

🌀 Baccalauréat A. O. F. septembre 1953 🌀
Série mathématiques

I.

Notations - On convient de représenter par la notation (MN) un cercle de diamètre MN et de désigner par m l'inverse d'un point M dans l'inversion intervenant dans le problème.

Problème

On donne une parabole (P) de foyer F, de directrice (D) et de paramètre p .

1. Construire les points d'intersection M, N de (P) avec une sécante (Δ) passant par F, distincte de l'axe de (P).
Montrer que le cercle (MN) est tangent à (D) en un point I.
Montrer que les cercles (FM) et (FN) sont tangents à la tangente au sommet de (P).
2. On soumet la figure formée par les trois cercles (FM), (FN) et (MN) à l'inversion de pôle F et de puissance p^2 .
Montrer que, lorsque (Δ) varie, le cercle (mn) a un diamètre constant; trouver le lieu du centre ω de (mn) et montrer que ce cercle reste tangent à deux cercles fixes.
Que peut-on en déduire pour le cercle (MN)?
3. La sécante (Δ'), passant par F, perpendiculaire à (P), coupe (P) en M' et N' .
Établir que la somme $\frac{1}{MN} + \frac{1}{M'N'}$ est constante.
4. Étudier la figure formée par les cercles (mn) et ($m'n'$).
En déduire l'angle sous lequel se coupent (MN) et ($M'N'$) et le lieu des deux points A et B communs à (MN) et ($M'N'$).
Montrer aussi que la droite OO' , O' désignant le centre de ($M'N'$), passe par un point fixe.
5. Soit U le second point commun aux cercles (FM) et (FM'); trouver le lieu de u , puis celui de U et en déduire que la droite MM' reste tangente à une conique, que l'on déterminera.

II.

1^{er} sujet

Parmi les méthodes connues, en exposer une permettant la résolution et la discussion de l'équation

$$a \cos x + b \sin x = c.$$

Appliquer à :

$$4 \cos x + 3 \sin x = 4,5.$$

(Calculs à l'approximation des tables.)

2^e sujet

Résoudre un triangle ABC, connaissant les côtés $BC = a$, $AC = b$ et l'angle $BAC = A$.

Application : Calculer $\hat{B}$, $\hat{C}$ et $AB = c$ pour $\hat{A} = 55,66$ gr, $a = 9876$ m, $b = 5679$ m.

(Calculs à l'approximation des tables.)

3^e sujet

Limite de $\frac{\sin x}{x}$ lorsque x , mesuré en radians, tend vers zéro.

Établir, à partir de la définition de la dérivée, la formule qui donne la dérivée de la fonction $y = \sin(ax + b)$.

Applications :

1. dérivée de $y = \sin x$, x étant la mesure d'un arc en degrés;
2. dérivée de $y = \cos x$ (x mesuré en radians).