# A. O. F. Baccalauréat mathématiques 1957

**I. 1er sujet**

Réduction d'une fraction ordinaire en fraction décimale. Condition de possibilité.
Application : peut-on convertir en fractions décimales les fractions

$$\frac{385}{2\,100} \quad \text{et} \quad \frac{1\,617}{308}.$$

**I. 2e sujet**

Reste de la division d'un nombre entier par 11.
Caractère de divisibilité par 11.
Application : Preuve par 11 de la multiplication.

**I. 2e sujet**

Démontrer que, si un nombre divise un produit de deux facteurs et est premier avec l'un d'eux, il divise l'autre.
Application : étudier les termes d'une fraction égale à une fraction dont les termes sont premiers entre eux.

**II.**

Soient, en géométrie plane, deux cercles (F) et (O), de centres F et O, tangents extérieurement en un point A.
Le rayon du cercle (F) est égal à $2a$ et celui du cercle (O) à $R$. On suppose que $R \leqslant 2a$.
On considère toutes les coniques (C) admettant le cercle (F) comme cercle directeur et ayant pour second foyer un point variable F′ du cercle (O) ; on exclura toutefois, dans tout le problème, le cas où le point F′ serait confondu avec A.

1. Montrer que les coniques (C) ont un point commun fixe et que, dans le cas où $R = 2a$, elles admettent, de plus, une tangente commune fixe.

Dans toute la suite du problème on supposera $R < 2a$.

2. **a.** Déterminer le lieu géométrique des centres des cercles tangents aux deux cercles (F) et (O).

   Ce lieu se compose d'une droite et d'une courbe (H) ; écrire les inégalités qui caractérisent les régions du plan déterminées par (H).

   **b.** Déterminer les coniques (C) passant par un point M donné du plan.

   Discuter le nombre de ces coniques suivant la position de M dans le plan, en utilisant les inégalités établies dans **a.**

   Montrer que chaque conique (C) est tangente à (H).
3. Déterminer le lieu géométrique des points où se coupent deux coniques (C) correspondant à des foyers $F'_1$ et $F'_2$ diamétralement opposés sur le cercle (O) (on pourra utiliser une inversion convenable de centre O).
4. Déterminer les coniques (C) qui sont tangentes à une droite donnée (D). Il peut y avoir, suivant les positions de la droite (D), 0, 1 ou 2 coniques (C) répondant à la question.

   Chercher l'enveloppe des droites (D) qui ne sont tangentes qu'à une seule conique (C).

**N. B.** - Les quatre parties sont indépendantes.