La méthode de Newton et son histoire

André Bonnet

Introduction

La méthode de Newton (1643-1727)(1) est connue depuis plus de 300 ans et elle est toujours d'actualité. Cet article n'est pas destiné à ajouter un papier de plus à l'éloge de la convergence « phénoménale » de cette méthode (l'expression est de Cédric Villani, Médaille Fields 2010, dans sa conférence pour les 30 ans du CIRM(2)), mais à donner un éclairage historique, en étudiant le texte de Newton, publié en anglais en 1736, intitulé « *The method of fluxions, and infinite series* », mais dont le manuscrit (en latin) est achevé depuis 1671.

La méthode de Newton apparait au tout début de l'ouvrage et ne fait pas appel à la notion de dérivée, ni à la notion de fluxion(3).

Après avoir rappelé la méthode telle qu'elle est enseignée de nos jours, nous examinerons des extraits du document cité, où Newton expose, sur un exemple (une équation du troisième degré), sa manière de résoudre de façon approchée les équations (algébriques), puis nous expliquerons pourquoi la convergence est « phénoménale ».

(*) andre.bonnet9@orange.fr

(1) On trouvera parfois 1642 comme année de naissance de Newton, il faut comprendre « du calendrier julien ». Le calendrier grégorien n'a été adopté que tardivement par les anglais (à partir de 1752).

(2) Centre International de Rencontre Mathématiques, 163 avenue de Luminy, 13288 Marseille.

(3) Les mots fluentes et fluxions viennent du latin *fluere* qui signifie couler ; l'idée de Newton est que *les grandeurs varient au fur et à mesure que le temps s'écoule et que les fluxions sont les vitesses de ces écoulements*. Dans l'édition de 1736, les grandeurs sont notées x, y, z et sont appelées les fluentes, les fluxions sont notées $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$ (ce sont les vitesses avec lesquelles les fluentes varient dans le temps). Les fluxions peuvent être considérées comme des dérivées par rapport au temps (au sens où nous l'entendons aujourd'hui).
C'est Leibniz qui donnera, dans un article assez court, paru dans la revue scientifique *Acta Eruditorum* (publiée à Leipzig en 1682), les règles du calcul différentiel. Sa conception est assez différente. Selon lui, les grandeurs sont constituées d'infiniment petits (comme la droite est formée de points). Il invente la notation dx, dy, dz et s'autorise l'écriture du rapport d'infiniment petits $\dfrac{dy}{dx}$ (notre dérivée). Il invente aussi le symbole de sommation ayant la forme d'un « S » étiré, et il ose écrire $\int dy = y$ (qui ressemble beaucoup à notre intégrale). Avec cette notation, le lien avec les fluxions de Newton est le suivant : $\dfrac{\dot{y}}{\dot{x}} = \dfrac{dy}{dx}$.