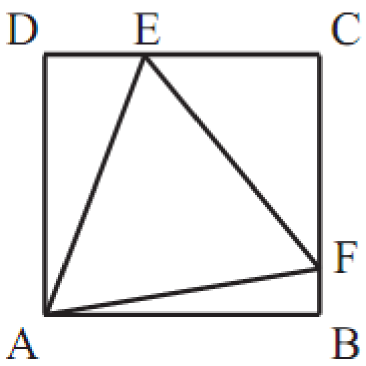
Solution de Georges Lion (Wallis)



Posons $\alpha = \widehat{\mathrm{DAE}}$.

On obtient $\widehat{\mathrm{CEF}} = \frac{\pi}{2} + \alpha - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + \alpha$ et $\widehat{\mathrm{BFA}} = \frac{\pi}{6} + \alpha + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + \alpha$.

Notons a la longueur du triangle équilatéral et calculons les aires des trois autres côtés :

$$\mathrm{S}(\mathrm{ADE}) = \frac{a^2}{2} \sin\alpha \cos\alpha = \frac{a^2}{4} \sin 2\alpha \ ;$$

$$\mathrm{S}(\mathrm{FEC}) = \frac{a^2}{4} \sin\left(\frac{\pi}{3} + 2\alpha\right) \ ; \ \mathrm{S}(\mathrm{AFB}) = \frac{a^2}{4} \sin\left(\frac{2\pi}{3} + 2\alpha\right) \ ;$$

$$\begin{aligned} \mathrm{S}(\mathrm{ADE}) + \mathrm{S}(\mathrm{AFB}) &= \frac{a^2}{4}\left[\sin 2\alpha + \sin\left(\frac{2\pi}{3} + 2\alpha\right)\right] \\ &= \frac{a^2}{4} \Im\left[e^{2i\alpha} + e^{i\left(\frac{2\pi}{3} + 2\alpha\right)}\right] = \frac{a^2}{4} \Im\left[e^{i\left(\frac{\pi}{3} + 2\alpha\right)}\right]\left[e^{-i\frac{\pi}{3}} + e^{i\frac{\pi}{3}}\right] = \mathrm{S}(\mathrm{FEC}). \end{aligned}$$

On a donc la relation suivante : S(ADE) + S(AFB) = S(FEC).