

∞ Baccalauréat A. O. F. septembre 1951 ∞

SÉRIE MATHÉMATIQUES

I

1^{er} sujet

Définition et détermination du vecteur vitesse, à un instant donné, dans un mouvement curviligne défini par la trajectoire et l'équation horaire $s = f(t)$ du point mobile.

2^e sujet

Mouvement circulaire uniforme. Vecteur vitesse. Vecteur accélération.

3^e sujet

Mouvement rectiligne défini par l'équation

$$x = a \cos(\omega t + \alpha) + b(\cos \omega t + \beta).$$

II

Le problème qui suit est un problème de géométrie plane.

Soit une droite (D) et un point F non situé sur CD). On désigne par K la projection orthogonale de F sur CD) et l'on pose $FK = d$.

1. M étant un point quelconque, distinct de F et non situé sur (D), on désigne par (γ) le cercle de diamètre FM. La tangente en F à (γ) coupe la médiatrice Δ de FK en un point I.

Montrer que ce point I a même puissance par rapport à (γ) et par rapport à tous les cercles du faisceau qui a pour points limites F et K.

Démontrer qu'il existe un cercle (O) de ce faisceau qui est tangent à (γ) .

Déterminer son centre O et son point de contact P avec (γ) .

2. La droite FP coupe (D) en E et recoupe le cercle (O) en N.

Démontrer que le faisceau (O, PNFE) est harmonique.

Montrer que CF et ON sont parallèles.

Déduire de ce qui précède que les trois points O, M, E sont alignés.

3. H désignant la projection orthogonale de M sur (D), on pose $\frac{MF}{MH} = e$.

Évaluer le rapport $\frac{\overline{OF}}{\overline{OK}}$ d'abord en fonction du rapport $\frac{ON}{OK}$ puis en fonction de e et calculer le rayon R de (O) en fonction de d et de e .

Quelle est la valeur du rapport $\frac{PF}{PK}$?

4. On suppose que M décrit une conique (C) de foyer F, de directrice (D) et d'excentricité e .

Montrer qu'à tous les points M de cette conique il correspond un même cercle (O) qui est le cercle principal de cette conique.

Quel est l'angle que fait la tangente en M à la conique avec la droite FE ?

5. Déduire de ce qui précède la solution du problème suivant :

Soient (C) une conique de centre O; $x'Ox$ son axe focal; $y'Oy$ son axe non focal. M étant un point quelconque de la conique, on désigne par λ le coefficient angulaire de OM, par μ le coefficient angulaire de la tangente en M à la conique.

Evaluer le produit $\lambda \mu u$ en fonction de l'excentricité e de (C).