

∞ Baccalauréat A. O. F et Antilles juin 1949 ∞
Série mathématiques

I.- 1^{er} sujet

Dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient de deux fonctions, de la racine carrée d'une fonction.

I.- 2^e sujet

Variation de la fonction

$$y = 2x^4 - ax^2 + 2$$

pour $a = 3$, $a = 4$, $a = 5$.

I.- 3^e sujet

Fonction primitive, utilisation pour le calcul de certaines aires.

Application : Calculer l'aire comprise entre l'axe des x , les droites $y = 0$ et $y = a$, et la parabole $y = x^2$.

II.

Soient une droite fixe Δ , un point P' situé sur Δ , deux points O et P symétriques par rapport à Δ .

On désigne par (S') la similitude directe ayant O comme point double et faisant passer de P à P' .

Soit γ un cercle passant par O et P , et γ' son transformé par (S') . On désigne par ω et ω' les centres de γ et γ' , par R et R' les rayons de ces cercles.

1. A et B étant les points d'intersection de γ et de Δ , montrer que γ' passe par ω , par le centre du cercle circonscrit au triangle AOP' , par le centre du cercle circonscrit au triangle BOP' .

2. γ et P' sont maintenant fixés.

a. Trouver O sur γ pour que γ et γ' soient tangents.

b. Trouver O sur γ pour que $R = R'$.

c. Montrer qu'à toute position O_1 de O sur γ peut être associée une autre position O_2 de O telle que $R'_1 = R'_2$; cette position O_2 est-elle unique? [R'_i ($i = 1$ ou 2) est le rayon de γ_i transformé de γ dans la similitude directe (S'_i) ayant O , comme point double et faisant passer de P_i , symétrique de O par rapport à Δ , à P' .]

3. γ et P' étant toujours fixés, on fixe de plus un point P'' de Δ .

On désigne par (S'') la similitude de centre O faisant passer de P à P'' . (S'') transforme γ en γ'' de rayon R'' .

Trouver O sur γ pour que $R'' = kR'$, k étant une constante positive donnée; peut-il arriver que le point O soit indéterminé sur γ ?

4. γ et P' sont toujours fixés.

a. À quelle condition peut-on mener par P' deux droites rectangulaires qui coupent chacune γ ?

b. On suppose cette condition réalisée et l'on mène par P' deux droites rectangulaires qui coupent γ , l'une aux points O_1 et O_2 , l'autre aux points O_3 et O_4 .

On définit ainsi quatre similitudes (S'_1) , (S'_2) , (S'_3) , (S'_4) , d'où quatre cercles γ'_1 , γ'_2 , γ'_3 , γ'_4 de rayons R'_1 , R'_2 , R'_3 , R'_4 .

Montrer qu'entre deux quelconques de ces rayons (et R éventuellement) existe une relation simple que l'on déterminera.

5. *O et P' sont fixés.*

Les cercles γ forment un faisceau φ et leurs transformés γ' par (S') un faisceau φ' . Un cercle γ (de centre ω) et son transformé γ' (de centre ω') se coupent en O et en un second point M, dont on demande le lieu quand γ varie.

Enveloppe de la droite $\omega\omega'$. Enveloppes des médiatrices du triangle $O\omega\omega'$.

On considère les tangentes communes à γ et γ' .

Lieux de leurs points de contact. Enveloppes de ces tangentes