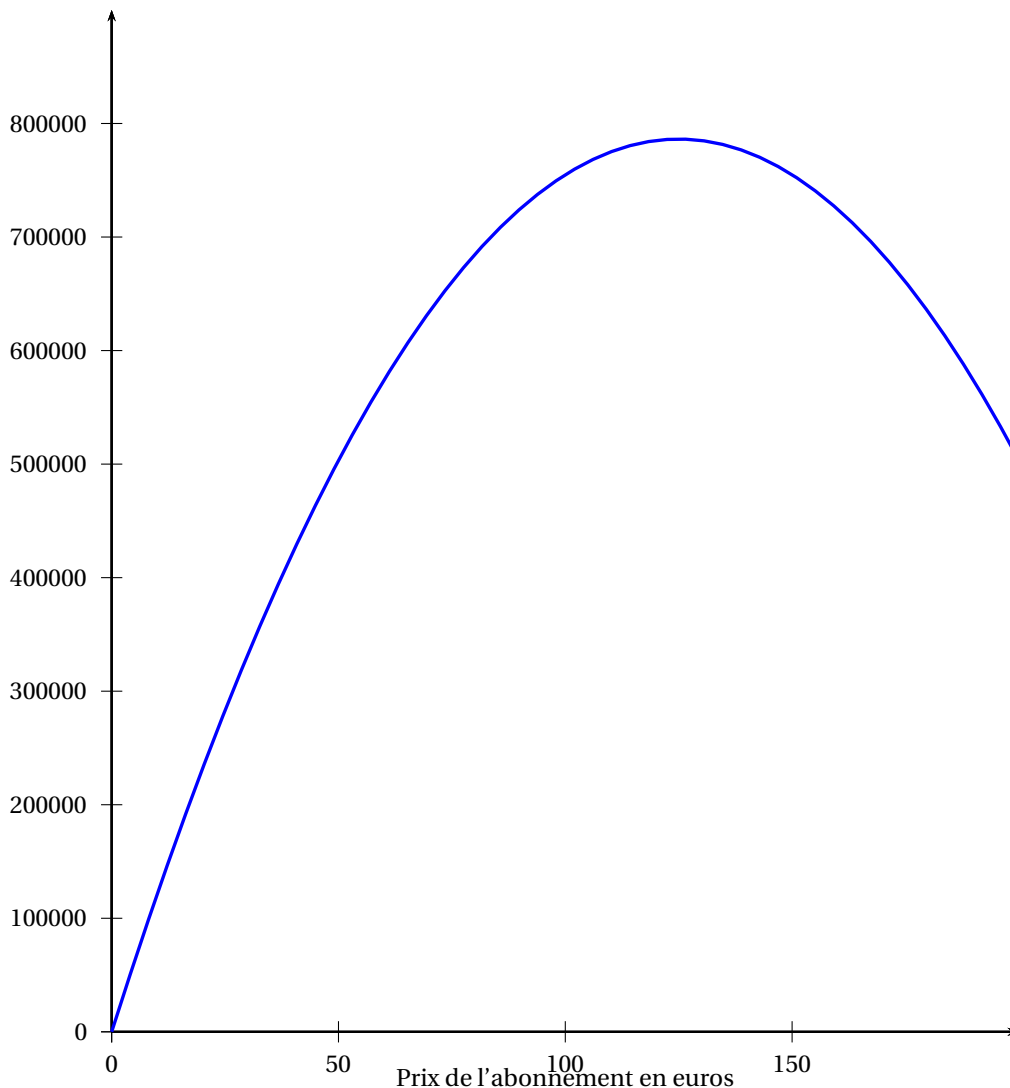
$$R(p) = -50p^2 + 12500p.$$

Vérifier que $R(p)$ est égal à la recette correspondant à un prix de l'abonnement égal à p euros.

6. Le graphique de la fonction R est donné ci-dessous. En utilisant ce graphique et en laissant apparaître tous les tracés nécessaires, répondre aux questions suivantes :
 - a. Quel est le prix de l'abonnement annuel à cette revue "MOTS" qui rend la recette maximale ? Quel est alors le montant de la recette ?
 - b. Donner l'ensemble des solutions de l'inéquation $R(p) \geq 500\,000$.

7. Calculer le nombre d'abonnés qui correspond à la recette maximale.

Recettes



EXERCICE 2

12 points

Écriture de mots

La langue française comporte 26 lettres de l'alphabet plus les lettres avec accents ou tréma soit 36 caractères qui permettent d'écrire les mots.

Un mot est une liste de caractères distincts ou non ayant un sens ou non, par exemple "cab" et "eta" sont deux mots.

Un mot simple est un mot dont les caractères sont tous distincts. Par exemple "cab" est un mot simple mais "cca" n'est pas un mot simple.

La longueur d'un mot est le nombre de caractères qui le composent : par exemple, le mot "littéraire" a pour longueur 10.

Partie A - Nombre de mots possibles de longueur donnée

On souhaite calculer :

- le nombre N de mots possibles de longueur inférieure ou égale à 5.
- le nombre S de mots simples possibles ayant une longueur donnée inférieure ou égale à 5.

On décide d'utiliser un tableur.

La feuille de calcul correspondant à et travail est donnée ci-dessous. Compléter ce tableau au fur et à mesure.

	A	B	C
1	Longueur du mot	Nombre de mots possibles	Nombre de mots simples possibles
2	1	36	36
3	2	1 296	1 260
4	3		
5	4		
6	5		
7	Total		

1. Calcul de N

- Justifier les résultats des cellules B2 et B3.
- On admet que les résultats de la colonne B sont les premiers termes d'une suite géométrique. Montrer que la raison de cette suite est égale à 36.
Donner le premier terme.
- Quel type de croissance cette suite traduit-elle ?
- Quelle formule doit-on saisir dans la cellule B3 pour que par recopie on obtienne les termes de la suite jusqu'à la cellule B6 ?
- Compléter la colonne B jusqu'en cellule B6.
- Quelle formule doit-on saisir dans la cellule B7 pour obtenir N ? Calculer N .

2. Calcul de S

- Justifier les résultats des cellules C2 et C3.
- Justifier que l'on peut saisir dans la cellule C3 la formule suivante
 $= C2*(36 - A2)$ pour que par recopie jusqu'en la cellule C6 on obtienne les nombres demandés.
- Compléter la colonne C.
- Quelle formule doit-on saisir dans la cellule C7 pour obtenir le nombre demandé S ? Calculer S .

Partie B

Un texte de Charles Perrault est écrit en quatre langues

Les amours de la règle et du compas

Toutefois nos amours, répliqua le compas
 Produiront des enfants qui vaincront le trépas
 De nous deux sortira la belle architecture
 Et mille nobles arts pour polir la nature, [...]
 Le compas aussitôt sur un pied se dressa,
 Et de l'autre, en tournant un grand cercle traça.
 La règle en fut ravie et soudain se vint mettre
 Dans le milieu du cercle, et fit le diamètre.
 Son amant l'embrassa, l'ayant à sa merci
 Tantôt s'élargissant et tantôt raccourci
 Et l'on vit naître de leurs doctes postures
 Triangles et carrés et mille autres figures

A love story between a ruler and a compass

However, our love, replied the compass
 Will produce children who will overcome death
 From us both a beautiful architecture will come out
 And a thousand noble arts to enhance nature
 Immediately, the compass stood on his foot
 Whilst he drew a great circle with the other one
 The ruler was delighted and suddenly came to lie
 In the center of the circle and draw a diameter Her
 lover kissed her, having her at his mercy
 Either widening or shortening
 And came to birth, from their learned posture
 Triangles and squares and a thousand other figures

Gli amori della riga del compasso

Tuttavia, i nostri amori, replicó il compasso
 Produrranno figli che vinceranno il trapasso,
 Da noi due uscirà la bell'architettura,
 E mille nobili arti per raffinare la natura.
 Subito el compasso su in piede si raddrizzò,
 E dell'altro, girando, un gran cerchio disegnó.
 La riga ne fu meravigliata, e ad une tratto venne a
 collocarsi
 Nel mezzo del cerchio, e fece il diametro.
 Siccome era in babia dell'amante, questo la bacio,
 Ora allargandosi, ora accorciato,
 E dalle loro dotte posture, si video nascere
 Triangoli e quadrati e mille altre figure

Die Liebschaften des Lineals und des Kompass

Immerhin wird unsere Liebe Kinder erzeugen,
 Erwiderte der Kompass, die den Tod überwinden
 werden.
 Aus uns beiden werden schöne Architektur und tau-
 sende vornehme
 Künste entstehen, um die Natur zu verfeinern.
 Sogleich erhob sich der Kompass auf einen Fuß
 Und mit dem anderen entwarf er einen großen
 Kreis.
 Das Lineal war entzückt und bildete den Durch-
 messer.
 Sien Liebhaber umarmte es, es war ihm ausgelie-
 fert.
 Bald dehnte er sich aus, bald zog er sich zusam-
 men.
 Aus ihren gelehten Haltungen entwickelten sich
 Quadrate und Dreiecke und tausende andere Ge-
 stalten.

Le tableau donne le nombre de mots d'une longueur donnée dans chacune des lan-
 gues.

Longueur du mot	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Total
Nombre de mots en français	6	32	9	7	14	19	4	6	4	1	1	1	104
Nombre de mots en anglais	8	10	24	16	13	8	12	7	3	1	1	1	104
Nombre de mots en italien	10	19	11	9	15	10	8	7	3	3	1	3	99
Nombre de mots en allemand	0	7	29	8	7	11	7	11	6	2	2	3	93

Construire les diagrammes en boîte des quatre séries statistiques correspondant aux quatre langues.