Baccalauréat Mathématiques
A. O. F. septembre 1954

I.

1er sujet

Résoudre l'équation

$$\cos x - 2\sin x + 1 = 0.$$

En particulier, trouver les valeurs en grades, à 0,01 grade près, des solutions comprises entre 00 et 400 grades.

I.

2e sujet

Trouver en grades, à $0,01$ grade près, les mesures des angles d'un triangle dont les côtés ont pour longueurs 13 cm, 14 cm, 15 cm.

I.

3e sujet

Résolution et discussion de l'équation

$$a\cos 2x + b\cos x + c = 0,$$

où a, b, c sont trois constantes données.

II.

Soient, dans un plan, un axe fixe $x'\text{O}x$ et une demi-droite Oz définie par $\left(\overrightarrow{\text{O}x}, \overrightarrow{\text{O}z}\right) = \theta$. On fait varier θ de 0 à π.
Soit P le point de Oz défini par $\text{OP} = 2a$, où a est une constante positive.
On abaisse de P les perpendiculaires PA et PB sur les bissectrices intérieures des angles $x\text{O}z$ et $x'\text{O}z$.

1. Démontrer que la diagonale AB du rectangle OAPB garde une longueur constante et une direction fixe.

   Trouver les lieux du centre C du rectangle, des points A et B et du point ω où la bissectrice intérieure de l'angle AOB recoupe le cercle circonscrit au rectangle.
2. La demi-droite Oω coupe le cercle (Ω), de centre ω et passant par A et B, en deux points, I et J, et la droite AB en L.

   Démontrer que IJ a une longueur constante et que la division OLIJ est harmonique.

   En conclure que I et J sont les centres de deux cercles tangents aux trois côtés du triangle AOB.

   Démontrer que (Ω) reste tangent à deux cercles fixes concentriques.
3. Soient Δ_I et Δ_J les tangentes en I et J au cercle (Ω).

   Démontrer que ces deux droites restent tangentes à un cercle fixe, (D), centré sur la perpendiculaire en O à $x'\text{O}x$.

   L'inversion de centre O et qui laisse (D) invariant transforme Δ_I et Δ_J en deux cercles.

   Démontrer que les centres de ces deux cercles restent sur une même conique fixe.

   Nature et excentricité de cette conique ?

   En déduire la courbe sur laquelle se déplacent les inverses, I$'$ et J$'$, des points I et J.