

# De l'utilité d'une formation mathématique pour la vie économique et sociale

Gérard Kuntz<sup>(\*)</sup>

Au lieu de fulminer contre les ténèbres,  
mieux vaut allumer une petite lanterne.

Proverbe chinois

## Préambule<sup>(1)</sup>

Malgré une nette baisse de prestige depuis quelques années, les mathématiques occupent toujours une place importante dans les programmes scolaires. Certes, les horaires consacrés à leur étude ont connu une baisse continue, et la fuite devant les études scientifiques est une dure réalité dans les universités. Mais on continue de penser qu'elles forment l'esprit (bien sûr, on le concède, d'autres disciplines aussi sont formatrices, l'hégémonie des mathématiques n'est plus qu'un souvenir). Leur utilité dans la vie professionnelle est présumée.

Si dans notre société à dominante scientifique et technique les vertus attribuées à la fréquentation assidue des mathématiques semblent (encore ?) aller de soi, on ne peut s'empêcher, lorsqu'on change d'univers – par exemple lorsqu'on aborde l'enseignement des mathématiques en Afrique – de les mettre en question. Est-il raisonnable d'attribuer aux mathématiques la place centrale qu'elles ont dans le système scolaire ? À quelles conditions leur enseignement est-il formateur et utile au développement économique et social ? Dans une société très marginalement technique et scientifique, aux prises avec une crise économique dont on n'a aucune idée en Europe, l'accent mis sur l'enseignement des mathématiques est-il justifié, ou s'agit-il d'une tragique illusion, eu égard à l'environnement social et économique ?

L'idée de cet article est née à l'occasion d'une semaine de formation organisée par l'Irem de Niamey. À la mi-stage, deux animateurs de l'Irem de Strasbourg<sup>(2)</sup> ont présenté une conférence-débat sur ces questions, que la grande précarité économique et sociale, aggravée par une dévaluation de 50% du franc CFA, leur avait imposées. Cet article en est le prolongement et l'approfondissement. Il tente de comprendre ce

(\*) Irem de Strasbourg.

(1) Cet article reprend, en le condensant et en l'actualisant, un texte paru dans Repères-Irem n° 18. Merci à Topiques éditions d'avoir autorisé cette nouvelle parution. Il doit beaucoup, dans sa structure et sa forme, à ma collègue, professeur de lettres, Huguette Pandolfo. Ses critiques et ses suggestions ont bien amélioré le texte.

Une version électronique plus complète de cet article est disponible (<http://www.apmep.asso.fr/bv452gk.html>) sur le site de l'APMEP et sur Publirem.

(2) Jean-Claude Rauscher et Gérard Kuntz.

qui, dans les mathématiques, forme l'esprit et le rend apte à appréhender et à traiter des questions qui, apparemment, ne leur sont pas liées. Il ne plaide pas pour l'enseignement tel qu'il est : par routine, par facilité, par paresse intellectuelle, sous la pression des « usagers » et de l'institution<sup>(3)</sup> le système scolaire privilégie souvent leur caractère sélectif aux dépens de leur aspect formateur. Il esquisse une démarche qui, plutôt que l'accumulation de techniques mal maîtrisées (et bien vite oubliées), privilégierait une compréhension réelle des processus intellectuels.

Le stage de Niamey concernait l'apprentissage de la géométrie au collège. C'est à elle que nous allons faire référence. Mais il n'est pas difficile d'élargir le propos aux mathématiques en général : la façon de raisonner de l'expert en géométrie n'est pas fondamentalement différente de celle d'un expert en analyse ! À quoi sert donc l'enseignement des mathématiques pour la vie économique et sociale ? (nombreux sont en effet les élèves qui n'en auront qu'un usage occasionnel).

En quoi les démarches mathématiques sont-elles *transposables* ? En quoi permettraient-elles d'appréhender (et de mieux résoudre) des problèmes qui se posent dans la sphère économique et sociale ? Les situations étudiées ici ont été choisies pour leur caractère exemplaire, on pourrait les multiplier.

Comment donner aux élèves, par les mathématiques, des clés pour leur avenir ? Les réflexions qui suivent pourraient encourager les collègues dans leur dur labeur quotidien : en faisant des mathématiques, ils font bien plus que des mathématiques !

### **Introduction**

#### *Une faible utilité immédiate dans la vie professionnelle...*

Le mythe de l'utilité des mathématiques dans la vie professionnelle ne résiste pas à l'épreuve des faits. L'immense majorité des élèves ingurgite, avec plus ou moins de bonheur, des notions mathématiques qu'ils n'utiliseront que très exceptionnellement dans leur futur travail ! La géométrie, dont nous vantons ici les mérites, est particulièrement « inutile » de ce point de vue : la démonstration géométrique ne nourrit personne (sinon les enseignants de mathématiques !). Une proportion impressionnante d'emplois permet d'ignorer jusqu'aux noms de Pythagore et de Thalès.

Les secteurs techniques et scientifiques n'échappent pas au constat de la faible utilité des mathématiques dans la pratique courante de l'entreprise. Techniciens et ingénieurs n'utilisent qu'épisodiquement une faible part des mathématiques qu'ils ont apprises. Seuls les laboratoires de recherche (et les enseignants de mathématiques...) les pratiquent au quotidien.

---

(3) Les familles et le ministère veulent des « résultats », c'est-à-dire des pourcentages élevés de succès aux examens. Ils s'entendent pour jeter un voile pudique sur les véritables contenus de formation que manifestent ces brillantes statistiques, par ailleurs flatteuses pour le corps enseignant (qui n'est pas dupe).

*Cachez ces mathématiques que je ne saurais voir...*

En réalité, les mathématiques sont omniprésentes dans toute activité technique ou scientifique. Mais, dans la grande majorité des cas, elles se cachent dans les logiciels spécialisés qui rendent les cadres de plus en plus performants (et qui ne sont pas étrangers à l'important chômage qui les frappe). Les algorithmes, les calculs scientifiques, certains raisonnements sont transférés de l'homme vers la machine, ou plutôt de l'homme vers les équipes d'experts d'un domaine qui intègrent dans ces logiciels les mathématiques, souvent très sophistiquées, que l'utilisateur a apprises jadis et oubliées, faute de pratique.

Il conviendrait dès lors de former le futur technicien ou ingénieur à l'utilisation de ces logiciels. Ce n'est pas une mince affaire : contrôler la validité d'un résultat, sa vraisemblance, son ordre de grandeur, repérer les cas limites où les résultats affichés sont suspects, refaire alors les calculs avec d'autres outils, tout cela demande des compétences qui sont essentielles dans les métiers d'aujourd'hui et rarement enseignées.

Il convient de repenser l'enseignement des mathématiques dans cette perspective. De quels outils l'ingénieur (ou le technicien) a-t-il besoin ? Sous quelle forme les met-il en œuvre ? Faute de temps<sup>(4)</sup>, la formation aux mathématiques mises en œuvre dans les logiciels professionnels est laissée à l'initiative individuelle.

*L'aspect professionnel ne saurait justifier, à lui seul, la place des mathématiques dans le parcours scolaire. Faut-il alors réduire leur importance dans la formation des jeunes, comme l'institution scolaire est tentée de le faire<sup>(5)</sup> ? Avant de prendre des décisions imprudentes et lourdes de conséquences pour l'avenir, **il convient d'évaluer ce qui est en jeu dans l'activité mathématique.** Les travaux récents en intelligence artificielle l'éclairent d'un jour nouveau et font mieux comprendre son aspect « formateur », donc son utilité – même indirecte – pour les élèves.*

**Radioscopie de l'activité géométrique**

La tentative, au cours de la dernière décennie, d'écrire des logiciels intelligents de géométrie, a rencontré de graves difficultés : après des tâtonnements infructueux, les équipes de recherche ont pris conscience qu'elles ne savaient pas comment un expert de géométrie résolvait des problèmes et pourquoi il était performant dans sa démarche. On s'est alors mis à observer la façon de travailler des experts, à expliciter les procédures mises en œuvre, à préciser leurs innombrables « non-dits » : la

(4) Le manque de temps est un argument constamment avancé pour éviter de s'interroger sur les contenus et les méthodes. Le temps est-il employé de la façon la plus judicieuse ? Douleuruse question, qu'il faudrait pourtant se poser face aux difficultés que connaît le système éducatif.

(5) On assiste actuellement à un dangereux mouvement de balancier, qui risque de faire passer les mathématiques en dessous du seuil critique où elles perdent l'essentiel de leur valeur formatrice. L'exemple des États-Unis doit nous rendre attentifs : d'énormes efforts y sont déployés dans l'enseignement public pour que la formation scientifique des jeunes retrouve un minimum de qualité (après un effondrement catastrophique de plusieurs années).

complexité du raisonnement géométrique est apparue. On a alors mieux compris les difficultés des élèves pour entrer dans ce monde, et le caractère extraordinairement formateur de la géométrie. On a surtout pris conscience qu'en faisant de la géométrie on faisait bien plus que de la géométrie : *on introduisait les élèves dans le processus du traitement abstrait de l'information*, qui est au cœur de la société post-industrielle.

Dans sa thèse<sup>(6)</sup>, J.-M. Bazin propose une modélisation de l'expert en géométrie, fruit d'une observation approfondie des géomètres en action. Cette modélisation retient les traits essentiels de leur démarche. Elle met en évidence les temps forts de l'activité géométrique et permet d'en décrire les étapes principales<sup>(7)</sup>.

L'information de base est en général proposée sous forme d'un TEXTE en français courant (avec toute l'ambiguïté qui s'y rattache). Il s'agit d'une description de figure, avec en général l'indication d'un but à atteindre (démontrez que...). Dans le cas d'un problème ouvert, l'expert est appelé à formuler lui-même des conjectures.

*L'information initiale est traitée en plusieurs étapes : elle est d'abord traduite sous forme d'un « dessin », où apparaissent les triangles, cercles, droites et autres objets décrits dans l'énoncé.*

*Ce dessin est ensuite codé, de façon que toutes les hypothèses soient accessibles d'un seul coup d'œil : égalité de longueurs, parallélisme ou orthogonalité de droites... Le dessin codé devient une figure géométrique.*

Cette figure est un représentant d'une famille infinie de figures compatibles avec l'énoncé initial. L'abstraction de la démarche géométrique en résulte clairement : le discours qui s'appuie sur une des figures de la famille doit être pertinent *pour toutes*. C'est l'obstacle que ne perçoit pas l'élève quand il déclare à propos d'une figure : « on voit bien que... ».

*L'expert enrichit spontanément la figure obtenue* : qu'on lui parle d'un triangle rectangle inscrit dans un cercle, il introduit le milieu de l'hypoténuse, dans lequel il reconnaît le centre du cercle. Qu'une droite soit tangente en A à un cercle de centre O, il trace le rayon OA et code l'orthogonalité. Ces tracés supplémentaires, dont l'importance est souvent considérable, sont commandés par l'expérience de l'expert : il dispose d'une information liée à une mémoire structurée, source de ses performances.

*Il veille à ne pas introduire inopinément une information absente de l'énoncé* : les cas particuliers sont ainsi repérés (il les élimine ou les utilise à bon escient<sup>(8)</sup>).

---

(6) Geomus : Un résolveur de problèmes qui mobilise ses connaissances en fonction du problème posé, Jean-Marie Bazin, Thèse de doctorat, Université de Paris 6. Laforia TH93/06.

(7) C'est l'un des apports importants de l'Intelligence Artificielle à la pratique pédagogique. La réalisation de didacticiels intelligents a obligé les concepteurs à s'interroger sur la manière de travailler des experts, à les observer et à mettre en évidence les temps forts de leur activité. La modélisation du comportement de l'expert souligne la nature profonde de l'activité géométrique et sa valeur formatrice : les démarches intellectuelles qui sont au cœur de la géométrie sont repérables dans de vastes secteurs de la vie sociale et professionnelle.

(8) Les situations particulières sont souvent utiles pour vérifier la vraisemblance d'une conjecture ou d'un résultat algébrique. L'utilisation judicieuse des cas particuliers fait partie de l'expertise en géométrie.

De la figure enrichie, *l'expert extrait mentalement (ou graphiquement) toutes sortes de sous-figures* dont il connaît la pertinence et qui sont sources de conjectures. Ces sous-figures (et les conjectures associées) sont présentes dans le champ de vigilance de l'expert dès la lecture de l'énoncé et avant la résolution du problème. *De l'information globale que contient l'énoncé, il extrait des blocs d'information qu'il organise en fonction de son expérience et des buts éventuels qu'il poursuit.*

Suit une phase capitale, *l'étiquetage*. Après une première phase d'analyse réflexive de la figure, l'expert passe à la phase de contextualisation du problème. Il le rattache à des connaissances et à des métaconnaissances pertinentes. Il affirme par exemple que le problème se traite avec les théorèmes sur la « droite des milieux », ou qu'il prend place dans le chapitre « parallélogramme » de quatrième, ou encore qu'une homothétie pourrait rendre des services. L'expert donne une ou plusieurs ÉTIQUETTES au problème. Il mobilise ensuite les connaissances et métaconnaissances liées à ces étiquettes : théorèmes, savoirs, expériences, méthodes, ... *La capacité d'étiquetage est une des raisons majeures des performances de l'expert.*

Après la phase d'étiquetage, la recherche de solutions devient possible : l'application des théorèmes sélectionnés aux objets ou configurations extraits dans les phases antérieures conduit aux résultats recherchés ou enrichit l'information liée à la figure. Le problème modifié, enrichi, se présente comme un nouveau problème, avec une nouvelle figure, auquel l'expert applique l'ensemble du processus précédent (enrichissement de la figure, étiquetage, recherche de solutions). Les résultats intermédiaires conduisent parfois à un changement d'étiquette (la mise en évidence d'un parallélisme, d'un trapèze, peuvent faire penser à une homothétie, la découverte d'un triangle équilatéral à une rotation là où, jusqu'alors, des outils statiques étaient mobilisés). La difficulté d'enrichir géométriquement la situation peut nécessiter un changement complet de cadre : la géométrie analytique offre dans certains cas une issue qu'il serait absurde de négliger.

Cette démarche est répétée jusqu'à la mise en évidence d'une solution, ou de l'ensemble des solutions du problème.

### *À propos d'étiquetage*

La force de l'expert réside dans l'ORGANISATION de ses connaissances. On peut représenter cette organisation par une famille de graphes dont les nœuds sont les étiquettes du paragraphe précédent. Chaque étiquette peut elle-même avoir une structure de graphe, avec ses propres étiquettes : plusieurs niveaux apparaissent de façon naturelle. L'étiquette « objets géométriques » est un nœud du graphe « géométrie du lycée », lui-même nœud d'un graphe plus vaste. Dans cette étiquette figurent, entre autres, les triangles et les quadrilatères. L'étiquette « triangle » se spécialise en « triangle isocèle » et en « triangle rectangle », elles-mêmes spécialisées en « triangle rectangle isocèle » et en « triangle équilatéral ». Une spécialisation de même type s'applique au quadrilatère (trapèze, parallélogramme, rectangle ou losange, carré). La hiérarchisation des objets géométriques est liée à la notion d'héritage des propriétés : à chaque spécialisation, les propriétés de l'étiquette-mère sont transmises à l'étiquette-fille (par exemple, le rectangle hérite de toutes les

propriétés du parallélogramme). La structuration des étiquettes représente une considérable économie de pensée.

L'étendue et la densité du graphe représentant les connaissances caractérisent le niveau d'expertise : elles expliquent les performances (et leur absence, *a contrario*, les nombreux échecs dans l'apprentissage des mathématiques).

Face à un problème, l'expert repère une ou plusieurs sous-figures qu'il rattache à différentes étiquettes. En réalité, c'est sa grande connaissance des étiquettes d'un domaine et d'un niveau, *qui lui révèle* les parties de figures qui sont « intéressantes », c'est-à-dire porteuses d'information nouvelle. C'est son aptitude à parcourir les graphes mentaux qui lui permet de mobiliser des étiquettes nouvelles pour tirer des propriétés initiales ou provenant de l'enrichissement du problème les ultimes conséquences.

L'expertise géométrique requiert des graphes denses d'étiquettes. Spontanément, l'expert mobilise des graphes partiels, qu'il estime suffisants pour son projet (quitte à repousser leurs limites ou à en changer, en cas de besoin), Il est facile de montrer que toute la connaissance mathématique est structurée de la même façon.

### ***Du vrac à la structure***

On comprend aisément l'échec de l'élève si les étiquettes les plus élémentaires sont floues, et les liens entre elles lâches et hésitants. Travailler de façon approfondie sur les objets et les situations élémentaires (les étiquettes de base) et tisser de façon explicite des liens entre eux constitue une ligne de conduite pour tout enseignant : encore faut-il que les élèves se prêtent à cet austère cheminement (qui s'inscrit dans la durée).

On comprend aussi l'extrême difficulté de ceux qui, dans le flou et sans avoir tissé de liens, souhaitent brusquement – en vue du baccalauréat par exemple – combler leurs lacunes. Une vue nette et un réseau de connaissances ne se décrètent pas : ils sont le résultat d'un travail régulier et soutenu, dans la durée.

Pour faire de la géométrie efficacement, il ne suffit pas d'avoir de la connaissance en vrac : l'accumulation de théorèmes, plus ou moins connus et compris, est insuffisante pour démontrer. C'est un des obstacles majeurs sur lequel butent les enseignants aujourd'hui : beaucoup d'élèves se contentent de « grumeaux » de savoirs épars<sup>(9)</sup>, et s'étonnent de ne pas progresser. Ils découvrent de plus, que ces savoirs sont volatiles. La mémoire n'est efficace et durable que si elle rattache les connaissances nouvelles à des étiquettes anciennes, ou si elle crée de nouvelles étiquettes dans le graphe. Une connaissance non structurée s'étoffe difficilement.

Voici une expérience significative à ce sujet<sup>(10)</sup>. Un échiquier est présenté à des joueurs aguerris et à des novices. Si la disposition des pions est aléatoire, la mémorisation de la situation est comparable dans les deux groupes d'observateurs (et au demeurant faible). Si la disposition représente une phase de jeu, les joueurs

---

(9) C'est ainsi que se présente aussi l'information sur Internet : une accumulation dont le traitement s'avère souvent délicat.

(10) « Abstract planning and perceptual chunks : elements of expertise in geometry », Koedinger et Andersen, *Cognitive Science*, n° 14, p. 511-550.

chevronnés retiennent parfaitement le schéma, battant à plate couture les débutants. Nos élèves ont quelques excuses : le monde actuel accumule de l'information en vrac, qu'il déverse à flots. L'habitude du « zapping » ajoute encore à l'incohérence. Les outils multimédias, ont amplifié le phénomène : une énorme masse d'informations coule sur l'utilisateur amorphe et contribue à son inculture, faute de s'ancrer dans un esprit structuré. La rapidité du défilement aggrave le phénomène<sup>(11)</sup>. En revanche, ces nouveaux outils enrichissent puissamment ceux qui disposent d'outils intellectuels adéquats : les informations éparses s'inscrivent dans une structure, entrent en résonance et fécondent les « étiquettes » d'un réseau de savoir. Comme le dit l'Évangile, « On donnera à celui qui a, et il sera dans l'abondance, mais à celui qui n'a pas, on ôtera même ce qu'il a »<sup>(12)</sup>. C'est à l'école de structurer l'esprit de ceux qui lui sont confiés : le volume d'informations qu'elle diffuse est secondaire. Si elle perd de vue cette mission *qu'elle seule peut remplir*, l'ignorance progresse<sup>(13)</sup> ! Mais peut-elle imposer aux chères têtes blondes, une discipline intellectuelle qui semble ne pas avoir cours en dehors d'elle<sup>(14)</sup> ?

---

(11) Ces outils se caractérisent par la grande quantité d'informations disponibles simultanément sur un sujet donné. Pour une œuvre musicale par exemple, un texte, une partition et son exécution orchestrale progressent en parallèle. En mathématiques, calcul formel, calcul numérique et représentation graphique se partagent l'écran, mettant en évidence les liens et les dépendances. L'utilisateur peut arrêter le défilement et cliquer sur une partie de l'écran pour obtenir une information qui lui manque, puis reprendre ensuite le cours, à l'endroit où il l'a interrompu.

Ceux qui ont observé des élèves travaillant sur ordinateur savent leur extrême difficulté à lire sur l'écran des textes d'une certaine densité. Si l'on y ajoute des graphiques et des sons, beaucoup risquent de basculer de l'apprentissage vers le spectacle ou le jeu. La réticence à prendre des notes (c'est-à-dire à extraire de l'information pertinente) face à un écran, accentue encore la tendance à la passivité. Les copies d'écran ne sont pas une bonne solution : elles représentent une information étrangère à l'élève, non travaillée et donc peu utilisable. D'autant que les explorations arborescentes (aide sur un mot ou une image) génèrent elles aussi une information foisonnante. Pour tirer parti de ces nouveaux outils, il faut des utilisateurs capables de saisir rapidement une information dense, mobile, multiforme et complexe. Beaucoup d'élèves sont submergés par la richesse même de ce qui leur est offert !

(12) Parabole des Talents, Évangile de Mathieu, chapitre 25, verset 29.

(13) Les sociétés post-industrielles sont caractérisées par la disponibilité d'informations abondantes et de toute nature : livres, bases de données et médias audio-visuels les proposent ou les diffusent. Les capacités de trier, de hiérarchiser, d'extraire et de structurer sont capitales. Sans ces compétences, l'interrogation d'une base de données est peu productive. L'omniprésence de l'information change la mission de l'école : elle n'est plus d'abord l'institution qui la génère et la transmet, mais celle qui forge aux élèves les clés d'accès à l'information disponible. Or l'école hésite entre la diffusion d'un savoir pléthorique – souvenir du temps où elle était le lieu unique de transmission de la connaissance et la formation des esprits, à partir de savoirs plus limités mais fondamentaux. C'est ce qui explique sa faible productivité actuelle. Elle ne peut faire face à l'augmentation prodigieuse du volume de connaissances qu'en structurant mieux l'esprit des élèves : faute d'y tendre et d'y parvenir, l'énorme investissement éducatif conduit à de cruelles déceptions.

(14) Dans les riches sociétés post-industrielles, l'école est de plus en plus un lieu étrange et singulier. En dehors d'elle, l'enfant et l'adolescent réalisent sans grande difficulté la plupart de leurs désirs : il leur suffit d'appuyer sur un bouton pour que la musique ou l'image soient au

*Faire de la géométrie, et des mathématiques en général, a comme vertu principale de mettre en place des graphes mentaux et d'y cheminer. D'autres disciplines, le français, l'économie, l'histoire ou la géographie par exemple, poursuivent une ambition tout à fait comparable. Mais en mathématiques les objets et les situations sont relativement dépouillées : un problème de géométrie recèle moins de complexité que le personnage de Don Juan, ou l'économie mondiale ! Les graphes sont plus faciles à construire, et une description exhaustive des étiquettes de base est possible. On aura noté au passage l'abstraction du processus mis en œuvre : il s'agit d'un traitement d'informations, qui, transposé dans de nombreux domaines de la société, révèle toute sa puissance et sa généralité. Quand l'esprit a été structuré, il peut, dans bien des cas, oublier ce qui en a été le prétexte : une tête « bien faite » peut traiter avec succès des objets abstraits très divers selon le schéma que nous venons de décrire dans les grandes lignes. L'alternative n'est pas entre une tête bien faite et une tête bien pleine : seule une tête bien faite peut se remplir utilement !*

Les démarches intellectuelles mises en évidence dans l'activité géométrique, sont à l'œuvre dans des domaines de la vie économique et sociale où on ne les attend guère... Les exemples que nous allons développer ont été choisis parce qu'ils nous paraissent significatifs et qu'ils couvrent de vastes secteurs de l'économie. L'informatique, proche des mathématiques, utilise leurs outils et leur formalisme. On retrouve dans un Samu, ou dans le service commercial d'une entreprise, les traits principaux de l'activité géométrique.

## **Visages et masques des mathématiques dans la vie économique et sociale**

### **De la « bidouille<sup>(15)</sup> » à l'analyse structurée**

L'informatique est à la fois distincte des mathématiques et très proche, par ses modes de pensée. L'enseignement complémentaire, pendant plusieurs années, des mathématiques et de la défunte option informatique dans les mêmes classes, m'a permis de préciser cette distance et cette proximité.

---

rendez-vous. Les objets, les services et les loisirs sont d'un accès facile pour beaucoup d'entre eux. Leur coût étant payé par d'autres, ils finissent par imaginer un monde (un peu triste) où le désir est satisfait, à peine s'est-il exprimé. L'école est étrangère à cet univers de facilité. L'accès au savoir a un coût pour l'élève : l'attention, la continuité, le travail personnel, l'effort pour comprendre des notions qui résistent, il s'en passe fort bien en-dehors du système scolaire !

Beaucoup d'adolescents se consolent mal de quitter, plusieurs heures par jour, un univers agréable pour celui, exigeant, de l'école. Contraints et forcés, ils y perdent leur temps, victimes d'une illusion que le développement technique et la prospérité de leurs parents ont engendrée.

(15) C'est un terme familier qui désigne une pratique informatique empirique, dépourvue de toute démarche méthodique. Être traité de « bidouilleur » n'est pas vraiment un compliment dans le monde de l'informatique ! L'expression équivalente « petit génie de l'informatique » est employée par des gens qui parlent du domaine sans y connaître grand chose (on y trouve des hommes politiques, certains journalistes et ... les parents de bidouilleurs) !



### *Le handicap d'être génial...*

En seconde, parmi les élèves qui choisissent l'option, il y a les vrais débutants, qui suivent modestement les consignes et progressent lentement (mais sûrement) et les « passionnés d'ordinateurs » qui arrivent avec une pratique déjà ancienne. Ils adorent programmer et montrent avec fierté des productions concoctées par leurs soins et qui n'ont pas moins de mille lignes ! Et qui « marchent » ! Devant un problème à traiter, ils écrivent spontanément le programme au clavier et le testent rapidement dans deux ou trois situations. Quand la chance est de leur côté et le problème simple, ils arrivent ainsi à leurs fins. Mais que la situation à traiter se complique, et voilà que les erreurs s'accumulent. Ils les traquent, en corrigeant certaines, mais en génèrent d'autres : ils s'aperçoivent, désappointés que plus rien ne tient ! Et de tâtonnements en reprises, ils finissent par obtenir de confus programmes à rallonges, qu'ils sont bien en peine d'expliquer. C'est vrai, finalement « ça marche » (encore que des surprises soient possibles lors de tests approfondis...), mais le programme est inexportable (que penser d'un logiciel qui, en entreprise, ne serait plus utilisable lorsque « l'initié » aurait changé de service... ?).

Ces élèves, qui ont bien des qualités, sont victimes de trois idées naïves et fausses : un programme est une suite plus ou moins longue d'instructions, sa mise au point se fait par tâtonnements, le travail est achevé quand « ça marche » dans un certain nombre de cas. Ils sont de ce fait condamnés à une véritable virtuosité, pour pallier l'absence de méthode, et repousser (annuler, rêvent-ils) les limites de leur science du moment.

Une minorité d'entre eux, persuadés que le professeur leur propose une démarche régressive, indigne de leur « génie », quittent l'option informatique en fin de seconde. Avec les autres, il est possible de déconstruire un savoir-faire mal assuré et sans avenir, puis de construire (à partir de leurs acquis), une forme de pensée qui n'est pas étrangère aux mathématiques.

### *Un graphe de fonctions et de procédures*

Programmer, c'est résoudre un problème en choisissant les outils adéquats et les démarches pertinentes. Or les outils de la résolution sont toujours des fonctions et des procédures, au sens mathématique de ces termes (si les langages informatiques étaient assez élaborés, la seule notion de fonction suffirait). Et nous voici naturellement revenus aux mathématiques.

On passe d'un raisonnement par instructions (ligne par ligne) à un raisonnement par « tâches à accomplir » (bloc d'instructions), chacune se traduisant par une fonction ou une procédure. Ces outils s'écrivent chacun au moyen d'une dizaine d'instructions, qui font souvent appel à d'autres fonctions ou procédures.

Un programme informatique structuré est constitué d'un certain nombre de blocs (fonctions et procédures), de quelques lignes chacun, et d'un programme principal, en général lui aussi très court, qui met en œuvre les outils précédents. On retrouve la structure de GRAPHE, dont la racine est le programme principal, et les nœuds, les fonctions et les procédures. Un arc du graphe traduit le fait que la fonction (ou la procédure) dont il est issu, appelle, dans son corps d'instructions, la fonction (ou la procédure) à laquelle il aboutit.

On comprend alors la difficulté (et l'intérêt !) d'écrire un programme informatique correct et fiable. Pour y parvenir, la virtuosité des « petits génies de l'informatique » a peu d'intérêt. Plus utile est la capacité à imaginer et à mettre au point les outils adaptés à la résolution du problème. Ces outils doivent être *testés un à un*, en partant des plus simples (ceux dont aucune fonction ou procédure ne dépend) et en remontant vers la racine du graphe. On se donne ainsi des moyens de contrôle indispensables, et la possibilité de détecter (donc de rectifier) au fur et à mesure les erreurs, au niveau où elles se situent, sans mettre en péril la construction d'ensemble. Dans cette perspective, la longueur d'un programme n'est plus significative. C'est une bonne maîtrise de la notion mathématique de fonction qui rend l'analyste performant. Il est très intéressant de faire produire aux élèves le graphe des programmes qu'ils écrivent : ils en visualisent ainsi la véritable complexité, en traduisant un programme de longueur moyenne par un graphe aux arcs multiples et enchevêtrés...

Les fonctions utilisées en informatique sont plus variées que celles mises en œuvre par les élèves en mathématiques. Les fonctions à plusieurs variables y sont d'un usage courant. Ces variables sont souvent de nature différente : réels, entiers, booléens, chaînes de caractères, tableaux, pointeurs cohabitent dans les en-tête des fonctions.

Empruntées aux mathématiques, fonctions et procédures donnent à la démarche informatique cohérence, moyens de contrôle, élégance et économie. Leur usage intensif en informatique consolide ces notions essentielles et prépare leur généralisation en mathématiques.

### ***Des liens logiques à la logique mathématique***

L'écriture correcte d'une fonction suppose la connaissance et l'utilisation judicieuse des liens logiques : coordination par « et » ou bien « ou », négation d'une proposition (pouvant contenir ces conjonctions...), booléens et fonctions booléennes. Force est de constater les échecs répétés des élèves, dus à leur méconnaissance des articulations logiques. Cette ignorance se manifeste dans de nombreux domaines autres que l'informatique (elle rend par exemple difficile la compréhension d'un texte, ou la rédaction d'une démonstration). Est-il bien raisonnable de faire silence, en mathématiques, sur des compétences capitales pour penser et communiquer clairement ?

En Terminale, l'introduction (prudente) des « langages déclaratifs » fait appel à la logique des prédicats du premier ordre. Elle ne peut réussir que si les articulations logiques sont en place : elle constitue alors, pour les élèves, une première découverte de la logique mathématique, outil de base d'une large partie de l'informatique.

### ***Des obstacles au transfert de connaissances***

On voit sans peine le lien étroit entre informatique et mathématiques, même si, en contre-exemples, des élèves « doués en informatique » et faibles en mathématiques sont assez nombreux. Il est vrai que le « coefficient personnel » en informatique est important. Le plaisir de jouer, puis de lutter avec une machine sophistiquée (et de la

dominer), le narcissisme qui accompagne la création sur écran, les conditions plus ludiques de l'apprentissage, font qu'un certain nombre d'élèves – des garçons le plus souvent d'ailleurs<sup>(16)</sup> – sont plus passionnés, plus à l'aise et partant meilleurs, en informatique qu'en mathématiques.

Et pourtant ces élèves mettent en œuvre en informatique des notions et des démarches mathématiques subtiles et délicates (avec succès), sans progresser pour autant en mathématiques ! Hors du contexte où ils excellent, leurs capacités ne jouent plus : le transfert de compétences n'est ni automatique, ni garanti. L'histoire personnelle, le climat affectif et l'imaginaire peuvent le favoriser ou l'entraver.

On retrouve, dans les métiers de l'informatique les mêmes considérations que dans la défunte option informatique : de la capacité pratique (utilisateurs d'informatique, programmeurs, techniciens) à la compétence théorique de plus haut niveau (analystes, ingénieurs systèmes), l'importance des mathématiques est de plus en plus visible et considérable. En informatique théorique, le formalisme est tout entier mathématique.

### Les médecins de l'urgence<sup>(17)</sup>

« Pour le grand public, l'activité du Samu, ce sont les ambulances qui interviennent dans un délai record. En réalité, nous sommes avant tout un organisme de régulation par téléphone des urgences médicales, afin de leur apporter la meilleure réponse possible » explique le docteur Daniel Jannière, du Samu de Paris.

Le centre de régulation des appels du Samu de Paris est un standard téléphonique complexe, où trois permanenciers reçoivent les appels et les passent aux trois médecins régulateurs qui vont décider de l'intervention appropriée. En moyenne, 350 000 appels par an aboutissent à 60 000 décisions médicales de tous ordres, et seulement à 17 000 sorties d'ambulances.

L'activité d'un médecin régulateur ressemble trait pour trait à celle d'un expert en géométrie. Tous deux traitent de l'information abstraite dont le médecin prend connaissance à travers le discours plus ou moins cohérent et éclairé d'un interlocuteur.

Avec une différence de taille : en géométrie, l'expert dispose généralement d'un jeu cohérent et complet de données ; en revanche, le médecin doit interroger son correspondant pour générer un tableau de symptômes à partir de quelques signes cliniques faisant craindre un péril imminent (à tort peut-être...).

Tout en poursuivant l'interrogatoire, l'expert médical organise les données recueillies en groupes de symptômes, liés aux étiquettes de sa science (probabilité d'infarctus, d'hémorragie interne, malaise sans gravité immédiate à élucider par le médecin généraliste...). Ces familles de symptômes sont les équivalents des sous-figures de la géométrie : elles se rattachent à une ou plusieurs étiquettes d'un réseau de savoir et conduisent le médecin à formuler des diagnostics possibles. Les deux domaines

(16) L'option informatique attire une majorité écrasante de garçons. On retrouve ce quasi-monopole dans la passion pour les jeux vidéo. Les filles ont, sans doute, des centres d'intérêts qui ne se limitent pas au combat avec une machine. Leur plus grande maturité les protège de ce narcissisme infantile.

(17) L'Express, 24 février 1994, p. 122 et 123.

présentent des similitudes profondes : l'ensemble des symptômes constitue les hypothèses d'un théorème médical dont la conclusion est un diagnostic. Ces théorèmes sont explicités dans des systèmes experts médicaux comme SPHYNX ou MYCIN.

Bien qu'étant de même nature, la démarche du médecin est plus délicate et plus redoutable que celle du géomètre. Il est des symptômes discrets ou absents, des douleurs plus ou moins précises et appréciées en fonction d'une sensibilité particulière. L'information reçue peut être déformée, tronquée ou amplifiée par l'affolement de l'entourage du malade ou du blessé. Le médecin se trouve dans la situation d'un géomètre dont les théorèmes auraient des hypothèses peu sûres, et dont certaines pourraient manquer sans mettre en cause les conclusions de l'énoncé ! C'est pourquoi celles qui figurent dans les systèmes experts médicaux sont souvent affectées d'une probabilité et indiquent explicitement les fausses pistes répertoriées<sup>(18)</sup> (erreurs de diagnostic classiques !). Mais surtout, si l'erreur de raisonnement du géomètre n'a pas de conséquences vitales, celle d'un médecin régulateur peut conduire au drame.

### **Le service commercial d'une entreprise**

Vendre les produits que crée l'entreprise est une activité d'une grande complexité. Il n'est pas question, dans le cadre de cet article, d'en faire une analyse exhaustive, mais de mettre en évidence certaines de ses composantes qui ne sont pas sans rapport avec la démarche géométrique.

### *Une équipe qui collecte de l'information*

Qu'il s'agisse de machines-outils, d'automobiles, d'ordinateurs, de médicaments, de produits alimentaires ou de voyages, le vendeur doit d'abord parfaitement connaître les produits qu'il commercialise. Le service commercial rassemble et traite l'ensemble des informations qui les concernent.

Prenons l'exemple d'une société d'informatique qui lance un nouvel ordinateur. Il nous permet de décrire le processus de façon complète, et donc d'établir la parenté des démarches mises en œuvre dans les différents domaines (les lignes essentielles de notre exemple peuvent être généralisées).

Le service technique fournit à l'équipe commerciale un site (protégé) contenant l'ensemble des données techniques de l'appareil. Ce texte, illisible pour le profane et, au départ, hermétique pour la plupart des vendeurs, nécessite une formation interne à l'entreprise.

---

(18) Voir La Recherche, n° 151, Janvier 1984.

Extrait de MYCIN.

Si le site de la culture est le sang et si l'organisme est gram négatif et si l'organisme est de forme bâtonnet et si le patient est un hôte à risques alors il est probable (0.6) que l'organisme est le pseudomonas aeruginosa.

Extrait de SPHYNX.

SI subictère, grosse rate, bilirubine libre prédominante, FN : anémie ferriprive, sidérémie augmentée, électrophorèse : hémoglobine thalassémique, ALORS penser à : lithiase, cirrhose, ignorer : minkowski-chauffard, déficit enzymatique.

Il ne sert à rien de connaître parfaitement le produit s'il n'est pas placé dans son contexte. D'abord l'environnement de l'entreprise elle-même : qu'apporte de neuf l'ordinateur par rapport à ceux de la génération précédente ? Comment s'insère-t-il dans leur lignée ?

Les entreprises concurrentes ne peuvent être ignorées : y a-t-il des produits « voisins », quel est le degré de compatibilité avec telle ou telle « famille » ? La mise en réseau est-elle possible et fiable ?

Le client est le personnage central d'un service commercial : particulier ou entreprise, il décide du succès ou de l'échec (avec toutes ses conséquences) de la campagne de commercialisation. Il est présent, à travers les études de marché, de la gestation du produit jusqu'à sa mise en vente. Le service de maintenance veille à le satisfaire si un problème survient en cours d'utilisation. Ses besoins, ses habitudes, ses procédures internes et sa structure, sa culture et ses rêves sont des composantes essentielles qu'un service commercial doit connaître et prendre en compte s'il veut réussir.

La situation économique fait partie des paramètres de poids qu'il convient d'analyser, ne serait-ce que pour fixer un prix réaliste, compromis entre les coûts et les possibilités financières des clients. D'autant que, dans l'économie de marché, la concurrence est impitoyable.

Les différents aspects que nous venons d'énumérer sont au cœur de toute politique commerciale. L'importance relative (et la complexité) de chaque aspect doit être modulée en tenant compte du domaine d'application.

En fin de parcours, le service commercial a accumulé une importante quantité d'informations, le plus souvent abstraites, qu'il va devoir traiter. Aux informations récentes, liées au nouveau produit, aux nouveaux clients éventuels, à la situation économique du moment, s'ajoutent les informations anciennes, rassemblées au cours du temps, qui constituent un des capitaux les plus précieux : la mémoire de l'entreprise. Il convient d'insister sur la nature des informations mises en jeu : quoi de plus abstrait que la structure interne d'une entreprise, les habitudes commerciales des Japonais, les rêves automobiles ou informatiques des Français, les paramètres d'une situation économique ? Une négociation commerciale peut se briser sur la méconnaissance de pratiques culturelles...

### *Une équipe qui traite de l'information abstraite*

De la masse d'informations disparates accumulées, l'équipe commerciale extrait une information homogène et ciblée vers différents publics. Cela se traduit par une série de brochures ou de documents vidéo, de panneaux d'exposition et de courriers pour les clients. À cela s'ajoute une réflexion, de la plus haute importance, avec une agence de publicité chargée de la promotion du produit.

Si E est l'ensemble de l'information dont dispose le service commercial, son travail consiste à créer des sous-ensembles cohérents et accessibles à différentes catégories de clients potentiels.

La brochure technique E1 contient une description complète du produit et de ses composants, indispensable au service de maintenance : les caractéristiques techniques et les performances d'un ordinateur sont des paramètres capitaux pour

une décision d'achat. Le contenu de E1 n'est accessible qu'à des spécialistes du domaine dont l'avis pèse lourd dans le choix final d'une entreprise.

Toute autre est l'information E2 destinée aux décideurs des entreprises. Seuls les paramètres techniques décisifs y figurent. Ils sont complétés par une argumentation concernant la nouveauté du produit, les progrès qu'il apporte par rapport au passé et aux concurrents, et sa compatibilité avec eux. Le prix y est souligné s'il est peu élevé, ou justifié eu égard aux performances promises. E2 renvoie évidemment à E1 en cas de besoin, mais n'est pas une partie de E1 : l'information y est organisée tout autrement. Si E1 permet au technicien de comprendre les performances du produit, E2 se contente de les décrire pour les décideurs.

Autre encore est le document E3 destiné au grand public : les données techniques sont réduites à leur plus simple expression. La facilité d'utilisation y est soulignée (et souvent exagérée...). L'usage qui peut en être fait est largement détaillé : aspect éducatif (c'est un produit utile), ludique (il occupe les loisirs), de promotion sociale (« vous faites partie de l'élite... »). Une argumentation de ce type serait ridicule dans E2 : l'entreprise connaît parfaitement les fonctions du produit qui lui est proposé.

Enfin le document E4, publicité du produit, joue sur une vaste gamme d'expressions : de la publicité informative au spot de quelques secondes à la télévision ou au cinéma, les possibilités sont considérables. Une page dans un journal pour décrire et vanter un produit, cela s'apparente au document E2. Le spot publicitaire s'adresse bien plus au rêve. Il travaille par associations d'idées, flatte l'ego, cherche à faire rire : le contenu en informations d'E4 au sujet du produit est voisin de zéro. En revanche, il s'alimente à l'imaginaire social, domaine flou, sensible et versatile : ainsi s'expliquent les succès ou les échecs de certaines campagnes publicitaires, suivant qu'elles avaient choisi ou non un bon angle d'attaque. Une campagne publicitaire ne saurait ignorer les traditions, les valeurs de ceux à qui elle s'adresse : il est essentiel de bien mesurer le poids relatif des arguments, des images et des sons dans les différentes cultures.

De E1 à E4, l'information contenue dans E a été extraite, hiérarchisée, remise en forme (rédigée ou mise en images et en sons). À chaque stade, elle doit être claire, agréable dans la forme, sans ambiguïté quant à la cible. Chaque étape correspond à un autre regard organisateur et structurant sur l'ensemble E, dont la nature abstraite ne fait aucun doute.

*Le parallèle entre l'activité mathématique et le travail d'un service commercial est frappant : les qualités développées dans l'une sont précieuses dans l'autre.*

*Les situations que nous avons examinées et que nous pourrions multiplier contiennent un faisceau de faits qui semblent indiquer l'importance de « l'esprit de géométrie » pour s'inscrire intelligemment dans une société. Nous allons maintenant passer cette conjecture au crible d'une réflexion critique.*

## **Quelques bémols dans une mélodie trop allègre**

### **Le transfert de compétences : mythe ou réalité ?**

Lorsqu'on écrit un article ou un essai, on risque toujours de simplifier (ou même de tordre) la réalité, pour mieux la faire entrer dans le moule d'une pensée préexistante.

Dans les exemples qui précèdent, nous avons mis en évidence la parenté de certaines façons de penser avec les mathématiques. Mais comparaison n'est pas raison. Le transfert de compétences paraît possible, mais il rencontre de rudes obstacles, dont la nature est didactique, mais aussi psychique et affective. Le moment est venu de réfléchir plus avant aux conditions qui le rendent possible, le favorisent ou l'entravent.

Dans les exemples qui précèdent, nous avons repéré, dans la vie économique et sociale, des démarches intellectuelles qui, sans être clairement des mathématiques, s'en inspirent de façon étroite. Nous avons laissé entendre que les compétences acquises en mathématiques pouvaient être transférées dans des secteurs d'activité parfois très éloignés où le profane ne discerne pas leur présence. Ce postulat fait l'objet d'un très vif débat en sciences de l'éducation. On en trouve une analyse détaillée et stimulante dans l'ouvrage de Philippe Meirieu et Michel Develay, « Émile, reviens vite... ils sont devenus fous »<sup>(19)</sup>. Nous partageons leur conviction que des transferts de compétences sont possibles, sous certaines conditions précises et contraignantes que nous allons examiner<sup>(20)</sup>. Nous constatons que l'école ne prête guère attention à cet aspect qui nous paraît pourtant capital. Faut-il s'étonner, dès lors, que les jeunes diplômés n'aient pas les compétences transversales qu'on attend d'eux en entreprise ?

La possibilité de transférer les compétences devrait être un objectif pédagogique majeur de tout apprentissage. Pour qu'il devienne réalité, il faut s'en donner les moyens. Meirieu et Develay distinguent trois étapes pour y parvenir.

### **Apprendre des mathématiques utilement...**

#### ***Contextualiser...***

Tout apprentissage s'accomplit d'abord dans un contexte précis et réduit au seul sujet de l'étude : le théorème de Pythagore est introduit par exemple à l'aide d'un triangle rectangle ABC, seul objet au tableau, sur la feuille ou sur l'écran. On le retrouve ensuite dans des situations simples que des informations parasites ne viennent pas brouiller. Puis il est mis en œuvre dans des exercices où l'élève repère facilement les triangles rectangles et où les consignes sont très précises. Dans cette première étape, le contexte est simplifié à l'extrême et les exercices ont, de ce fait, un caractère résolument artificiel. Afin de créer du sens pour l'élève et de faciliter son investissement, il importe de bien montrer, dans cette phase, ce que le théorème apporte de possibilités nouvelles.

Lorsqu'en classe de Première on introduit la notion de nombre dérivé, il est important de faire précéder la définition générale (incompréhensible si elle est donnée sans préalables) de l'étude approfondie de plusieurs exemples qui aient un sens intuitif pour les élèves. Le passage de la vitesse moyenne à la vitesse « instantanée » d'un point mobile sur un axe, ou celui de la sécante à une courbe, à

(19) *Émile reviens vite... ils sont devenus fous*, ESF éditeur, collection pédagogies, 1992.

(20) Nous reprenons ici l'argumentation de Meirieu et Develay, pages 144 à 167, en l'illustrant d'exemples plus nettement mathématiques. Ces pages résument les profonds débats qui traversent les sciences de l'éducation.

la tangente en un point de celle-ci, constituent des exercices préliminaires essentiels (d'ailleurs fort délicats), qu'il convient de traiter dans tous les détails. Chaque situation doit être reliée aux connaissances antérieures, en particulier à celle de limite (qu'il faut sans aucun doute rafraîchir à cette occasion<sup>(21)</sup>). Dans un second temps, on met en évidence ce que les exemples traités ont en commun : alors, mais alors seulement, on peut tenter une définition générale du nombre dérivé, qu'on illustre ensuite par des exemples simples, nombreux et significatifs.

L'acquisition de toute notion nouvelle est déstabilisante : l'élève en difficulté peut la ressentir douloureusement. Il convient donc de rassurer, d'insister sur l'importance de la durée dans la compréhension, de créer du sens et un climat de confiance. Les facteurs psychologiques sont ici d'une extrême importance.

« Ceux qui nient l'utilité de cette contextualisation pour immerger directement les élèves dans l'abstraction, coupent les chemins des contrées où ils voudraient les conduire »<sup>(22)</sup>. À la fin de cette première étape, les élèves disposent d'un outil neuf qu'ils ont mis en œuvre, dans un contexte donné, sur des problèmes épurés choisis par l'enseignant. Malheureusement, l'apprentissage se limite souvent à cette seule phase : l'évaluation des acquis se borne alors à reproduire, avec de légères variantes, les exercices déjà pratiqués. On connaît ces auto-écoles qui forment les futurs conducteurs sur des parcours répétitifs, ceux-là mêmes qu'ils empruntent, flanqués de l'inspecteur, lors de l'examen du permis de conduire. Leurs taux de réussite sont bons. Rendent-elles service aux clients qui, le lendemain, devront affronter l'imprévu des routes ?

Le graphe des connaissances vient de s'enrichir d'une étiquette nouvelle. Il faut, dans les deux étapes qui suivent, la rattacher aux multiples étiquettes anciennes du paysage mental des élèves. Et cela ne va pas sans difficulté !

### ***Décontextualiser...***

Sans jeter immédiatement nos apprentis conducteurs sur le boulevard périphérique parisien aux heures de pointe, il convient de leur faire découvrir progressivement les chemins de la liberté.

Le théorème de Pythagore s'applique à d'innombrables situations et ne saurait se limiter aux seuls problèmes originels d'arpentage de champs qui servent parfois à l'introduire. Il faut apprendre à l'utiliser dans un problème où le parallélisme domine, ou dans le cercle trigonométrique. Il est souvent un chaînon, court mais indispensable, dans une démonstration qui fait appel à d'autres outils. Il est temps de dépasser les situations concrètes et simplifiées du début, et d'accéder à une compréhension suffisamment abstraite qui permette, dans des contextes nouveaux, son application.

Le parcours est analogue pour la notion de dérivée : ses usages multiples dans tous les domaines de l'activité humaine nécessitent un travail approfondi d'assimilation. Que le nom de la variable change, qu'un paramètre complique la situation, et voilà

---

(21) La démarche esquissée ici traduit un choix pédagogique. Ce n'est pas le seul possible et cohérent. Les autres progressions pédagogiques imposent des contraintes analogues.

(22) Ouvrage de la note 20, page 162.



nos élèves incapables d'utiliser leur savoir qui semblait pourtant acquis sur des exemples « voisins » ! Que le physicien utilise ses notations ou ses raisonnements propres et voilà qu'ils ne font plus le lien avec les mathématiques ! Que le problème traite de l'évolution d'un phénomène biologique, ils se découvrent soudain incapables de mettre en œuvre le bel outil mathématique pour décrire le phénomène et l'interpréter ! Rien d'étonnant à cela : la phase de décontextualisation ne fait guère partie des préoccupations du système éducatif et se trouve, faute d'intérêt, donc de temps, réduite à presque rien.

Les transformations géométriques illustrent à merveille notre propos. Là plus qu'ailleurs, la décontextualisation est absente. On ne les utilise guère que dans le chapitre qui leur est consacré ! Et la plupart du temps, les énoncés proposent ou imposent les transformations pertinentes. Mais que ces indications viennent à manquer, qu'un problème soit posé dans un autre contexte, et voilà nos élèves amnésiques ! Il suffit de passer en revue les exercices de géométrie du baccalauréat C pour se persuader de leur caractère hyper-directif<sup>(23)</sup>. Qu'ont-ils de révéléateurs d'une formation ? Pour des raisons statistiques, liées à la demande sociale, on ne cherche pas à vérifier l'acquisition de démarches fondamentales. Reconnaître dans une figure statique les éléments qui la rendent susceptible d'un traitement dynamique, par une transformation, est une expertise qui ne tombe pas du ciel ! Elle s'acquiert par un travail approfondi sur des figures multiples et significatives, en dégageant des heuristiques qui n'ont rien d'évident. Il s'agit d'un exemple typique de changement de registre, d'étiquetage, dont nous avons souligné l'importance dans la vie économique. Or les sujets d'évaluation révèlent le renoncement, la capitulation du système éducatif devant cette forme de compétence si précieuse dans l'entreprise<sup>(24)</sup> !

Pour être menée à bien, cette étape demande du temps, beaucoup de temps. Mais l'objectif paraît plus utile et plus exaltant, davantage porteur de sens, que l'accumulation séquentielle de savoirs morcelés et mal reliés. Entre quantité et qualité il faut choisir. Le choix actuel n'est pas convaincant.

Nous retrouvons dans cette deuxième étape la fameuse distinction de Piaget entre « réussir » et « comprendre ». La réussite s'accroche au produit, elle est absorbée par la tâche. La compréhension, elle, est du côté du processus, elle se dégage progressivement des contraintes particulières d'une tâche donnée, elle accepte de surseoir à une certaine efficacité dans l'action, pour s'attacher à ce qui permet de mettre en lumière les raisons de cette efficacité.

Force est de constater que sur bien des plans, l'école s'attache à la réussite immédiate aux dépens de la compréhension en profondeur.

(23) Cela peut se comprendre dans le cadre d'une épreuve en temps limité. Mais où évalue-t-on les autres capacités, bien plus indispensables dans la vie sociale et professionnelle ? Les thèmes de fin d'études en section de techniciens supérieurs pourraient fournir d'utiles pistes de réflexion. Les TPE pourraient y aider.

(24) Cf. note 24. Voir aussi, dans *Repères-Irem* n° 7, l'article « Quelques idées d'activités glanées au contact des entreprises ».

***Recontextualiser, jeter des ponts...***

À ce stade, la démarche pédagogique n'est pas encore achevée. Tant que l'élève ne sait pas utiliser ses outils neufs dans des situations nouvelles, tant qu'il ne sait pas repérer les classes de problèmes qu'ils permettent de traiter, il reste dépendant de la situation d'acquisition, et ses connaissances sont fragiles et volatiles. Il reste à *établir des ponts* entre les connaissances nouvelles et des situations où leur application se révèle pertinente. Le travail prend alors nécessairement un caractère interdisciplinaire et la forme d'une recherche individuelle ou en groupe. De quelles statistiques se sert-on en géographie ? Quels phénomènes met-on en évidence ? Comment interpréter les résultats ? Comment de sèches statistiques éclairent-elles des comportements sociaux ? On voit des élèves se passionner en découvrant la capacité de l'outil statistique à révéler les mouvements profonds de la société.

L'usage constant des statistiques et des probabilités dans la vie sociale et professionnelle justifie leur arrivée en force au lycée et leur importance particulière dans les sections de techniciens supérieurs. Pourquoi ne pas inviter les élèves à découvrir, sur le terrain, les applications de ces techniques, par exemple dans le contrôle de qualité d'une chaîne ? Le dialogue avec les cadres les convaincra, mieux que le professeur, de l'utilité de cet enseignement, de ses nécessaires extensions, de la puissance et de la fiabilité des outils mis en œuvre (mais aussi de leurs limites). Ils verront aussi les différences de formalisme et le sens des résultats obtenus pour l'entreprise. Une enquête dans un institut de sondages leur fera voir les applications au champ social et politique. Ils prendront conscience de la distance entre les résultats et leur interprétation et des risques de manipulation de l'opinion.

À partir de la notion de dérivée, d'innombrables ponts ne demandent qu'à être jetés vers d'autres disciplines. Comment diable le biologiste obtient-il l'équation différentielle qui commande la concentration d'un produit injecté dans le sang, au fil du temps ? Et le physicien ? Et l'économiste ? Et le sociologue ? Comment raisonnent-ils sur les variations d'un phénomène pour trouver, universellement, des dérivées et des équations différentielles ? Autant de questions passionnantes qu'une recherche sur documents ou un dialogue avec un expert peuvent éclairer. C'est ainsi que le concept de dérivée se fixe définitivement dans l'esprit. Ce n'est pas seulement une obsession du professeur de mathématiques. La dérivée est indispensable dans tout le champ scientifique. Avec des formalismes divers, elle permet de décrire des invariants, là où tout semble évoluer. Une prise de conscience aussi forte est susceptible d'éveiller l'intérêt, et par suite l'investissement, de certains élèves.

Quant à la géométrie, on ne peut s'en passer lorsqu'on travaille avec des logiciels de DAO ou de CAO<sup>(25)</sup>. Concevoir des produits industriels, c'est créer dans l'espace des objets géométriques souvent fort compliqués et mobiles les uns par rapport aux autres. Il convient de s'assurer de la conformité avec le cahier des charges, des possibilités de mouvement relatif des pièces (sans chocs ni bris). « Voir dans l'espace » est indispensable, même si le logiciel permet de regarder l'objet « sous toutes les coutures » ! Les enseignants de mathématiques ne savent pas toujours quelles démarches géométriques sont nécessaires dans ces activités. Elles sont

---

(25) Dessin Assisté par Ordinateur et Conception Assistée par Ordinateur.

souvent différentes de celles qu'ils traitent en mathématiques. Un travail interdisciplinaire rendrait possible une harmonisation et persuaderait les élèves de l'utilité de la géométrie dans l'espace, dont ils voient mal le lien avec la DAO ou la CAO. L'absence de ponts est préjudiciable aux deux domaines.

Il reste enfin à mettre en évidence des ponts entre les démarches intellectuelles des différentes disciplines que les élèves pratiquent durant leur scolarité. Tout au long de cet article, nous avons montré les analogies de raisonnement et de traitement dans des domaines de prime abord fort éloignés. Mettre en évidence ce qu'ont en commun l'activité géométrique et la contraction de texte, ou l'analyse de documents en économie, c'est ouvrir des horizons et donner sens et noblesse à chaque activité. C'est sans doute l'aspect le plus délicat de cette recontextualisation, mais pas le moins important. Il demande au professeur la compréhension en profondeur de ce qu'il fait et de ce que mettent en jeu les autres disciplines, pour souligner les convergences, et aussi, bien entendu, les spécificités.

### *Une déstabilisation dynamique*

On comprend sans difficulté les raisons qui limitent de plus en plus l'enseignement à la première étape, avec des incursions en lisière des deux autres. Lorsqu'un sportif apprend un nouveau geste, il perd en efficacité globale dans un premier temps. Il devient plus performant lorsque ce geste est maîtrisé et replacé dans l'ensemble des techniques disponibles. Dans l'éducation nationale l'élève ressemble à un joueur de tennis qui assimilerait successivement différents coups, sans jamais disputer un match ! Son examen consisterait à prouver l'efficacité de chaque geste, sans les enchaîner.

Enchaîner les procédures, les raisonnements, choisir les bons outils, savoir en changer, voilà les compétences que demande le monde social et professionnel. Elles sont difficiles à acquérir. Chaque étape déstabilise l'apprenant. Lorsqu'il a compris les formes de raisonnements liés aux transformations, il s'aperçoit qu'il ne sait pas les repérer sans indications nouvelles dans des contextes non balisés. Autre moment délicat lorsqu'il découvre la pertinence de la notion de transformation (donc de fonction) dans d'autres domaines, non nécessairement mathématiques. L'enseignant opère à chaque stade une rupture dans un double registre : celui des conceptions de l'élève et celui de son investissement narcissique. La satisfaction de l'élève se déplace de la maîtrise d'un contexte donné et des techniques associées à celle d'un modèle explicatif (par exemple, voilà ce que les transformations me permettent de faire, dans divers domaines).

Chaque expérience pénible de déstabilisation précède l'agréable retour à l'équilibre. Dans ces transitions qui prennent du temps, le rôle de l'enseignant est considérable. Il est d'autant plus utile dans ces phases qu'il vit lui-même cette expérience en continuant de se former. S'il se contente de transmettre ses savoirs anciens, il a de la peine à entrer dans l'expérience psychologique difficile qu'il impose, par la force des choses, aux élèves.

Dans le meilleur des cas, les TPE, lorsqu'ils ne se résument pas à une ennuyeuse compilation de documents sur Internet, répondent au besoin de synthèse de

connaissances, si indispensable à la vie économique et sociale. Ils permettent à des élèves curieux et bien encadrés de découvrir l'extrême utilité de ce qui leur est enseigné. Ils mettent alors en œuvre les outils disciplinaires dans des situations transdisciplinaires. Les ponts jetés entre les disciplines les ouvrent à une démarche scientifique solide et véritablement utile pour leur avenir. Une revalorisation de l'enseignement des sciences doit introduire ces démarches au quotidien. Il y faut du temps (c'est de la responsabilité de l'Institution) et une véritable volonté des enseignants et des élèves.

### Bibliographie

- [1] **Meirieu et Develay**, *Émile reviens vite... ils sont devenus fous*, ESF éditeur, collection pédagogies, 1992.
- [2] **Jean-Marie Bazin**, *Geomus : Un résolveur de problèmes qui mobilise ses connaissances en fonction du problème posé*, Thèse de doctorat, Université de Paris 6. Laforia TH93/06.
- [3] **Edgar Morin**, *Introduction à la pensée complexe*, collection « Communication et complexité », ESF éditeur, 1990.
- [4] *Actes du colloque sur les transferts de connaissances*, Université Lumière Lyon 2, 29 septembre au 2 octobre 1994.
- [5] **Michel Serres**, *Le tiers instruit*, François Bourin, 1991.
- [6] **Koedinger et Anderson**, *Abstract planning and perceptual chunks : elements of expertise in geometry*, Cognitive Science, n° 14, p. 511-550.
- [7] **Gérard Kuntz**, *Quelques idées d'activités glanées au contact des entreprises*, Repères-Irem n° 7.
- [8] **Rudolf Bkouche**, *L'enseignement scientifique entre l'illusion langagière et l'activisme pédagogique*, Repères-Irem n° 9.
- [10] **Bernard Charlot et Elisabeth Bautier**, *Rapport à l'école, rapport au savoir et enseignement des mathématiques*, ESCOL, Université Paris 8, Repères-Irem n° 10.