Baccalauréat A. O. F. septembre 1956
Série mathématiques et mathématiques et technique

I. 1er sujet

Section plane du cône de révolution.
(On se bornera à étudier le cas de la section parabolique.)

I. 2^{e} sujet

Équation de l'hyperbole rapportée à ses axes.

I. 3^{e} sujet

Similitude plane : définition, propriété caractéristique.
Existence et construction du centre de similitude.

II.

Soient (O) un cercle de centre O et de rayon a et F un point fixe, distinct de O, intérieur à (O). On pose OF = c.
Une droite variable passant par F coupe (O) aux points A et B. Pour chaque position de la sécante AB on considère les paraboles (P) et (P′) de foyer F et de sommets respectifs A et B.

1. Déterminer les enveloppes des tangentes au sommet et des directrices de (P) et (P′) lorsque AB tourne autour de F.
2. Construire, pour une position de la sécante AB, les points d'intersection, I et J, de (P) et (P′).
   Construire les tangentes en I et en J aux deux paraboles et étudier le quadrilatère formé par ces droites.
3. Montrer que, lorsque AB varie, la droite IJ passe par un point fixe et le segment IJ a une longueur constante ; en déduire le lieu géométrique du milieu de IJ et l'enveloppe des cercles de diamètre IJ.
   Étudier en particulier le cas où $a = \dfrac{c\sqrt{5}}{2}$.
4. On oriente le cercle (O). On désigne par H le milieu de AB et l'on pose
$$\left(\overrightarrow{\text{OF}},\ \overrightarrow{\text{OH}}\right) = \varphi \quad (0 < \varphi < 2\pi).$$
   Évaluer la longueur AB en fonction de a, c et φ.
   Évaluer en fonction des mêmes quantités l'aire limitée par l'arc IAJ de (P) et l'arc IBJ de (P′).
   Étudier la variation de cette aire lorsque φ varie de 0 à 2π radians.