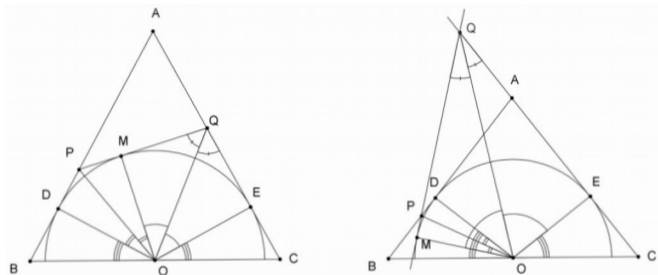


Voici la solution de Georges Lion.

Par symétrie on se limite au cas où  $MB < MC$  et on distingue deux cas selon que  $M$  appartient ou non au segment  $[PQ]$ .



1) Dans le premier cas on a :  $\pi = 2(\widehat{POQ} + \widehat{BOD})$  donc  $\widehat{POQ} = \frac{\pi}{2} - \widehat{BOD} = \widehat{ABC}$ .

Dans le second cas on a :  $\pi = 2(\widehat{MOQ} + \widehat{BOD} - \widehat{MOP})$ , donc de même

$$\widehat{POQ} = \frac{\pi}{2} - \widehat{BOD} = \widehat{ABC}.$$

2) Dans le premier cas on a :  $\pi = 2(\widehat{\text{MOQ}} + \widehat{\text{BOP}})$ , donc  $\frac{\pi}{2} - \widehat{\text{MOQ}} = \widehat{\text{BOP}}$ , d'où  $\widehat{\text{OQC}} = \widehat{\text{POB}}$ .

Dans le second cas on a :  $\pi = 2(\widehat{\text{MOQ}} + \widehat{\text{BOD}} - \widehat{\text{POD}})$ , donc  $\frac{\pi}{2} - \widehat{\text{MOQ}} = \widehat{\text{BOP}}$ , d'où la même conclusion.

En tenant compte de l'égalité  $\widehat{\text{PBO}} = \widehat{\text{OCQ}}$ , on déduit que les triangles PBO et OCQ sont semblables ; ce qui entraîne :  $\frac{\text{PB}}{\text{OC}} = \frac{\text{BO}}{\text{CQ}}$ , d'où  $\text{PB} \times \text{CQ} = \frac{\text{BC}^2}{4}$ .

*Nota.* Pensant sans aucun doute à l'association, Jacques Borowczyk propose un prolongement possible qu'il intitule naturellement : **Le triangle APM**.

Avec les mêmes données, montrer que les cercles exinscrits des triangles APM et AQM dans l'angle de sommet M sont tangents à la droite (AM) au même point N.