

EXERCICE 1 Les tulipes

9 points

Un jardinier a deux lots de bulbes de tulipes A et B de provenance différentes. Il a pesé un à un tous les bulbes.

1. Sur la feuille **annexe 1** est tracé le diagramme en boîte qui résume les résultats des masses en grammes des bulbes du lot A.
 - a. À partir de ce diagramme, donnons les valeurs des 1^{er} et 3^e quartiles, de la médiane et des extremums.
 - b. minimum :10
 - c. $Q_1 = 40$
 - d. médiane :55
 - e. $Q_3 = 70$
 - f. maximum :100
 - g. Une estimation du pourcentage de bulbes dont la masse est supérieure ou égale à 40 g est de 75 % par définition de Q_1 ; 25 % ont une masse inférieure ou égale à Q_1 et 75 % une masse supérieure ou égale à Q_1 .
 - h. L'intervalle interquartile est l'intervalle [40 ; 70]. Environ 50 % de la masse des bulbes est comprise dans cet intervalle.
2. Le tableau des effectifs du lot B est le suivant :

masse	20	25	30	35	40	45	50	55	60
nombre de bulbes	10	14	22	25	18	12	8	6	5

- a. La masse moyenne au gramme près des bulbes du lot B est de 36 g. En effet

$$\bar{x} = \frac{10 \times 20 + 14 \times 25 + \dots + 6 \times 55 + 5 \times 60}{10 + 14 + \dots + 6 + 5} = \frac{4375}{120} \approx 36,46$$

- b. Déterminons

premièrement la médiane ; c'est une valeur qui partage la série en deux parties de même effectif. Le nombre d'éléments étant pair, nous prendrons pour médiane le centre de l'intervalle formé par les 60^e et 61^e valeurs. La 60^e est 35, la 61^e aussi donc $M_e = 35$

deuxièmement le premier quartile est la valeur du caractère dont le rang est le plus petit entier supérieur ou égal à $\frac{N}{4}$. Il y a 120 éléments donc Q_1 est la 30^e valeur soit $Q_1=30$.

troisièmement le troisième quartile est la valeur du caractère dont le rang est le plus petit entier supérieur ou égal à $\frac{3N}{4}$. Il y a 120 éléments donc Q_3 est la 90^e valeur soit $Q_3=45$.

- c. Sur l'**annexe 1** traçons le diagramme en boîte du lot B.
- d. Le lot B semble le mieux calibré puisqu'environ la moitié des bulbes ont une masse entre 30 et 45.
- e. Déterminons le pourcentage de bulbes dont la masse est strictement comprise entre 25 et 55 g. Considérons les bulbes dont la masse est 30, 35, 40, 45 et 50. Leur nombre est 85 (22+25+18+12+8=85). Ce qui donne une proportion de $\frac{85}{120} = 0,7083$ ou un pourcentage arrondi à 1 % près de 71 %.

EXERCICE 2 La collecte du verre

11 points

Deux villes X et Y organisent à partir du 1^{er} janvier 2000, la récupération du verre usagé.

Pour n entier naturel, on note u_n la quantité de verre récupéré, en tonnes, au cours de l'année (2000 + n) par la ville X et v_n la quantité de verre récupéré, en tonnes, au cours de l'année (2000 + n) par la ville Y.

Le tableau en **annexe 2** obtenu à l'aide d'une feuille automatisée de calculs donne certains résultats sur ces deux suites.

1. a. La suite (u_n) n'est pas géométrique car le quotient de deux termes consécutifs de cette suite n'est pas constant.
 $\frac{320}{300} \approx 1,066667, \frac{340}{320} \approx 1,0625$

- b. La suite (u_n) est arithmétique puisque la différence entre deux termes consécutifs est constante.
 $320 - 300 = 340 - 320 = 360 - 340 = \dots = 480 - 460 = 20$. La raison est 20.
- c. Calculons u_{15} ; le terme général d'une suite arithmétique est : $u_n = u_0 + nr$ soit ici $u_n = 300 + 20n$. Par conséquent pour $n = 15$, $u_{15} = 300 + 15 \times 20 = 600$. Ce nombre représente la quantité de verre récupéré, en tonnes, au cours de l'année 2015 par la ville X.
- d. On souhaite faire figurer dans les cellules E2 à E11 les quantités de verre collecté depuis l'année 2000 par la ville X.
 Pour cela, déterminons :
- Une formule à inscrire dans la cellule E4 est $=E3+C4$ ou $=$E3+$C4$;
 - l'opération à réaliser une fois cette formule inscrite est un « copier-glisser » vers le bas.
2. Chaque année la quantité de verre récupéré par la ville Y augmente de 10 %.
- Calculons v_1 et v_2 . À une augmentation de 10 % correspond un coefficient multiplicateur de $1 + \frac{10}{100}$, soit 1,1. Par conséquent $v_1 = 250 \times 1,1 = 275$ et $v_2 = 275 \times 1,1 = 302,5$
 - La suite (v_n) est géométrique puisque l'on passe d'un terme au suivant en le multipliant toujours par 1,1. La raison est par conséquent 1,1.
 - Pour obtenir les valeurs de v_1 à v_9 à l'aide d'une seule formule écrite dans la cellule D3, puis recopiée vers le bas, nous pourrions écrire $=D2*1,1$ ou $=\$D\$2*1,1^B3$
3. Sur le graphique de la feuille **annexe 2** sont représentés les premiers termes de la suite (v_n) ; sur le même graphique, plaçons les premiers termes de la suite (u_n) . Par lecture graphique, à partir de 2005 la collecte dans la ville Y dépassera celle de la ville X. Pour 5, les points de la suite (v_n) sont au dessus des points de la suite (u_n) .
4. a. La collecte de la ville X dépassera les 700 tonnes lorsque $u_n \geq 700$.

$$300 + 20n \geq 700 \quad 20n \geq 400 \quad n \geq 20$$

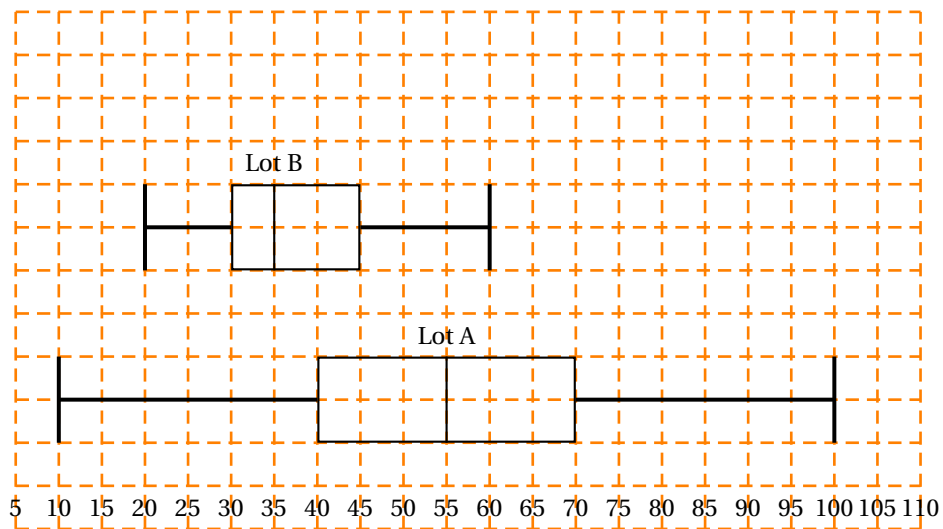
À partir de 2020 la ville X dépassera les 700 tonnes de verre récupéré.

- b. La collecte de la ville Y dépassera les 700 tonnes en 2011. En effet $v_{10} \approx 648,44$ et $v_{11} \approx 713,28$
5. Justifions l'exactitude ou l'inexactitude des affirmations suivantes.
- Première affirmation : « De 2000 à 2002 la quantité de verre récupéré par la ville Y a augmenté de 20 % . »
 Cette affirmation est fautive, elle a augmenté de 21 %. $1,1 \times 1,1 = 1,21$ soit une augmentation de 21 %.
 - Deuxième affirmation : « Entre 2000 et 2009, la quantité de verre récupéré par la ville X a augmenté de 60 % . »
 Calculons le taux d'évolution de la quantité de verre récupéré entre 2000 et 2009 $\frac{480-300}{300} = 0,6 = 60\%$. Par conséquent l'affirmation est vraie.

ANNEXE 1 (à rendre avec la copie)

Exercice 1 : À compléter, en suivant les consignes de la question 2. c.

Diagramme en boîte



Masses en grammes des bulbes

ANNEXE 2 (à rendre avec la copie)

Exercice 2

Feuille automatisée de calcul :

	A	B	C	D	E
1	Année	n	u_n	v_n	
2	2000	0	300	250	300
3	2001	1	320		620
4	2002	2	340		
5	2003	3	360		
6	2004	4	380		
7	2005	5	400		
8	2006	6	420		
9	2007	7	440		
10	2008	8	460		
11	2009	9	480		
12					

Représentation graphique des suites (u_n) et (v_n) . À compléter, en suivant les consignes de la question 3.

