

Solution de Raymond Heitz (Piriac)

Les hauteurs dans un tétraèdre étant inversement proportionnelles aux aires des bases opposées, la face ABC du tétraèdre doit être plus grande que les trois autres.

Donc on doit avoir : aire MBC < aire ABC, etc.

Mais MBC et ABC ayant même côté [BC], cela signifie :

$$\text{distance (M, (BC))} < \text{distance (A, (BC))}.$$

Et ceci est possible si et seulement si distance (H, (BC)) < distance (A, (BC)).

De même pour les autres arêtes.

Enfinement H appartient au lieu cherché si et seulement si

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{aire HBC} < \text{aire ABC} \\ \text{aire HCA} < \text{aire ABC} \\ \text{aire HAB} < \text{aire ABC} \end{array} \right.$$

Donc ce lieu n'est autre que l'intérieur du triangle anti-complémentaire à ABC, image de ABC par l'homothétie de centre G (centre de gravité), de rapport -2.

Autres solutions : Jean Gounon (Chardonnay), Bernard Collignon (Coursan).

Remarque. Bernard Collignon précise que dans le cas où H est situé sur un côté du triangle anti-complémentaire, une au moins des trois aires (ABH), (ACH) ou (BCH) est égale à (ABC) et donc une au moins des trois aires (ABM), (ACM) ou (BCM) sera supérieure à (ABC).

(3) Encore un trésor à découvrir ! Vous y trouverez une foultitude d'activités variées et progressives pour l'école et le collège. La mâchoire m'en tombe !