

Modélisation et interdisciplinarité¹

Dominique Raymond-Baroux, Michèle Artigue, Fabien Brugier²

L'atelier animé par M. Artigue, F. Brugier et D. Raymond-Baroux a été préparé par le groupe Modélisation de l'IREM Paris 7. Ce groupe s'est créé à l'occasion de la mise en place des TPE en 1999 et ses activités se sont progressivement centrées sur les questions de modélisation. C'est un groupe pluridisciplinaire où sont représentées les mathématiques, les sciences physiques et les sciences de la vie et de la terre. Comme pour tout groupe IREM, son travail vise à alimenter des stages de formation continue dans le cadre des PAF des académies de la région parisienne mais depuis cinq ans, il est aussi impliqué dans l'enseignement optionnel de modélisation qui est proposé aux enseignants engagés dans le master professionnel de formation de formateurs ouvert à l'université Paris Diderot – Paris 7.

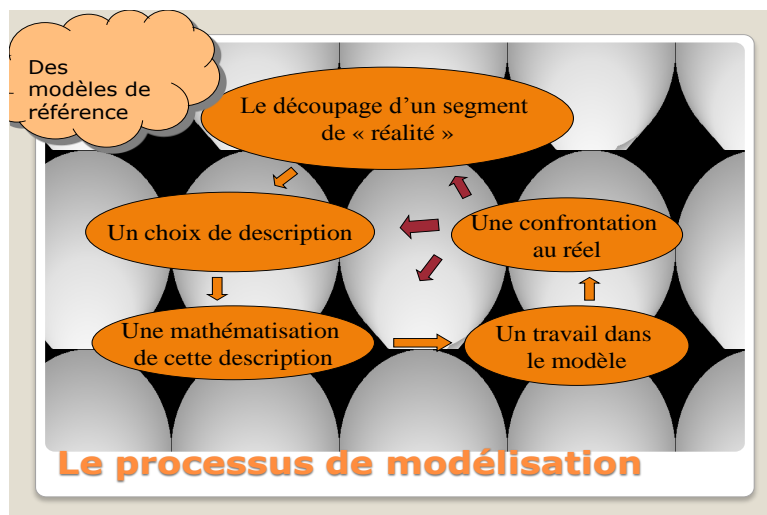
L'objet de l'atelier était de réfléchir sur les questions de modélisation et sur la façon dont on peut les faire vivre dans l'enseignement des mathématiques aujourd'hui, à partir de cette expérience et des leçons que nous en tirons, mais aussi en travaillant sur une situation concrète, issue du projet européen LEMA³ (Learning and Education in and Through Modelling and Applications) : la situation de la pétition. Il était aussi d'échanger avec les participants à propos de l'exploitation possible des travaux que nous avons réalisés dans l'optique de l'enseignement optionnel MPS (Méthodes et pratiques scientifiques) qui se met en place en seconde avec la réforme du lycée.

Dans une première phase, nous avons précisé ce que nous entendions par modélisation, en reprenant l'idée de cycle de modélisation commune dans la littérature consacrée à ces questions (Blum & al., 2007). La figure suivante représente ce cycle, en soulignant le fait que le processus de modélisation commence par le découpage d'un segment de réalité en fonction de la ou des questions à l'étude et le choix d'une description de ce segment de réalité, la mathématisation proprement dite de cette description n'intervenant que dans un second temps même si l'ensemble du processus est aussi orienté par les ressources du modélisateur que sont les modèles de référence.

¹ Atelier aux Journées Nationales de Paris

² Groupe Modélisation, IREM Paris 7 ; artigue@math.jussieu.fr ; domi.baroux@laposte.net

³ <http://lema-project.hu/>



Elle met aussi l'accent sur le fait que les rétroactions offertes par la confrontation au réel peuvent avoir, suivant le cas, des effets à différents niveaux, du découpage de la réalité jugé initialement approprié à la mathématisation effectuée. Il y a pour une même situation en général de très nombreux modèles possibles, concurrents ou complémentaires, suivant les points de vue adoptés, suivant aussi les échelles de modélisation choisies, et les décalages constatés entre les résultats issus du travail dans le modèle et la réalité conduisent plus souvent à raffiner les modèles qu'à les rejeter catégoriquement. Par ailleurs, les pratiques de modélisation s'inscrivent en général dans des collaborations pluridisciplinaires et la communication nécessite de comprendre la spécificité des rapports à la modélisation mathématique des champs considérés.

La pression institutionnelle pour qu'une transposition de ces pratiques vive dans l'enseignement est de plus en plus forte, en France comme à l'étranger. Pour nous, enseignants de mathématiques, c'est un réel défi car notre formation nous y a très rarement préparés, que les manuels ne nous en donnent à voir que de pâles ersatz, et aussi car il s'agit de pratiques dans lesquelles nous nous trouvons très vite confrontés aux limites de nos connaissances et à la difficulté d'exploiter celles que nous croyons pourtant bien maîtriser hors des contextes qui nous sont familiers. Ces difficultés, nous les vivons régulièrement au sein du groupe modélisation, mais nous les trouvons salutaires. Elles nous aident à percevoir autrement celles de nos élèves. Elles nous aident aussi à mesurer le chemin à parcourir pour que les mathématiques ne soient pas pour eux simplement une discipline scolaire mais un moyen d'intelligibilité du monde.

Dans l'atelier, pour nourrir la discussion, nous avons proposé aux participants une situation extraite des ressources produites dans le cadre du projet européen LEMA qui vise à soutenir les enseignants qui souhaitent mettre l'accent sur modélisation et applications en s'appuyant sur des problèmes de la vie courante⁴.

⁴ Les travaux menés au sein du groupe de l'IREM Paris 7 envisagent les pratiques de modélisation sans se restreindre à des problèmes de la vie courante mais, dans les contraintes de temps de l'atelier, ce choix nous a semblé pertinent.

Cette situation a été proposée une première fois pendant l'année scolaire 2009-2010 à des élèves d'une classe de seconde de la région parisienne, par un professeur de mathématiques du groupe Modélisation de l'IREM Paris 7 (Dominique Raymond-Baroux). Les membres du groupe avaient à cœur de proposer une activité qui ne dénaturerait pas le processus de modélisation, quitte à réduire la part des apprentissages mathématiques.

Voici le problème posé aux élèves.

Récemment, le 25 avril 2006, le parti d'opposition espagnol a présenté au congrès 4 000 000 de signatures contre un projet de loi du gouvernement.

Tous les journaux espagnols ont publié ces photos avec les grands cartons et les dix camions pour transporter les feuilles signées. Pensez-vous qu'il y avait une intention derrière cette mise en scène ou que tous ces cartons et camions étaient vraiment nécessaires pour transporter ces **4 000 000 de signatures** ?



L'enseignant a réparti le travail sur deux séances. Les élèves ont d'abord travaillé pendant l'heure de module. Quinze minutes ont été nécessaires pour enrôler les élèves dans ce type de recherche. Ils ont commencé par manifester beaucoup de surprise devant ce travail proposé par un professeur de mathématiques dans lequel les mathématiques étaient apparemment absentes. Le professeur a expliqué ce qu'il attendait : une réponse argumentée qui s'appuierait sur des données mathématiques qu'il fallait faire apparaître. Une discussion collective a permis de dégager quelques données fondatrices du modèle, ainsi que les incertitudes à prendre en compte et à gérer. Cette séance ayant lieu en salle informatique, les élèves avaient accès à internet. Au bout d'une heure, le travail n'était pas terminé. Le professeur a demandé pour la séance suivante une réponse par groupe, argumentée et soigneusement rédigée. Après correction des copies, un bilan collectif a eu lieu.

Le bilan de cette première expérimentation est assez mitigé. Quatre groupes ont rendu des devoirs non terminés : les élèves ont expliqué qu'ils n'avaient pas réussi à travailler en groupe en dehors des heures de cours (l'enseignant n'avait pas anticipé ce manque d'habitude ou ce manque de possibilité). La moitié des élèves seulement a réussi à donner une réponse

correctement argumentée, alors qu'arriver à résoudre un problème de cette nature pourrait être un objectif atteignable en fin de troisième. Le professeur a remarqué qu'aucun groupe n'avait pensé à tester la validité de sa réponse. Après réflexion, il semble ambitieux de s'attendre à ce que les élèves aient une démarche complète de modélisation. En revanche, le professeur qui s'était lancé avec réticence dans cette expérimentation en ayant la sensation que les mathématiques passaient au second plan, a observé que, pour la première fois, les élèves avaient été réellement autonomes dans leur démarche ; on peut faire l'hypothèse que le niveau maîtrisé de mathématiques les a mis en confiance et leur a permis de communiquer. En outre, ils ont réinvesti des notions mathématiques vues récemment, comme les encadrements et les fonctions et ont utilisé spontanément les valeurs approchées.

Cette situation a été proposée de nouveau cette année 2010-2011 en classe de seconde par la même enseignante, mais dans un cadre différent ; celui de l'heure d'accompagnement personnalisée. Les élèves travaillaient en demi-groupe et n'avaient pas accès à internet (ce qui n'est pas gênant). Deux séances ont été nécessaires. La première s'est déroulée identique à celle de la première expérimentation : discussion collective et recherche en groupe de trois ou de quatre. En revanche, se rappelant les difficultés rencontrées par les élèves pour travailler en groupe en dehors du cours, le professeur n'a pas demandé de travail maison, et a organisé la deuxième séance de la manière suivante: quinze minutes ont été consacrées au travail en groupe et trente-cinq minutes à une rédaction individuelle de la solution.

Cette fois-ci le bilan est nettement positif. Tous les groupes sont arrivés à une conclusion correcte dans le temps imparti. Tous les élèves ont ainsi pu remettre une solution satisfaisante plus ou moins bien argumentée selon les capacités de chacun à rédiger. On peut faire l'hypothèse que le changement de contexte a été un facteur favorisant cette réussite. En effet, les professeurs de mathématiques et de français, travaillant en parallèle sur l'heure d'accompagnement personnalisé, s'étaient concertés et avaient annoncé aux élèves que cette heure serait consacrée à des exercices visant à travailler l'esprit critique, l'argumentation, l'autonomie. Les élèves, préparés à participer à un cours différent, ont donc accueilli ce problème sans manifester la moindre surprise et se sont lancés dans le travail sans la moindre réticence. Il est à noter que certains d'entre eux, peut-être stimulés par le contexte et le discours associé exprimant clairement que l'on attendait d'eux invention et prise d'initiative, ont pensé à entrer dans le problème en considérant des contraintes de poids, alors que lors de l'expérience précédente tous les élèves n'avaient pris en compte que des contraintes sur les volumes.

Nous sommes conscients des limites de ce type de modélisation scolaire, surtout pour des élèves de lycée. Mais il s'inscrit dans une vision réaliste de l'enseignement ; les élèves peuvent prendre en charge une activité de mathématisation du réel et cela dans le cadre de séances de classe ordinaires. Afin de proposer aux élèves des situations plus riches, il nous semble donc important de profiter des nouveaux dispositifs institutionnels, l'accompagnement personnalisé et l'enseignement d'exploration « méthodes et pratiques scientifiques » par exemple. Ce dernier en particulier est l'occasion de mettre à profit les réelles potentialités offertes par les interfaces entre mathématiques, biologie et sciences physiques. Mais plusieurs années de travail, au sein de notre équipe Modélisation de l'IREM de Paris 7, entre

enseignants du secondaire et du supérieur de ces trois disciplines, ont montré une réelle distance entre nos cultures disciplinaires. Ainsi, dans la perspective d'une collaboration entre enseignants des différentes disciplines scientifiques, il nous semble important de prendre en compte le temps nécessaire à l'établissement d'une communication productive. Pour terminer, nous invitons les lecteurs intéressés par plus d'informations sur nos travaux à consulter le site de l'IREM de Paris 7 et les actes du colloque DIDIREM 2008.

Références :

Blum W., Galbraith P.L., Henn H-W, Niss M. (2007). *Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14th ICMI Study*. Springer.

Artigue M., Dartois Y., Pouyanne N., Rumelhard G. (2009). Modélisation et interactions entre mathématiques et biologie : l'expérience du Master professionnel « Didactique » à l'université Paris-Diderot –Paris 7. In, Ouvrier-Bufferet C. & Perrin-Glorian M.J. (éd.) *Approches plurielles en didactique des mathématiques*. Laboratoire de didactique André Revuz, Université Paris Diderot. pp. 277-293.