Didactique de la géométrie
Recherche et enseignement

Marie-Jeanne Perrin-Glorian
Laboratoire de Didactique André Revuz
Université d'Artois

Plan

- Introduction : des études et résultats de recherche en didactique de la géométrie
- Premier échange (10 minutes)
- La géométrie des tracés
- Questions ponctuelles
- Un exemple à étudier et discuter
- Discussion générale
- Apports de compléments éventuels

Introduction : des études et résultats de recherche en didactique de la géométrie

Le terme « géométrie » recouvre des significations très différentes

- Brousseau (1983) : la géométrie comme modèle de l'espace : le problème du charpentier et la géométrie comme théorie assurant la consistance de ce modèle : le problème des médiatrices.
- Berthelot et Salin (1992) : connaissances spatiales et connaissances géométriques et définition de 3 problématiques
  - *Problématique pratique* : Les rapports à l'espace sont contrôlés de manière empirique et contingente par les sens. Il n'y a pas de théorie géométrique. La fin justifie les moyens
  - *Problématique de modélisation ou spatio-géométrique* : problème posé dans l'espace sensible, traduit dans un modèle géométrique où se fait la résolution ; le résultat est retraduit dans l'espace sensible ; la validation se fait dans l'espace sensible.
  - *Problématique géométrique* : problème, traitement et validation se situent dans le cadre de la géométrie théorique, selon des règles établies. Les rapports à la figure sont régis par les définitions et les règles de fonctionnement des objets théoriques qu'elle représente.

Le terme « géométrie » recouvre des significations très différentes

- Houdement et Kuzniak (années 2000) 3 paradigmes
  - *La Géométrie I ou « géométrie naturelle »* a pour source de validation la réalité, le sensible. […] La Géométrie I correspond déjà à un effort d'abstraction du réel, dans la mesure où la pensée sélectionne pour s'exercer certains aspects des objets s'ils sont matériels ou les traduit en schémas (Caveing, 1997), comme par exemple les figures simples (cercles, carrés...). L'intuition, l'expérience et le raisonnement déductif s'exercent sur des objets matériels, ou matérialisés, grâce à la perception ou la mise en œuvre d'expériences mécaniques réelles comme le pliage, le découpage ou leur pendant virtuel.
  - *La Géométrie II ou « géométrie axiomatique naturelle »* : la source de validation se fonde sur les lois hypothético-déductives dans un système axiomatique aussi précis que possible. Mais le problème du choix des axiomes se pose. La relation avec la réalité subsiste encore dans cette Géométrie, dans la mesure où elle s'est constituée pour organiser les connaissances géométriques issues de problèmes spatiaux. L'axiomatisation proposée (…) n'est pas formelle car ici la syntaxe n'est pas coupée de la sémantique qui renvoie à la réalité. […] La Géométrie II peut s'exercer moyennant une axiomatisation partielle, voire des îlots d'axiomatisation.
  - *La Géométrie III ou « géométrie axiomatique formaliste »* : […] Les axiomes ne sont plus fondés sur le sensible et la primauté du raisonnement logique l'emporte. […] Une différence essentielle avec la Géométrie II porte sur la complétude du système d'axiomes : en Géométrie III, l'axiomatisation n'est plus partielle. » Houdement et Kuzniak, 2006, pp. 180-181.

Derrière ces significations différentes des difficultés d'enseignement

- Il y a une rupture entre une géométrie des tracés matériels et la géométrie théorique des énoncés et démonstrations (cf. cours C. Laborde, EE 1989)
- Cette rupture tient au mode de validation des énoncés
  - Perception pure : maternelle et début cycle 2
  - Par les instruments : cycle 2 et début de cycle 3
  - Par les énoncés et la démonstration : cycle 4 mais ça commence
- Comment la gérer ?

Les aspects sémiotiques de l’activité géométrique

- Le langage naturel, le langage mathématique, le symbolisme, la figure
- Thèse de Colette Laborde (1982) Langue naturelle et écriture symbolique : deux codes en interaction dans l'enseignement mathématique
- Les travaux de Duval sur la difficulté d’articuler texte et figure en géométrie
  - La perception naturelle des figures comme dessins n’est pas celle qu’on attend d’une figure géométrique : *déconstruction dimensionnelle*
  - Plusieurs appréhensions des figures : perceptive, séquentielle (construction, dépend des instruments), opératoire (capacité à voir des déformations, décompositions, recompositions…), discursive.
- Toutes les théories et toutes les démonstrations ne se valent pas de ce point de vue

Un exemple

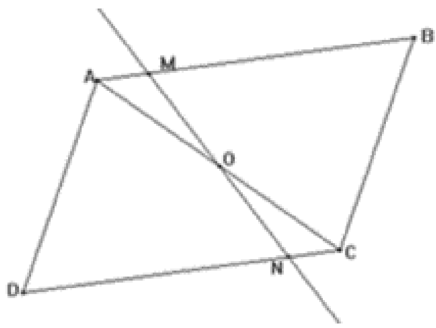
Soit ABCD un parallélogramme de centre O.

Soit M un point du segment [AB], distinct de A et B. La droite (OM) coupe [CD] en N.

Faire une figure.

Le but de cet exercice est de démontrer que O est le milieu de [MN], de deux manières différentes.

- Partie A en montrant l’égalité des triangles AMO et CNO (détaillée pour les élèves



- Partie B (telle que donnée aux élèves)

Soit s la symétrie centrale de centre O

1- a- Déterminer l'image des points A et B par s. Justifier votre réponse.

b- Déterminer l'image des droites (AB) et (OM) par s. Justifier votre réponse.

2- En déduire que N est l'image de M par s.

3- Montrer que O est le milieu de [MN].

Premières questions ?

Une approche : la géométrie des tracés

- Quelques présupposés
  - Utilité de l'enseignement de la géométrie des figures planes.
  - Nécessité de définir une progression cohérente de l'enseignement de la géométrie sur toute la scolarité obligatoire. Cette progression doit être soutenue par une axiomatique connue des professeurs.
  - Nécessité de développer à la fois les connaissances géométriques et les connaissances spatiales : les connaissances géométriques doivent être distinguées des connaissances spatiales et se construire à la fois en appui et contre les connaissances spatiales.
- … et objectifs
  - Apprendre progressivement à porter un regard géométrique sur les figures

    Aborder les notions de géométrie plane à partir de la reproduction de figures en prenant appui sur le regard naturel des enfants sur les figures pour le faire évoluer vers une vision géométrique des figures, indispensable au cycle 4.
  - Relier instruments et concepts géométriques

    Les instruments usuels de géométrie permettent de vérifier et de produire des caractéristiques graphiques qui correspondent à des propriétés géométriques : des points alignés ou des segments alignés sur une règle sont portés par une même droite, les points tracés par la mine du compas sont tous à la même distance du point où est plantée la pointe du compas ; des droites perpendiculaires se coupent en formant quatre angles droits qu'on peut vérifier avec une équerre ; de plus, vérifier un seul de ces angles suffit puisque deux angles droits juxtaposés forment un alignement…
  - Penser la continuité et la cohérence de l'enseignement du CP à la 3ème :

    Pour penser une continuité entre l'école et le collège, on ne peut pas se limiter à la seule transition école collège ni même au nouveau cycle 3, il faut le faire en considérant tout l'enseignement obligatoire.

Des objectifs pour le cycle 3

- Au cours de la scolarité obligatoire il y a deux tournants majeurs à gérer dans le mode de définition des figures :
  - Au cycle 2 et au début du cycle 3 : il faut passer de la seule perception au contrôle des propriétés par des instruments.
  - Au cycle 3 et au début du cycle 4 (fin du primaire et collège) : il faut passer du contrôle par les instruments au contrôle par les énoncés.
- Travailler le report de grandeurs sans passer par la mesure
  - Essentiel d'aborder les opérations sur les grandeurs géométriques indépendamment de leur mesure pour qu'elles puissent servir d'appui pour la construction des nombres.
  - Quand c'est nécessaire, la taille des figures est fixée par des longueurs données par des segments et non par leur mesure.
  - Nous nous intéressons aux instruments de tracé et de report de longueur ou d'angle et non aux instruments de mesure (les graduations des règles, équerres ou rapporteurs).
- Bien sûr il est important d'étudier aussi la mesure.

Restauration de figure avec coût sur les instruments.

- *Le problème et la règle du jeu*. Une restauration de figure est une reproduction de figure matérielle mais avec des contraintes particulières :
  - Une figure modèle est donnée (en vraie grandeur ou non).
  - Une partie de la figure à obtenir (amorce) est donnée soit par son tracé, soit par un instrument qui permet de reporter des informations D2 de la figure initiale mais sans donner toute l'information.
  - On dispose d'instruments variés qui ont un coût d'utilisation donné dans un barème.
  - Quand les élèves pensent avoir terminé, ils peuvent tester leur production par un calque disponible auprès du maître.
- *Le milieu (ce qui permet aux élèves de contrôler leurs actions)*

  Il est constitué notamment de la figure modèle, de l'amorce de la figure, des instruments avec leur coût. Les variables (didactiques) portent sur les choix de ces différents éléments du milieu.
- *Les connaissances en jeu*

  Elles sont à examiner dans chaque cas. Il faut choisir le milieu et la règle du jeu en fonction des connaissances supposées disponibles et de celles dont on veut favoriser l'émergence.

Des questions ?

Un exemple en sixième

La sixième : une classe charnière

Fin du cycle 3

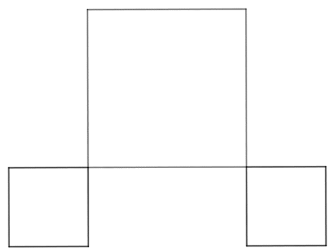
Professeurs de mathématiques

Eviter d'introduire les objets et le symbolisme géométrique ex nihilo

Constructions géométriques avec des instruments mais en dégageant les objets géométriques

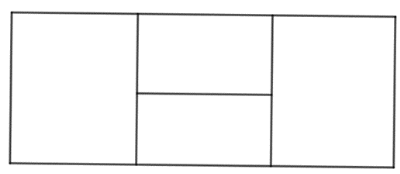
Une évaluation en début de 6ème (3 classes : 70 élèves)

- 1. Reproduis la figure suivante



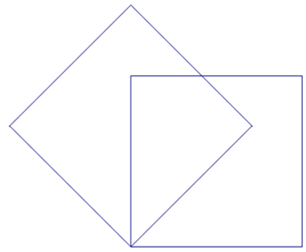
- 2. Combien de rectangles se cachent dans cette figure ?

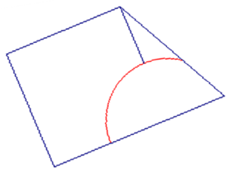
4 ? 5 ? Plus ? Combien ? Trouves-en le plus possible

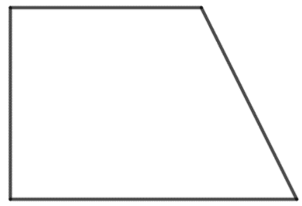


Une évaluation en début de 6ème

- 3. Cette figure représente deux carrés. On veut la reproduire en plus grand : on a déjà tracé un côté du carré. Pour cela observe bien les propriétés de la figure (tu as le droit de dessiner sur le modèle).
- 4. Termine cette figure pour qu'elle soit comme le modèle. On a déjà dessiné le contour.

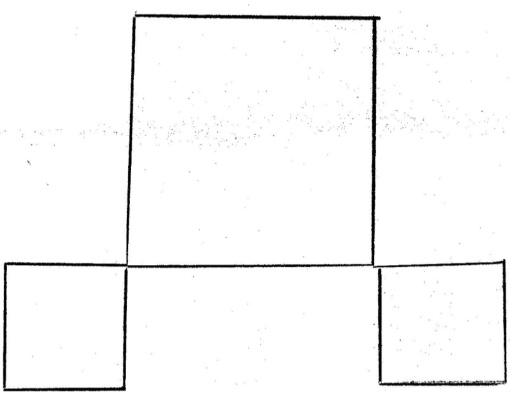


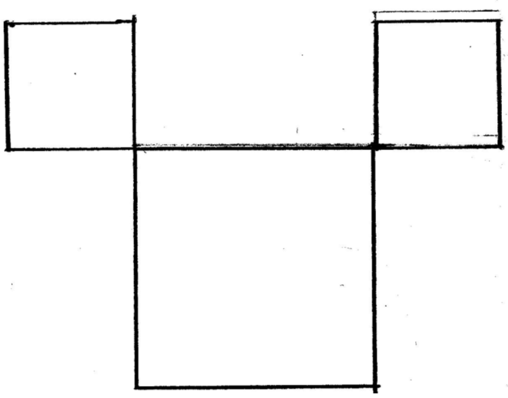


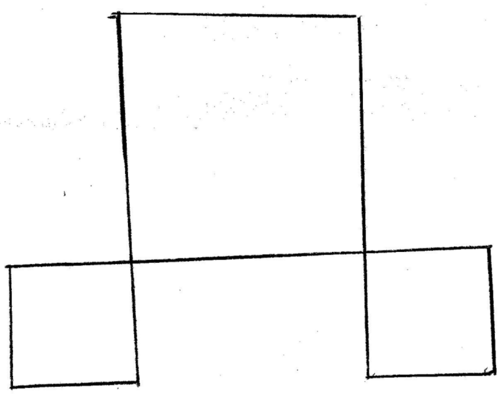


Que font les élèves à l'entrée en 6ème ?

- Exercice 1 : reproduction de 3 carrés ; respect des mesures mais pas de perception de l'alignement pour beaucoup d'élèves, pas toujours carré…
- Réussite : 18 avec trait long

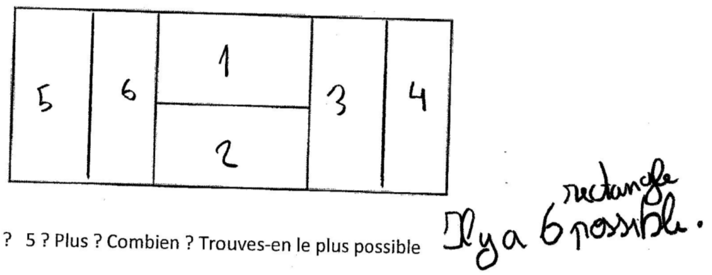


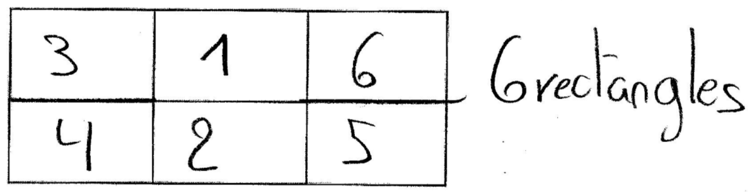




Que font les élèves de 6ème ? Exercice 2

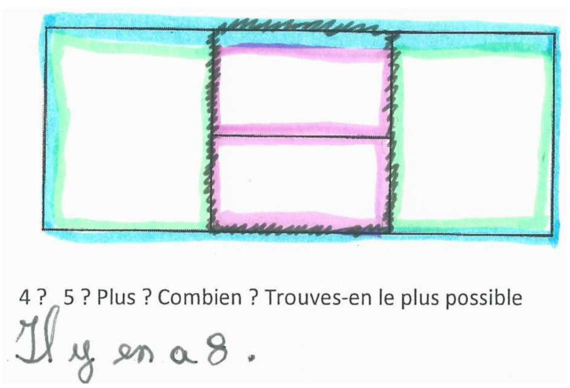
- Les élèves ont du mal à identifier des figures enchevêtrées et donnent des réponses variées à l’exercice 2 :
- Réussite (réponse 8) : 12 ; réponse 5 ou 6 : 31 ; réponse 4 ou moins : 12 ; réponse > 8 : 4.
- Certains redécoupent le rectangle pour en trouver plus que 5 :

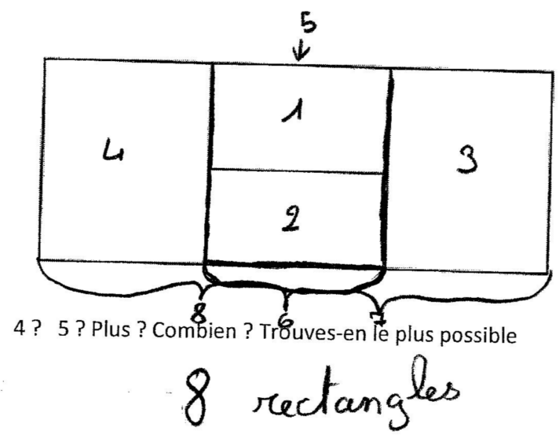




Que font les élèves de 6ème ?

- Mais certains (très minoritaires) mettent en œuvre des procédures de dénombrement

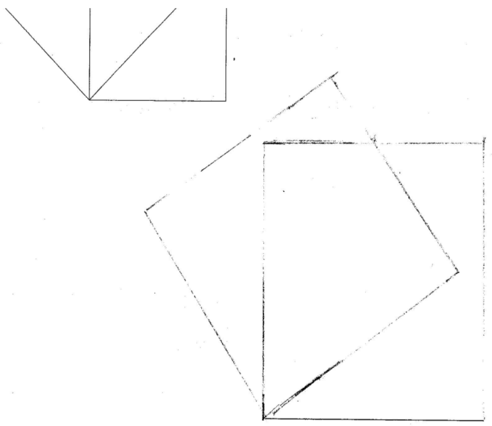


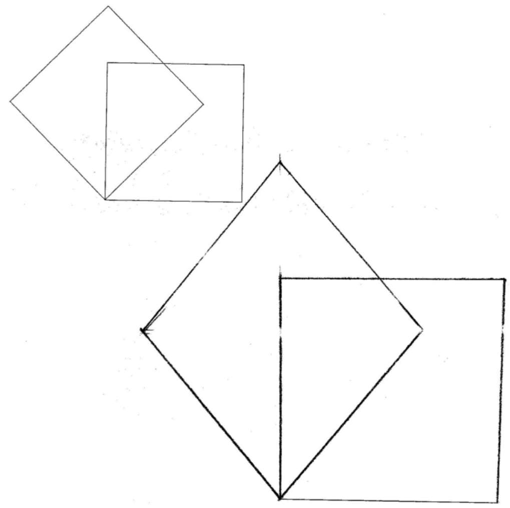


Que font les élèves de 6ème ? Exercice 3

Réussite : 11.

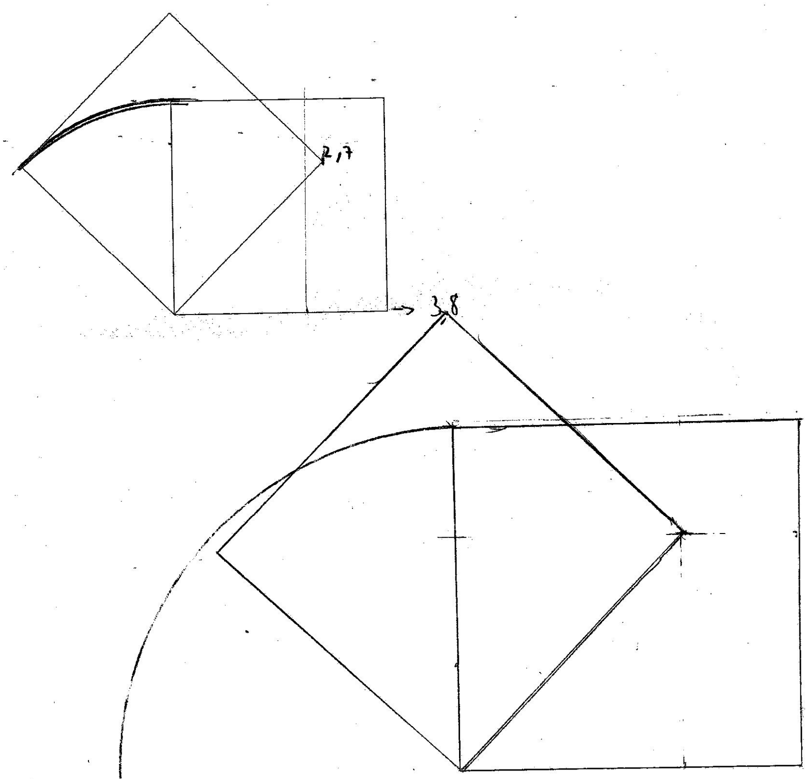
- Ils ne repèrent pas les alignements et certains ne font même pas des carrés. Ils ne tracent rien sur le modèle alors que cela leur est suggéré.
- La verticale est parfois respectée





Exercice 3

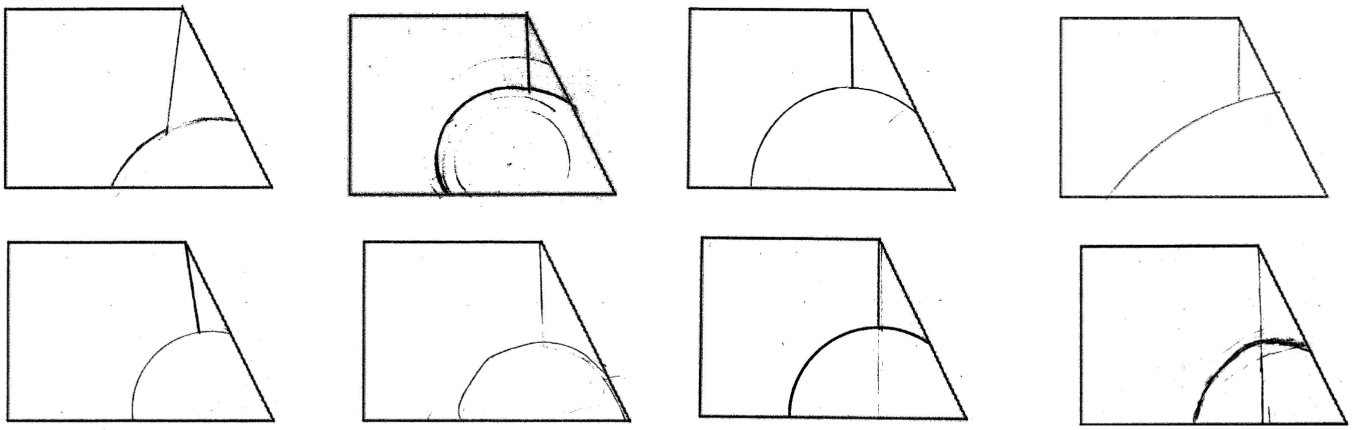
- Une exception : une élève réussit en prenant des repères numériques et en faisant des reports au compas. Elle trace sur le modèle



Que font des élèves de début de $6^{ème}$? Exercice 4

- Pratiquement pas réussi du tout : 6 sur 70 identifient centre et rayon.

  Les élèves n'ont identifié ni le centre ni le rayon. Compas placé au jugé. Perpendicularité rarement respectée.
- Sur deux classes : un tracé juste ; un où le carré est vu.

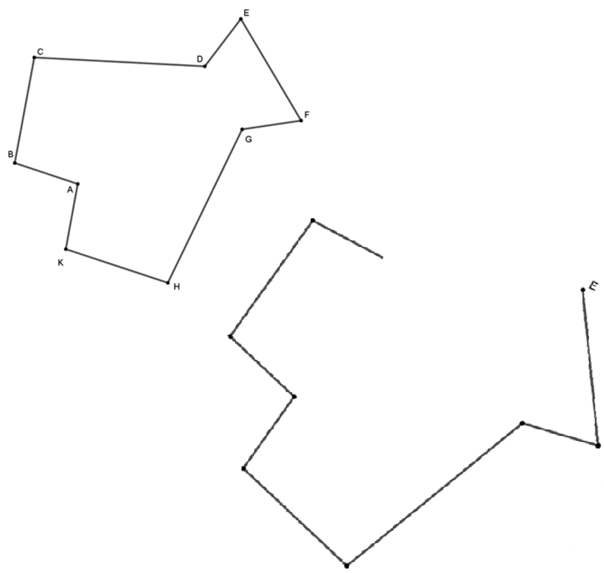


Une situation d'introduction de la symétrie orthogonale

Idée générale : s'appuyer sur la perception naturelle de la symétrie pour dégager des propriétés géométriques.

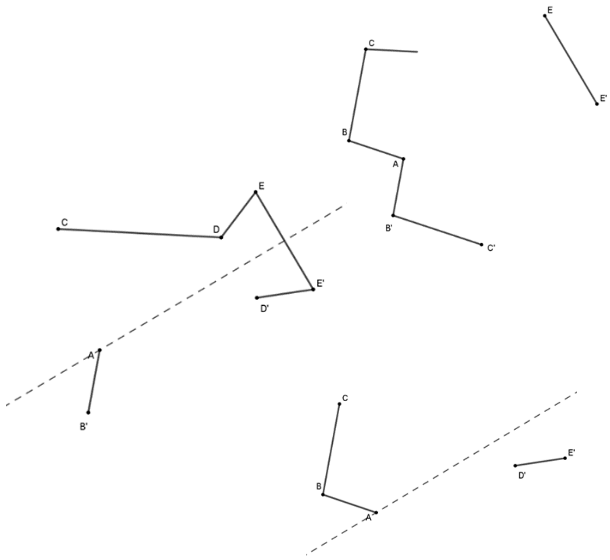
Hypothèse : les élèves perçoivent plus facilement la propriété qui relient deux droites symétriques que deux points symétriques.

- Phase 1. Collectif.
  - Trouver des propriétés que vérifie cette figure
  - Trouver l'axe de symétrie
  - Trouver des alignements
  - Ils gardent la figure modèle pour la suite
- Phase 2. Individuel
  - Remettre les noms
  - Compléter la figure pour retrouver le modèle
  - La figure est à une taille différente



Symétrie orthogonale

- Phase 3
  - Consolidation de la phase 2
- Phase 4
  - L’axe de symétrie est déjà dessiné. Cette fois, on a droit à l’équerre et au report de longueur sur une droite déjà tracée
  - Relation entre un point et son symétrique
- Phase 5
  - Consolidation de la phase 4

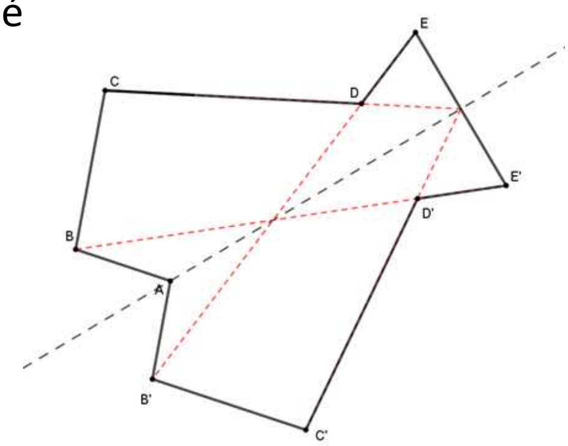


Analyse de la situation

- Choix de la figure, variables didactiques
- Choix des variables didactiques dans chaque phase en lien avec les objectifs, procédures attendues des élèves
- Connaissances émergentes dans chaque phase
- Lien avec les hypothèses faites sur l’apprentissage de la géométrie

Choix de la figure. Phase 1

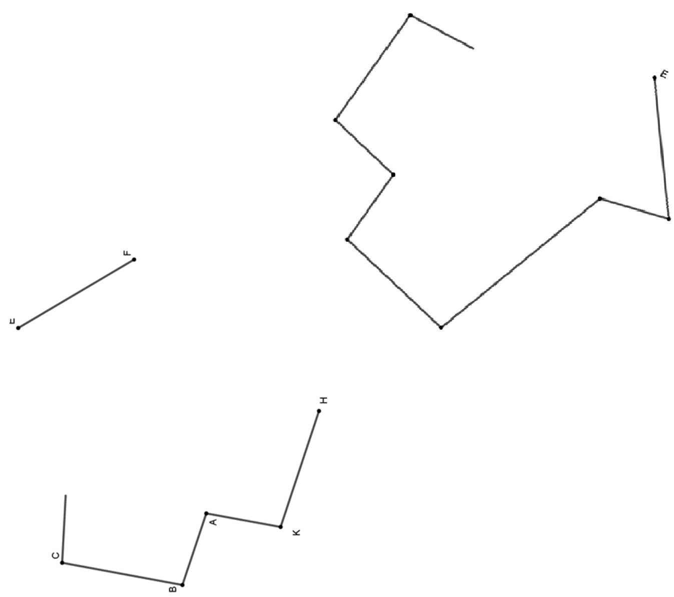
- En plus de l’axe de symétrie, la figure vérifie les relations suivantes : [ED] aligné avec B’ et [CD] aligné avec le milieu I de [EE’]. En revanche A n’est pas aligné avec C et B’ ni avec C et C’.
- Phase 1. Décrire la figure et repérer des propriétés.
  - Attendus : polygone, symétrie
  - Demander de rechercher l’axe de symétrie
  - A attendu et le milieu de [EF]
  - Comment trouver le milieu de [EF] … sans plier et sans mesurer ?
  - Demander de rechercher des alignements de sommets
  - Nommer I le milieu de [EF]
  - Confirmer les propriétés mises dans la construction



Phase 2 - Phase 3

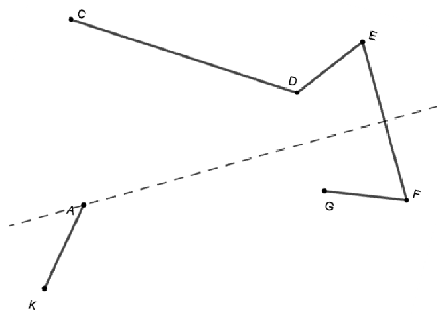
- Utiliser les alignements et les connaissances spatiales des élèves sur la symétrie pour restaurer la figure.
- Phase 2 : E nommé pour indiquer que le segment [EF] est entier. Nommer les autres points pour que les élèves fassent la relation entre le modèle et la figure à restaurer (sommets présents ou non).
- Possibilité de trouver I par prolongement
- Dégager la relation entre des droites symétriques
- Conclusion des deux phases

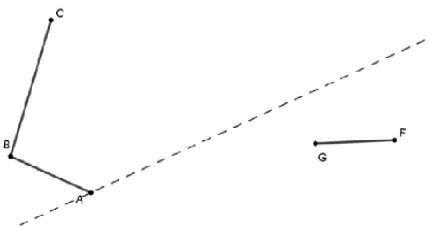
  Des droites symétriques l’une de l’autre par rapport à l’axe se coupent sur l’axe. Les segments symétriques ont la même longueur



Phase 4 – Phase 5

- On a laissé des segments entiers.
- Phase 4 : Il ne nous manque que les points B et C’ pour compléter la figure.
- Si les élèves disposent du compas, ils peuvent se servir des longueurs des côtés : prendre B à l’intersection de (E’D’) et du cercle de centre A et passant par B’ (ils se servent alors de AB = AB’).
- Phase 5 : on ne peut plus s’en tirer avec les alignements et les longueurs des côtés. Il faut au moins le symétrique d’un point.





Quel lien entre concepts géométriques et instruments de tracé ?

Idée générale : dégager les concepts géométriques à partir de règles d’action avec les instruments de tracé, en s’appuyant sur la fonction de l’instrument dans le tracé

Fonction des instruments de tracé

- Les instruments de tracé, règle, équerre, compas, jouent un rôle essentiel dans le passage du contrôle des figures par la seule perception au contrôle par les énoncés.
- Considérer non les instruments du commerce mais des instruments qui remplissent une seule fonction liée à la conceptualisation d'une notion géométrique précise.
  - Règle pour tracer des traits droits, reporteur de longueur, médiateur de segment, équerre, reporteur d'angle, compas comme traceur de cercles.
- Imaginer des instruments théoriques. Les instruments matériels sont limités, les instruments théoriques non (ex : la règle est illimité, le compas a un écartement aussi grand ou aussi petit qu'on veut.
- D'autres instruments qui permettent de reporter de l'information D2
  - Gabarits et pochoirs : toute l'information sur une figure simple
  - Papier calque : toute l'information sur une figure simple ou composée
  - Gabarit ou pochoir déchiré : une partie de l'information D2 sur une figure simple.

Fonction géométrique des instruments matériels

- Fonctions des instruments dans GT. Une fonction par instrument :
  - Tracer un trait droit ou vérifier des alignements (règle). Droite, alignement
  - Reporter une longueur sur une droite qu'on a déjà (règle informable). Longueur, distance
  - Prendre un milieu (bande de papier avec un bord droit qu'on peut plier). Milieu d'un segment
  - Tracer un cercle (compas). Cercle, centre, rayon
  - Tracer un angle droit (équerre). Angle droit, perpendiculaire
  - Reporter un angle, une direction (gabarit d'angle ou rapporteur muet). Angle
  - Tracer une parallèle à une droite… Parallèle mais pas d'instrument usuel. On peut en imaginer ou fabriquer, par exemple en combinant une règle et un gabarit d'angle.
- Le nombre des instruments nécessaires se restreint à mesure de l'avancée des connaissances sur les procédés de construction géométrique : on obtient les figures constructibles à la règle et au compas.

Usage géométrique des instruments de tracé

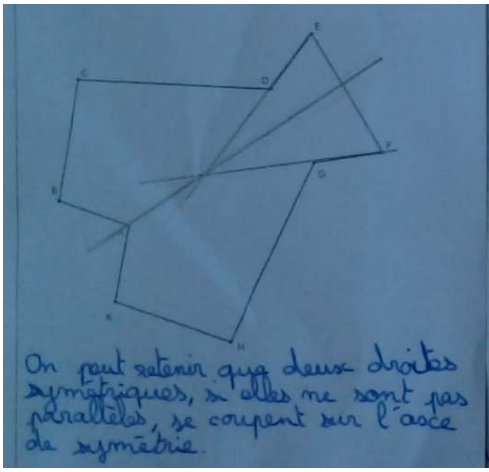
- Pour placer *la règle*, il faut deux points ou un segment déjà tracé.
- Le *report d'une longueur* se fait à partir d'un point sur une droite qu'on connaît déjà (reporteur de longueur : bande de carton rigide avec un bord droit sur lequel on peut écrire ou compas à pointes sèches).
- Le milieu d'un segment est aligné avec les extrémités et il se trouve à la même distance de ces deux extrémités Pour obtenir le *milieu d'un segment*, on reporte un segment de même longueur sur une *bande de papier avec un bord droit* qu'on plie en faisant coïncider les deux extrémités ; on reporte la longueur moitié obtenue sur le segment, vers l'intérieur, à partir d'une des extrémités.
- Pour poser *l'équerre*, il faut une droite sur laquelle on pose un côté de l'angle droit, on peut la faire glisser sur cette droite si l'on veut que l'autre côté de l'angle droit passe par un point donné.
- Le *compas* a deux branches différentes : la pointe se pose sur le centre du cercle, la mine décrit un arc de cercle quand on tourne. Pour reporter un cercle, il faut repérer le centre et prendre l'écartement jusqu'à un point du bord.
- On *reporte un angle* à partir d'une demi-droite qu'on a déjà : on reporte le sommet sur le point origine de la demi-droite et un côté sur la demi-droite qu'on a déjà et on reporte l'autre côté de part ou d'autre de cette demi-droite.
- La *règle à bords parallèles* se pose sur une droite qu'on a déjà.

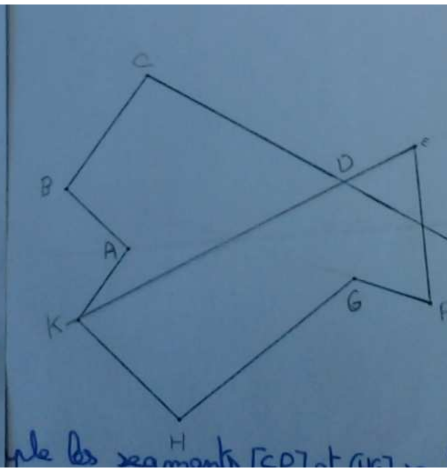
Deux exemples de productions des élèves

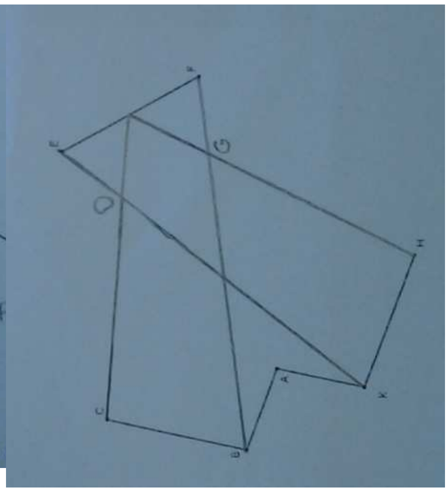
Marie a les procédures attendues dans toutes les phases

Nicolas reste sur les prolongements et reports de longueur. Il échoue dans la dernière phase où il est nécessaire de trouver le symétrique d'un point.

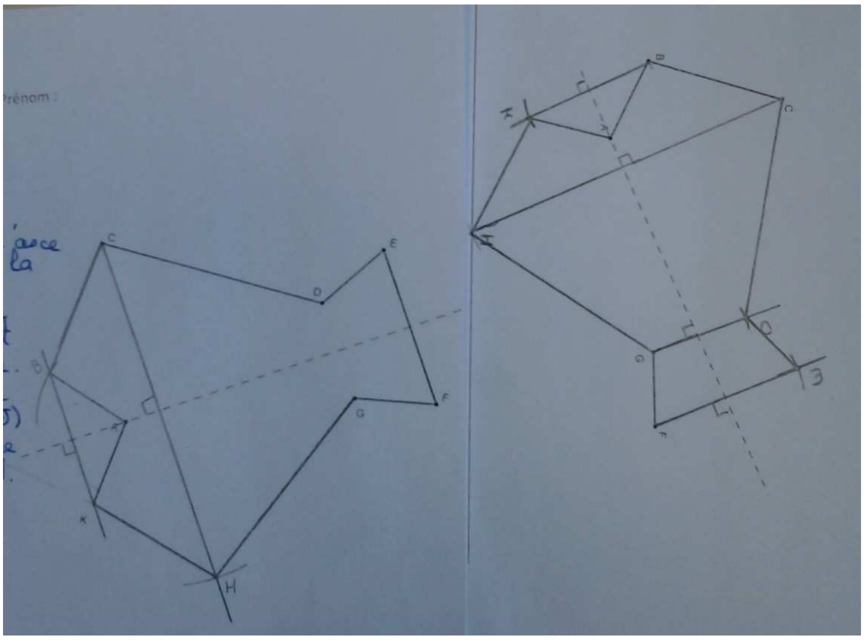
Marie phases 1, 2, 3 : un 2ème point de l’axe par prolongement.
Elle ne trace que les lignes indispensables.



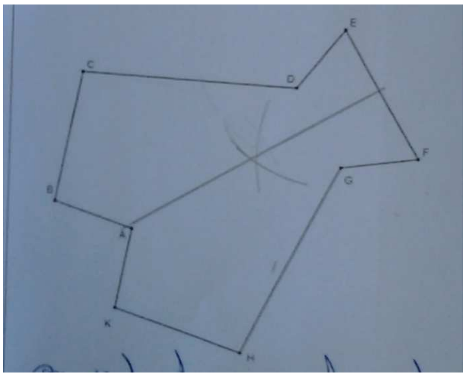


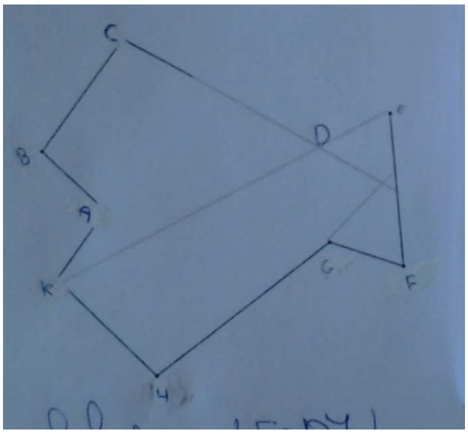


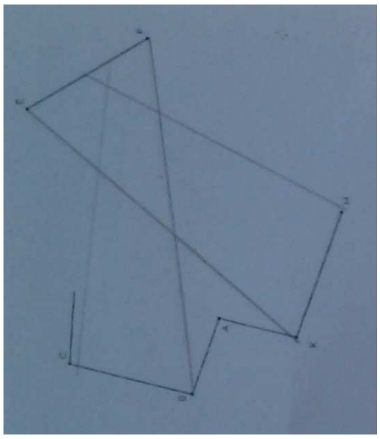
Marie phases 4, 5 : elle obtient les sommets qui manquant en traçant les symétriques de leurs homologues.



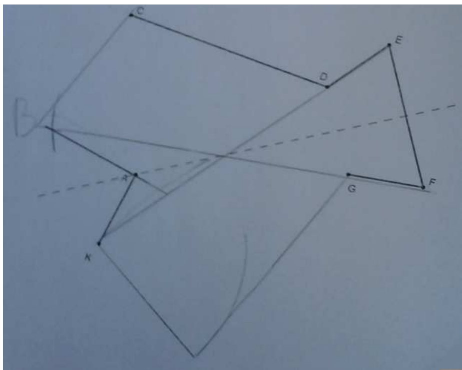
Nicolas : à la phase 1, il obtient l'axe de symétrie en prenant la médiatrice de [EF]
Aux phases 2 et 3, il utilise des prolongements

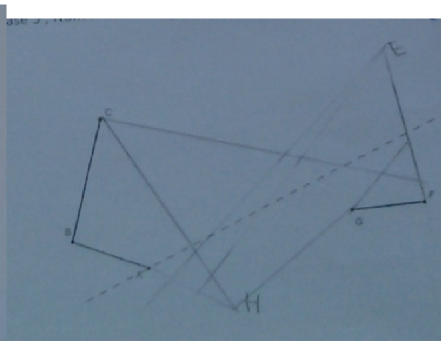




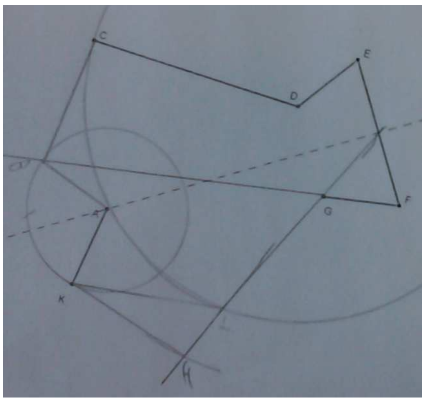


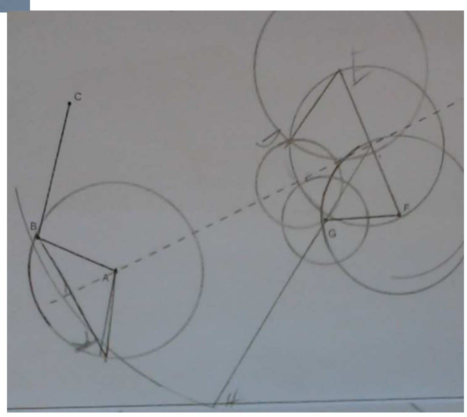
Nicolas, à la phase 4, utilise des prolongements et des reports de longueurs. Il est bloqué à la phase 5 et essaie de s'emparer de ce qui est visible au tableau.



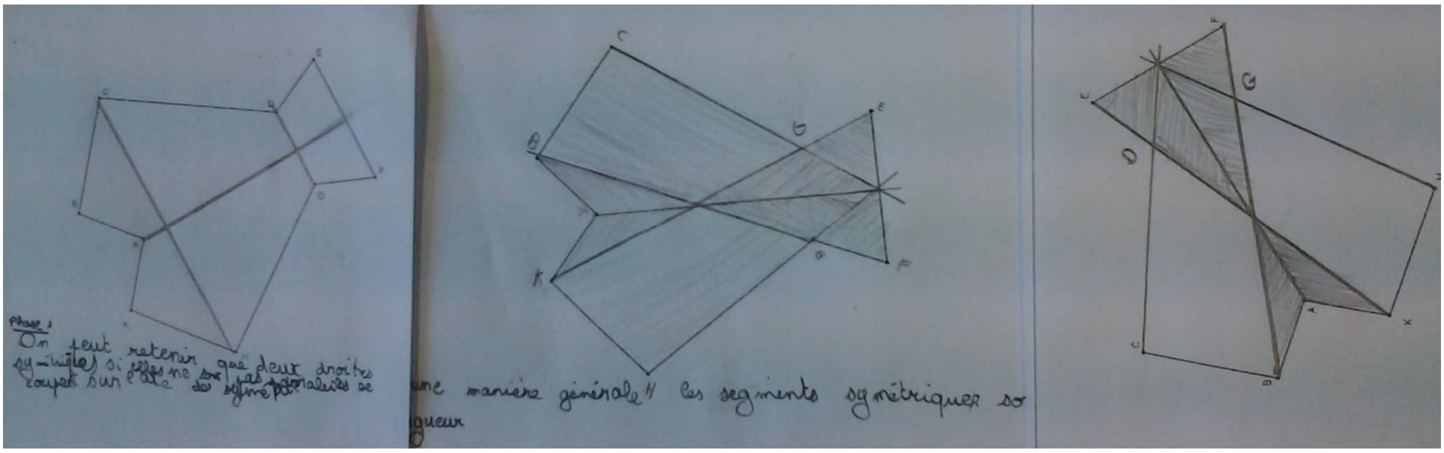


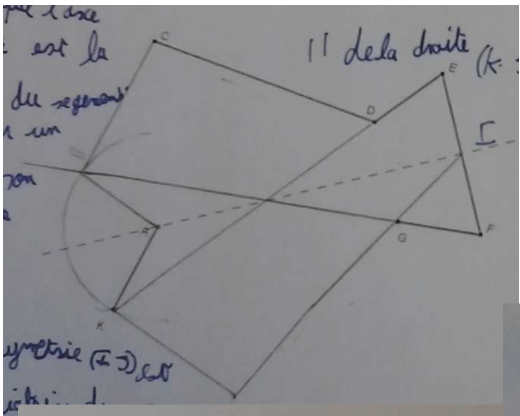
Hugo utilise les alignements et le report de longueur mais peut s'en tirer à la phase 5 en utilisant le fait que (BK) perpendiculaire à l'axe.



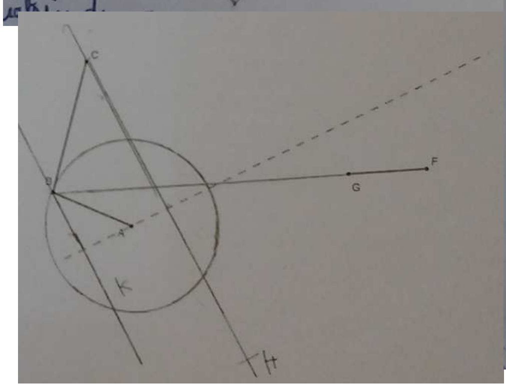


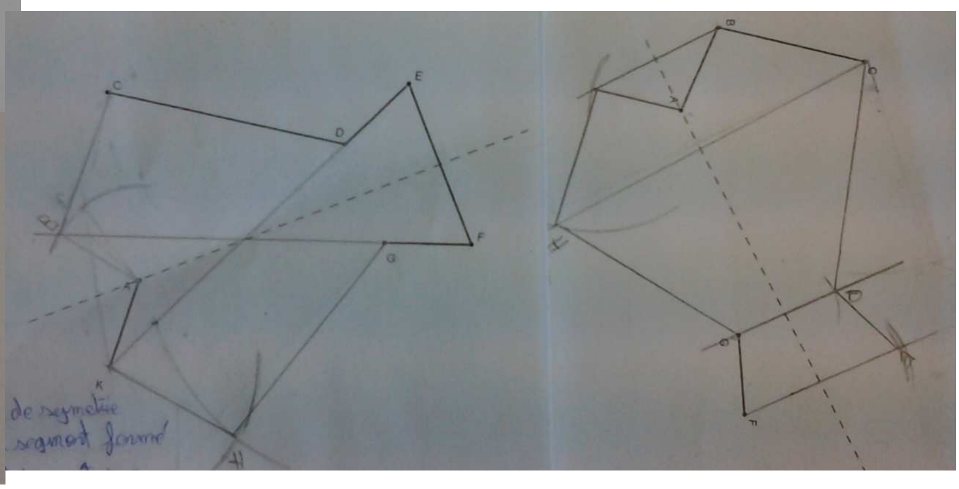
Sibylle joint un point et son symétrique dès la phase 1 et colorie des zones dans les phases 2 et 3



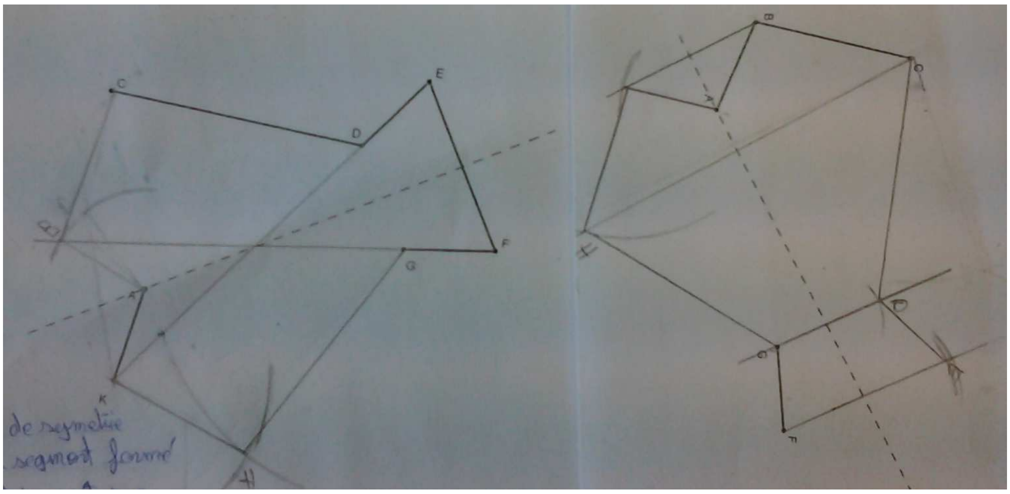


Leni et Elvina évoluent entre les phases 4 et 5 : seulement des alignements et le report de longueur des côtés à la phase 4, des perpendiculaires à la phase 5.





Elvina phase 4, 5

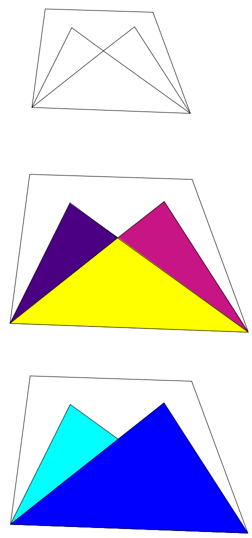


Evolution du regard sur les figures

Différentes visions des figures

Vision surfaces ou D2 (vision naturelle)

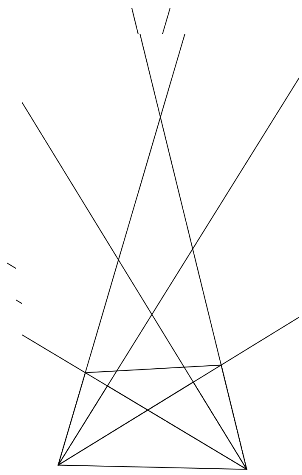
- Dans une vision « surfaces », on voit
  - des surfaces juxtaposées
  - à la rigueur partiellement superposées,
- Des lignes et des points peuvent apparaître mais
  - les lignes sont seulement des bords de surfaces,
  - les points sont des sommets de surfaces ou, en cas de superposition, des intersections de bords.
- On ne peut pas créer de nouvelles lignes



Différentes visions des figures

Vision « lignes » (ou D1)

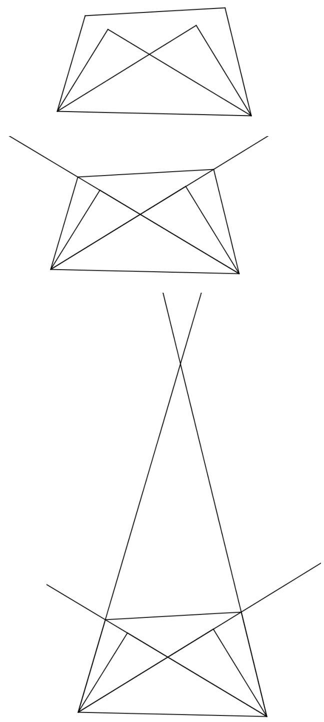
- Dans une vision « lignes » la figure est constituée de lignes qui peuvent se tracer avec des instruments :
  - la règle pour les droites, les demi-droites (qu'on peut prolonger) et les segments,
  - le compas pour les cercles ou les arcs de cercles.
- Les points sont des extrémités de lignes ou des intersections de lignes qu'on a déjà.
- On peut tracer des segments (voire des demi-droites ou des droites) qui relient des points qu'on a déjà.
- On peut obtenir de nouveaux points par intersection de lignes qu'on a prolongées mais pas créer ces points pour obtenir de nouvelles lignes
- Sur l'exemple, on verra plus ou moins de lignes supports des côtés : les lignes qui font sortir de l'enveloppe convexe de la figure initiale sont plus difficiles à considérer.



Différentes visions des figures

Vision « lignes » (ou D1)

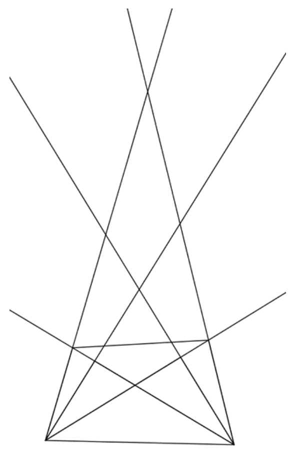
- Dans une vision « lignes » la figure est constituée de lignes qui peuvent se tracer avec des instruments :
  - la règle pour les droites, les demi-droites (qu'on peut prolonger) et les segments,
  - le compas pour les cercles ou les arcs de cercles.
- Les points sont des extrémités de lignes ou des intersections de lignes qu'on a déjà.
- On peut tracer des segments (voire des demi-droites ou des droites) qui relient des points qu'on a déjà.
- On peut obtenir de nouveaux points par intersection de lignes qu'on a prolongées mais pas créer ces points pour obtenir de nouvelles lignes
- Sur l'exemple, on verra plus ou moins de lignes supports des côtés : les lignes qui font sortir de l'enveloppe convexe de la figure initiale sont plus difficiles à considérer.



Différentes visions des figures

Vision « lignes » (ou D1)

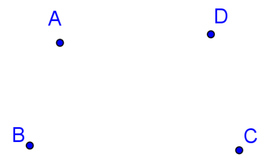
- Dans une vision « lignes » la figure est constituée de lignes qui peuvent se tracer avec des instruments :
  - la règle pour les droites, les demi-droites (qu'on peut prolonger) et les segments,
  - le compas pour les cercles ou les arcs de cercles.
- Les points sont des extrémités de lignes ou des intersections de lignes qu'on a déjà.
- On peut tracer des segments (voire des demi-droites ou des droites) qui relient des points qu'on a déjà.
- On peut obtenir de nouveaux points par intersection de lignes qu'on a prolongées mais pas créer ces points pour obtenir de nouvelles lignes
- Sur l'exemple, on verra plus ou moins de lignes supports des côtés : les lignes qui font sortir de l'enveloppe convexe de la figure initiale sont plus difficiles à considérer.

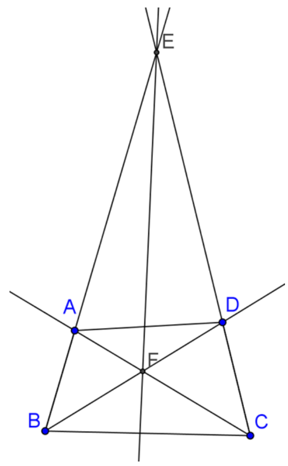


Différentes visions des figures

Vision « points » (ou D0)

- Dans une vision « points » de la figure, on peut créer des points par intersection de deux lignes et les points peuvent définir des lignes :
  - il faut deux points (ou un point et une direction) pour déterminer une droite, une demi-droite ;
  - pour un segment, il faut deux points ou un point et une longueur sur une demi-droite déjà tracée ;
  - il faut deux points pour déterminer un cercle (le centre et un point du cercle) ou un point et une longueur.
- Sur l'exemple, on peut identifier des points qui permettent de définir les lignes :
  - la donnée de A, B, C, D (le quadrilatère) détermine quatre droites dont les intersections donnent deux nouveaux points E et F.
  - Le choix de G sur (EF) détermine les petits triangles

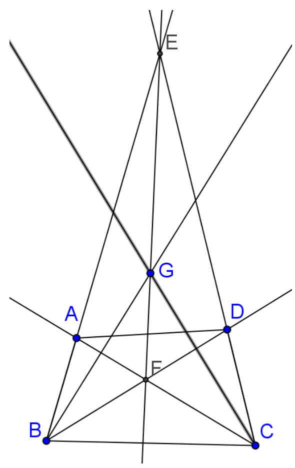




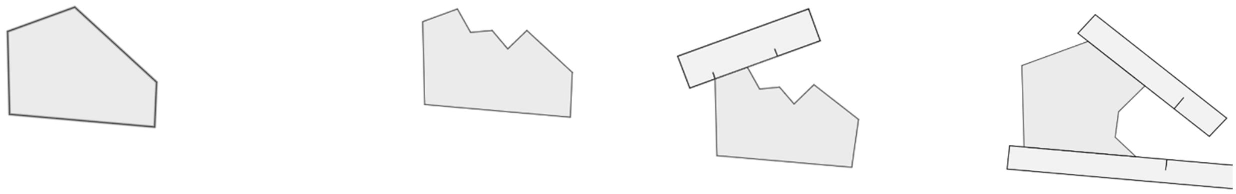
Différentes visions des figures

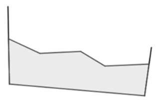
Vision « points » (ou D0)

- Sur l'exemple, on peut identifier des points qui permettent de définir les lignes :
  - la donnée de A, B, C, D (le quadrilatère) détermine quatre droites dont les intersections donnent deux nouveaux points E et F.
  - Le choix de G sur (EF) détermine les petits triangles



Reconnaître et reproduire un polygone de la maternelle à la 6ème

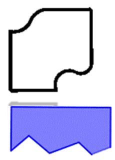




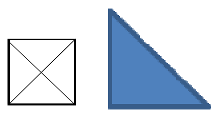
Il faut reporter au moins un angle si on suit le bord ou ajouter un triangle appuyé sur une diagonale.

- Les moyens de reconnaissance et de production d'une figure évoluent radicalement au cours de la scolarité obligatoire.
- Les premiers moyens reposent sur une vision surface. La reproduction à la règle et à l'équerre peut se contenter d'une vision lignes.
- Pour comprendre et justifier la reproduction d'un triangle au compas à partir des longueurs des côtés, il faut voir un point comme intersection de lignes et voir le cercle comme un ensemble de points à une distance donnée du centre.

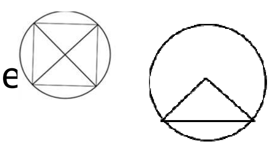
Progression sur le carré (et autres polygones)



1. Restauration d'un coin : sommet comme intersection des supports des côtés. Cycle 2, sur les polygones : pas de spécificité du carré.
2. Gabarit dont un côté entier manque : tourner le gabarit, se servir de l'angle droit et du report du côté. Pour le rectangle, il faut une autre information, par exemple triangle rectangle demi-rectangle.
3. Reproduire à la même taille : règle, gabarit angle droit, outil de report de longueur. Identique pour rectangle.



4. Modèle à une taille réduite : carré (ou rectangle) avec ses diagonales. Gabarit triangle rectangle moitié. Ou bien un côté tracé (deux pour le rectangle et gabarit d'angle droit.



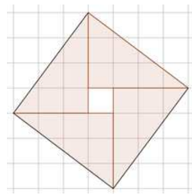
5. Modèle carré (ou rectangle) avec son cercle circonscrit. Amorce triangle quart de carré (ou de rectangle) éventuellement avec le cercle.

Progression sur le carré (et autres polygones)

6. Modèle carré (ou rectangle) avec ses diagonales. Amorce : triangle quart de carré (ou de rectangle) ou seulement un côté dans le cas du carré ou deux longueurs dans le cas du rectangle

7. Construire un carré connaissant une diagonale.
   Pour le rectangle, il faut une information supplémentaire, soit la longueur d'un côté soit l'angle des diagonales.
   Pour le parallélogramme, il faut deux informations supplémentaires : soit les longueurs des côtés, soit l'angle des diagonales et la longueur de la deuxième diagonale.

A traiter après un travail sur les constructions de triangles.



8. Carré sur quadrillage ou papier pointé

Le triangle en $6^{\text{ème}}$

Activité triangle décembre 2018

Travail par deux : Reproduire le triangle suivant. Un des côtés du triangle doit s'appuyer sur la droite déjà tracée

- Phase 1 : les élèves ont un gabarit avec les coins coupés.

Voir que les sommets sont l'intersection des droites supports des côtés

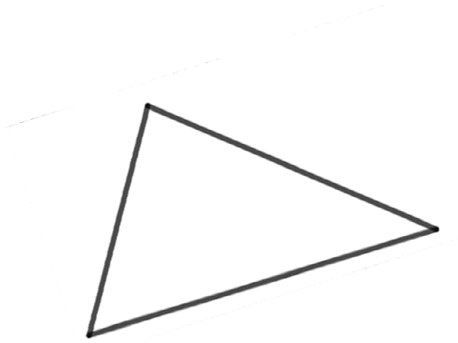
- Phase 2 : On donne 1, 2, ou 3 coins (numérotés) du triangle. Comment faire maintenant pour reproduire le triangle ?

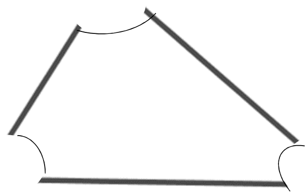
Si on a deux angles, il faut une longueur ; si on a un angle, il faut 2 longueurs ; 3 angles ne donnent pas plus de renseignements que 2 angles.

- Phase 3 : On donne un autre triangle à reproduire mais on n'a plus de gabarit, ni du triangle ni des angles.

On peut reporter une longueur mais il faut un autre instrument pour les autres longueurs parce qu'on n'a pas le support des côtés : le compas.

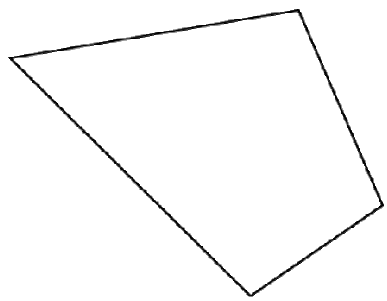
Remise en service du travail sur le cercle fait avant.





Activité triangle décembre 2018

- Institutionnalisation : Construction d'un triangle au compas connaissant les longueurs des côtés (données par 3 segments). Ce n'est pas toujours possible… Utilisation de géogébra.
- Réinvestissement : Reproduire un quadrilatère sans angle droit. Les longueurs des côtés ne suffisent pas



Exercice de réinvestissement sur triangles particuliers

- Reproduire la figure à partir de l’amorce
- Règle, équerre, compas gratuits sur la figure à reproduire ou sur le modèle mais report d’un figure sur l’autre : 5 points de pénalité. Ou bien le modèle n’est pas à la même taille.
- Relations à trouver sur le modèle :
  - ABC équilatéral et AB = AG
  - ADE isocèle et rectangle en D
  - AGF rectangle en G.