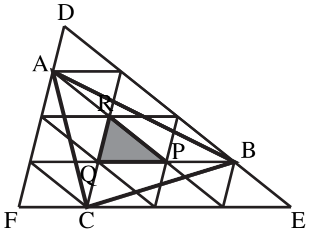
Complément de l'auteur qui étudie le cas particulier $x = y = z$.

$$a(\mathrm{PQR}) = \mathrm{S}' = \mathrm{S}\left(1 - \frac{3x(1-x)}{x^2 - x + 1}\right).$$

Cas où $x = y = z = 1/2$.
Dans ce cas, D, E et F sont les milieux des côtés, les trois droites (AD), (BE) et (CF) sont concourantes, donc $\mathrm{S}' = 0$.

Cas où $x = y = z = 1/3$
Les points D, E et F divisent les côtés du triangle en trois. En utilisant les formules,

on obtient : $\mathrm{S}' = \mathrm{S}\left(1 - \frac{6}{7}\right) = \frac{\mathrm{S}}{7}$.



Une méthode astucieuse pour redécouvrir ce résultat est le puzzle de MIKUZINSKI (1943).
Dans le triangle DEF, on divise chaque côté en quatre parties égales, et, par chacun des points obtenus, on trace les parallèles à chaque côté. Les points A, B, C, P, Q et R sont placés comme indiqué sur la figure.
On obtient ainsi un recouvrement du triangle DEF par des triangles isométriques au triangle PQR. On a donc a(DEF) = 16 S′. En observant que [AB], [BC] et [CA] sont les diagonales de parallélogrammes composés de quatre triangles de base, il est facile de remarquer que

$$a(\mathrm{BEC}) = a(\mathrm{CAF}) = a(\mathrm{DAB}) = 3\,\mathrm{S}'.$$

Or

$$a(\mathrm{ABC}) = a(\mathrm{DEF}) - a(\mathrm{BEC}) - a(\mathrm{CAF}) - a(\mathrm{DAB}).$$

On a donc

$$a(\mathrm{ABC}) = 16\,\mathrm{S}' - 9\,\mathrm{S}' = 7\,\mathrm{S}'.$$

D'où

$$a(\mathrm{PQR}) = a(\mathrm{ABC})/7.$$