

∞ Baccalauréat Mathématiques A. O. F. ¹ juin 1955 ∞

I.

1^{er} sujet

Reste de la division par 11 d'un nombre entier.

Condition nécessaire et suffisante pour qu'un nombre soit divisible par 11.

Preuve par 11 de la division.

I.

2^e sujet

P. G. C. D. de deux nombres entiers; sa définition, sa recherche par la méthode des divisions successives.

Exemple : Trouver le P.G.C.D. de 15 309 et 1 512.

I.

3^e sujet

Définition de la racine carrée arithmétique à une unité près d'un nombre entier.

Extraction de cette racine carrée.

Exemple : Calcul de la racine carrée à une unité près de 37 726.

II.

Dans un plan orienté on donne deux droites $u'Ou$ et $v'Ov$ et un point fixe, F , intérieur à l'angle uOv .

On pose $(\overrightarrow{Ou}, \overrightarrow{OF}) = \alpha$, $(\overrightarrow{Ou}, \overrightarrow{Ov}) = 2\beta$, ces angles étant des angles orientés de demi-droites satisfaisant aux inégalités

$$0 < \alpha \leq \beta < \frac{\pi}{2}.$$

On considère les coniques Γ tangentes à la fois à $u'Ou$ et $v'Ov$ et dont F est un foyer.

1. Montrer qu'il y a une parabole parmi les coniques Γ ; construire sa directrice.

Peut-il arriver que l'une des coniques Γ soit un cercle?

2. Quand Γ n'est pas une parabole, on appelle F' son second foyer (variable) et C le cercle directeur de centre F' .

Montrer que C passe par deux points fixes; en déduire que F' est situé sur une droite fixe $x'Ox$ (Oz dans l'angle uOv).

Calculer les angles de demi-droites

$$(\overrightarrow{Ou}, \overrightarrow{Ox}), (\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Ov}) \text{ et } 2\gamma = (\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{Ox}).$$

Reconnaitre si tout point de la droite $x'Ox$ est le foyer F' d'une conique Γ et, lorsqu'il en est ainsi, préciser, selon la position de F' , si Γ est une ellipse ou une hyperbole.

3. On pose $OF = d > 0$ et $OF' = x$ mesuré algébriquement sur l'axe $x'Ox$.

Calculer, au moyen des données x , d , β , γ , les carrés de la demi-longueur d'axe focal a , de la demi-distance focale c et de l'excentricité e de Γ .

Etudier la variation de $y = e^2$ en fonction de x , quand x croît de $-\infty$ à $+\infty$.

Pour tracer la courbe représentative, on prendra le centimètre comme unité de longueur sur chacun des axes de coordonnées et l'on fixera

$$d = 2cm, \quad 2\beta = \frac{\pi}{2}; \quad 2\gamma = \frac{\pi}{3}.$$

4. *Application* : montrer que, si un nombre e donné est compris entre deux limites, qu'on précisera, il existe deux coniques, Γ_1 et Γ_2 , admettant e pour excentricité commune.
- On appelle F'_1 et F'_2 les deux positions correspondantes de F' ; quelle relation indépendante de e lie leurs abscisses x_1 et x_2 ?
- Construire F'_2 , connaissant F'_1 ; quelle relation indépendante de e lie les positions des axes focaux de Γ_1 et Γ_2 .