Baccalauréat A. O. F. juin 1956
Série mathématiques et mathématiques et technique

I.

1er sujet

Figure inverse d'un cercle lorsque le pôle d'inversion n'est pas dans le plan de celui-ci.

2e sujet

Différence des puissances d'un point par rapport à deux sphères.

3e sujet

Cercles passant par deux points donnés et tangents à un cercle donné. Discussion.

II.

On considère une droite fixe (D), un point fixe F non situé sur (D) et la projection H de F sur (D).
On pose FH = d.
On prend un point fixe M sur (D), non confondu avec H. On pose FM = a et l'on considère les coniques (C) admettant F pour foyer et tangentes en M à (D).

1. Montrer que parmi les coniques (C) il existe une parabole, dont on précisera la directrice.
   Montrer que le deuxième foyer, F$'$, des coniques à centre (C) est situé sur une droite fixe, (L).
   Distinguer sur cette droite les lieux des deuxièmes foyers F$'$ des ellipses (C) et des hyperboles (C).
2. On oriente la droite (L) support du lieu de F$'$ de façon que $\overline{\text{MF}'}$ soit positif quand F$'$ est le deuxième foyer d'une ellipse (C).
   On pose $\overline{\text{MF}'} = x$. À chaque valeur de x, distincte de deux valeurs que l'on précisera, correspond une conique (C) de foyer F$'$, dont on désignera l'excentricité par e.
   Calculer e^2 en fonction de x, d, a.
3. On supposera dans la suite du problème que $d = 1$ cm et $a = 2$ cm.
   Étudier les variations de la fonction $y = e^2$ de la variable x.
   Montrer que, si e est supérieure à un nombre fixe que l'on déterminera, il existe deux coniques (C) d'excentricité e.
4. On suppose toujours d = 1 cm et a = 2 cm. Déterminer géométriquement les coniques (C) qui ont une excentricité e donnée, en cherchant la directrice associée à F.
   Montrer que, si e est convenablement choisie, il y a deux solutions et retrouver ainsi le résultat du **3**.
   Établir que, lorsque les deux coniques (C) d'excentricité e existent, leurs seconds foyers, F'_1 et F'_2, sont conjugués harmoniques par rapport à deux points fixes indépendants de e.