

∞ **Baccalauréat A. O. F. septembre 1956** ∞  
**Série mathématiques et mathématiques et technique**

**I. 1<sup>er</sup> sujet**

Section plane du cône de révolution.  
(On se bornera à étudier le cas de la section parabolique.)

**I. 2<sup>e</sup> sujet**

Équation de l'hyperbole rapportée à ses axes.

**I. 3<sup>e</sup> sujet**

Similitude plane : définition, propriété caractéristique.  
Existence et construction du centre de similitude.

**II.**

Soient (O) un cercle de centre O et de rayon  $a$  et F un point fixe, distinct de O, intérieur à (O). On pose  $OF = c$ .

Une droite variable passant par F coupe (O) aux points A et B. Pour chaque position de la sécante AB on considère les paraboles (P) et (P') de foyer F et de sommets respectifs A et B.

1. Déterminer les enveloppes des tangentes au sommet et des directrices de (P) et (P') lorsque AB tourne autour de F
2. Construire, pour une position de la sécante AB, les points d'intersection, I et J, de (P) et (P'). Construire les tangentes en I et en J aux deux paraboles et étudier le quadrilatère formé par ces droites.
3. Montrer que, lorsque AB varie, la droite IJ passe par un point fixe et le segment IJ a une longueur constante; en déduire le lieu géométrique du milieu de IJ et l'enveloppe des cercles de diamètre IJ.

Étudier en particulier le cas où  $a = \frac{c\sqrt{5}}{2}$ .

4. On oriente le cercle (O). On désigne par H le milieu de AB et l'on pose

$$\left(\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{OH}\right) = \varphi \quad (0 < \varphi < 2\pi).$$

Évaluer la longueur AB en fonction de  $a$ ,  $c$  et  $\varphi$ .

Évaluer en fonction des mêmes quantités l'aire limitée par l'arc IAJ de (P) et l'arc IBJ de (P').

Étudier la variation de cette aire lorsque  $\varphi$  varie de 0 à  $2\pi$  radians.