

Session 2013

PE2-13-PG1

Repère à reporter sur la copie

**CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ECOLES**

Vendredi 28 septembre 2012 - de 9h 00 à 13h 00  
**Deuxième épreuve d'admissibilité**

**Mathématiques et sciences expérimentales  
et technologie**

Durée : 4 heures

Note éliminatoire : 0 à l'une ou  
l'autre des parties de l'épreuve

Le candidat doit traiter la partie sciences expérimentales et technologie sur une copie distincte de celle(s) utilisée(s) pour la partie mathématiques.

Rappel de la notation :

- première partie mathématiques : **12 points**
- seconde partie sciences expérimentales et technologie : **8 points**

Il est tenu compte, à hauteur de **trois points** maximum, de la qualité orthographique de la production des candidats.

Ce sujet contient 9 pages, numérotées de 1/9 à 9/9. Assurez-vous que cet exemplaire est complet. S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

***L'usage de la calculatrice électronique de poche à fonctionnement autonome, sans imprimante est autorisé.***

***L'usage de tout ouvrage de référence, de tout document et de tout matériel électronique est rigoureusement interdit.***

***Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.***

**N.B:** Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine etc.  
***Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.***

## Première partie de l'épreuve

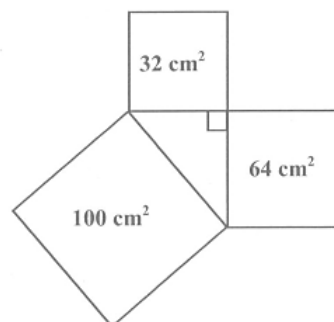
### EXERCICE 1 (5 points)

Dans cet exercice, des affirmations sont proposées. Pour chacune d'entre elles, dire si elle est vraie ou si elle est fausse. Justifier la réponse.

*Une réponse exacte mais non justifiée ne rapporte aucun point.*

*Une réponse fausse n'enlève pas de point.*

1. La figure ci-contre représente trois carrés construits sur les trois côtés d'un triangle rectangle. Dans chacun des carrés est indiquée son aire.



#### **Affirmation 1 :**

La construction à l'échelle de cette figure est possible

2. **Affirmation 2 :**

Si un nombre est multiple de 6 et de 9, alors il est aussi multiple de 54.

3. On considère deux nombres dont la somme est 400.

#### **Affirmation 3 :**

Si l'on augmente de 3 chacun de ces deux nombres alors leur produit augmente de 1209

4. En période de sécheresse, un agriculteur a des réserves pour alimenter ses 8 vaches pendant 20 jours. Il accepte de prendre en charge 2 vaches de plus pour rendre service à son voisin.

#### **Affirmation 4 :**

Avec ces mêmes réserves, il pourra nourrir toutes les vaches pendant 18 jours.

5. On considère un solide constitué d'un empilement de cubes identiques.

On ci-contre les vues de droite, de face et de dessus.



#### **Affirmation 5 :**

On peut construire un tel solide à l'aide d'un empilement de 7 cubes.



6. **Affirmation 6 :**

En insérant de différentes manières exactement deux parenthèses (une ouvrante et une fermante) dans l'écriture  $8 \times 7 + 3 \times 5$ , on peut obtenir tous les nombres de la liste suivante :

71 ; 176 ; 283 ; 295 ; 400.

## EXERCICE 2 (5 points)

Soit ABC un triangle isocèle, rectangle en A, tel que  $AB = 1$  m.

On cherche à inscrire dans ce triangle un rectangle ayant une aire maximale.

Dans tout ce problème, l'unité de longueur est le mètre.

### Partie A :

Dans cette partie, on inscrit le rectangle AFED comme sur la figure ci-contre

- F est un point du segment [AC],
- D est un point du segment [AB],
- E est un point du segment [BC].

On pose  $AD = x$  et on considère la fonction  $f$  qui, à tout nombre  $x$  compris entre 0 et 1, associe l'aire du rectangle ADEF.

1. Montrer que :  $f(x) = -x^2 + x$ .

2. À l'aide d'une feuille de calcul, on a construit un tableau de valeurs de la fonction  $f$ .

|    | A   | B      |
|----|-----|--------|
| 1  | $x$ | $f(x)$ |
| 2  | 0   | 0      |
| 3  | 0,1 | 0,09   |
| 4  | 0,2 | 0,16   |
| 5  | 0,3 | 0,21   |
| 6  | 0,4 | 0,24   |
| 7  | 0,5 | 0,25   |
| 8  | 0,6 | 0,24   |
| 9  | 0,7 | 0,21   |
| 10 | 0,8 | 0,16   |
| 11 | 0,9 | 0,09   |
| 12 | 1   | 0      |

a) Quelle formule a-t-on pu entrer dans la cellule B2, puis recopier jusqu'en B12, pour générer les images par  $f$  ?

b) Dans cette question, on admet l'existence d'un maximum pour la fonction  $f$ . Peut-on affirmer, à l'aide du tableau, que le maximum de la fonction  $f$  est atteint en  $\frac{1}{2}$  ?

3. a) Démontrer que :  $f(x) = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$

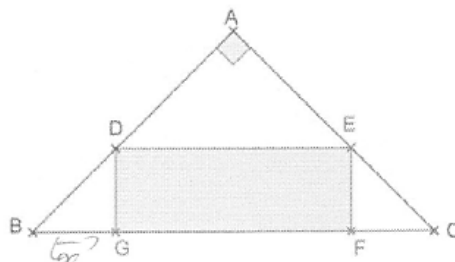
b) En déduire l'aire maximale recherchée.

c) Le rectangle d'aire maximale est-il un carré ?

**Partie A :**

Dans cette partie, on inscrit le rectangle DEFG comme sur la figure ci-contre.

- D est un point du segment [AB],
- E est un point du segment [AC],
- G et F sont deux points du segment [BC].

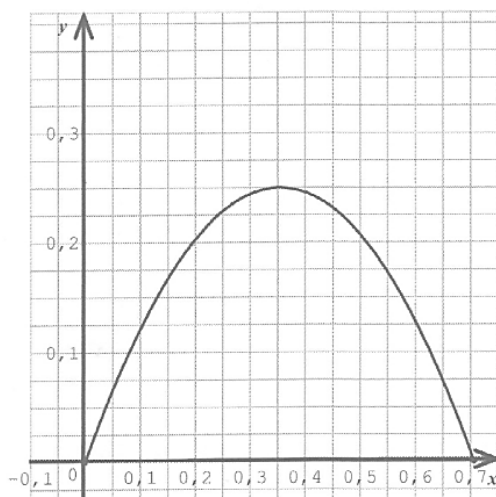


On pose  $BG = x$

1. Dans quel intervalle I se trouve le nombre  $x$  ?

Dans la suite de l'exercice, on considère la fonction  $g$  qui, à tout nombre  $x$  dans l'intervalle I, associe l'aire du rectangle DEFG.

2. Exprimer  $g(x)$  en fonction de  $x$ .
3. La représentation graphique de  $g$  est donnée ci-dessous :



- a) D'après le graphique, où placer le point G pour inscrire un rectangle d'aire  $0,2 \text{ m}^2$  ?
- b) Par lecture graphique, déterminer l'aire maximale recherchée au centième près.
- c) Pour cette aire, le quadrilatère DEFG est-il un carré ?

**EXERCICE 3 (2 points)**

Soit  $n$  un nombre entier naturel non nul et  $A_n$  le nombre entier naturel dont l'écriture décimale ne contient que le chiffre 1 répété  $n$  fois :  $A_n = \underbrace{111\dots1}_{n \text{ fois}}$

1. Pour quelles valeurs de  $n$  le nombre  $A_n$  est-il divisible par 11 ? Justifier.
2. Pour quelles valeurs de  $n$  le nombre  $A_n$  est-il divisible par 33 ? Justifier.