Baccalauréat série mathématiques septembre 1953
A. O. F.

I.

Notations - On convient de représenter par la notation (MN) un cercle de diamètre MN et de désigner par m l'inverse d'un point M dans l'inversion intervenant dans le problème.

Problème

On donne une parabole (P) de foyer F, de directrice (D) et de paramètre p.

1. Construire les points d'intersection M, N de (P) avec une sécante (Δ) passant par F, distincte de l'axe de (P).
   Montrer que le cercle (MN) est tangent à (D) en un point I.
   Montrer que les cercles (FM) et (FN) sont tangents à la tangente au sommet de (P).
2. On soumet la figure formée par les trois cercles (FM), (FN) et (MN) à l'inversion de pôle F et de puissance p^2.
   Montrer que, lorsque (Δ) varie, le cercle (mn) a un diamètre constant ; trouver le lieu du centre ω de (mn) et montrer que ce cercle reste tangent à deux cercles fixes.
   Que peut-on en déduire pour le cercle (MN) ?
3. La sécante $\left(\Delta'\right)$, passant par F, perpendiculaire à (P), coupe (P) en M$'$ et N$'$.
   Établir que la somme $\dfrac{1}{\text{MN}} + \dfrac{1}{\text{M}'\text{N}'}$ est constante.
4. Étudier la figure formée par les cercles (mn) et $\left(m'n'\right)$.
   En déduire l'angle sous lequel se coupent (MN) et (M$'$N$'$) et le lieu des deux points A et B communs à (MN et (M$'$N$'$).
   Montrer aussi que la droite OO$'$, O$'$ désignant le centre de (M$'$N$'$), passe par un point fixe.
5. Soit U le second point commun aux cercles (FM) et (FM$'$) ; trouver le lieu de u, puis celui de U et en déduire que la droite MM$'$ reste tangente à une conique, que l'on déterminera.

II.

1^er^ sujet

Parmi les méthodes connues, en exposer une permettant la résolution et la discussion de l'équation

$$a\cos x + b\sin x = c.$$

Appliquer à :

$$4\cos x + 3\sin x = 4,5.$$

(Calculs à l'approximation des tables.)

2^e^ sujet

Résoudre un triangle ABC, connaissant les côtés BC = a, AC = b et l'angle BAC = A.
Application : Calculer $\widehat{\text{B}}$, $\widehat{\text{C}}$ et AB = c pour $\widehat{\text{A}} = 55,66$ gr, $a = 9\,876$ m, $b = 5\,679$ m.
(Calculs à l'approximation des tables.)

3e sujet

Limite de $\dfrac{\sin x}{x}$ lorsque x, mesuré en radians, tend vers zéro.
Établir, à partir de la définition de la dérivée, la formule qui donne la dérivée de la fonction $y = \sin(ax+b)$.
Applications :

1. dérivée de $y = \sin x$, x étant la mesure d'un arc en degrés ;
2. dérivée de $y = \cos x$ (x mesuré en radians).