

# Le cerf-volant dans les programmes du collège

Préambule au « Courrier des lecteurs » de Nadine Gérald

## I. PROGRAMMES(\*)

« Mathématiques

**CLASSE DE SIXIÈME**

p.7

*Le programme de la classe de sixième a pour objectifs principaux :*

*[...] dans la partie « **géométrie** » :*

*– de compléter la connaissance des propriétés de certaines figures planes (triangles, rectangle, losange, cerf-volant, carré, cercle) et du parallélogramme rectangle ;*

p.12

*Propriétés des quadrilatères usuels.*

*– Connaître les propriétés relatives aux côtés, aux angles, aux diagonales pour les quadrilatères suivants : rectangle, losange, cerf-volant, carré.*

*Certaines des propriétés évoquées ont déjà été étudiées à l'école primaire (notamment celles relatives aux côtés, à la présence d'angles droits ou à celle d'axes de symétrie), d'autres sont nouvelles (notamment celles relatives aux angles autres que les angles droits et celles relatives aux diagonales).*

*La symétrie orthogonale est mise en jeu le plus fréquemment possible pour justifier les propriétés.*

p.13

*Reproduction, construction de figures usuelles.*

*Les procédés utilisés pour la reproduction ou la construction dépendent des indications fournies à l'élève et des instruments disponibles. Pour les figures suivantes : cerf-volant, losange, carré, triangle isocèle, triangle équilatéral, leur construction à la règle graduée et au compas est un objectif de la classe de sixième (dans la mesure où la construction ne fait pas intervenir le parallélisme). »*

## II. NOS COMMENTAIRES :

Le cerf-volant n'est donc expressément nommé que dans le seul programme de Sixième.

Ceux-ci, ou leurs commentaires, n'en donnant pas de définition « officielle », la principale question posée lors de son apparition était de savoir s'il fallait ou non considérer le cas non convexe. La réponse courante a été la suivante :

« ... il n'y a pas lieu d'écarter le cas où le quadrilatère n'est pas convexe. Une définition acceptable pourrait donc être :

(\*) BO Hors série N° 5.

*Un quadrilatère est un cerf-volant s'il admet une de ses diagonales pour axe de symétrie. »*

La seule symétrie axiale étudiée dans le secondaire est la symétrie axiale orthogonale. Ainsi il est communément admis que le cerf-volant de nos têtes blondes (ou brunes ou rousses ou ...) a un axe de symétrie axiale orthogonale. Il suffit d'observer les beaux cerfs-volants, le plus fréquemment en aile delta, qui survolent les plages les jours de vent en été.

Dans son courrier l'auteur propose une extension mathématique du mot cerf-volant à la symétrie oblique pour mieux cerner la maison des quadrilatères.

## L'introduction du cerf-volant dans le programme de sixième en 2005, un pas vers celle de la « maison des quadrilatères » ?

Nadine Gérald(\*)

L'apparition du cerf-volant dans le programme de sixième de 2005 suscite encore de nombreuses questions et quelques malentendus. Cette contribution se propose de clarifier la définition de « cerf-volant » en mathématiques en s'appuyant sur une classification des quadrilatères convexes, ce qui exclut le deltoïde qui n'est pas convexe. Cette approche permet en passant d'évoquer les définitions du trapèze et du trapèze isocèle discutées dans ce bulletin en 1998 et 1999, tout en laissant entrevoir ce qui pourrait constituer une prochaine étape dans l'évolution des programmes.

### **Pourquoi l'introduction du « cerf-volant » ?**

Étonnements et interrogations ont fait suite à l'arrivée, chez les quadrilatères, du « cerf-volant » parmi les compétences exigibles des programmes de sixième<sup>(1)</sup>.

Il est vrai que tous les quadrilatères du programme n'ont pas la même aura, la même place dans le cours et dans le cœur des élèves. Carrés, rectangles, losanges et parallélogrammes sont des privilégiés, on les aime bien. Même si on le connaît, si on en parle ou si on le rencontre dans des exercices, le trapèze, tout comme son cousin le trapèze isocèle, est loin d'être aussi bien considéré... De fait sa définition complexe à deux conditions trouble au niveau collège. Quant au cerf-volant on n'en avait jamais parlé jusqu'à présent, il n'était guère un objet d'étude en France, on savait à peine qu'il existait, alors de là à faire partie de la famille... Mais le voilà qui apparaît soudain dans le programme de sixième.

---

(\*) Professeur au Collège Paul Bert, 78400 CHATOU

(1) BO n°4 du 9 septembre 2004 page 12.

Quel est donc ce trublion qui dérange, bouscule nos habitudes et que certains hésitent encore à adopter ?

Or, dans d'autres pays, comme en Allemagne ou aux États-Unis, le cerf-volant on le connaît, il est étudié dès les petites classes. Pourquoi cette différence ? La raison en est simple, chez nos voisins allemands par exemple, les programmes prévoient l'étude d'une classification des quadrilatères, parfois présentée comme « la maison des quadrilatères » (« das Haus der Vierecke »), ce qui n'est pas le cas chez nous, même si certains manuels l'abordent. On pourra consulter par exemple de Giuseppe Pintaudi, « La maison des quadrilatères une suggestion pour animer l'activité mathématique véritable »<sup>(2)</sup>.

Pour classer les quadrilatères, il faut un critère. Or une des classifications, celle qui domine dans nos deux pays France et Allemagne, est celle faite à partir des transformations. Dans le cas particulier des quadrilatères, il s'agit de la symétrie axiale, dont la réflexion (symétrie axiale orthogonale) est un cas particulier, et de la symétrie centrale. Rappelons que toute application affine involutive du plan est une symétrie, soit axiale, soit centrale.

On comprend alors que si l'on veut faire une classification des quadrilatères (convexes), il est nécessaire d'introduire non seulement le trapèze et le trapèze isocèle, mais encore le cerf-volant et le cerf-volant isocèle.

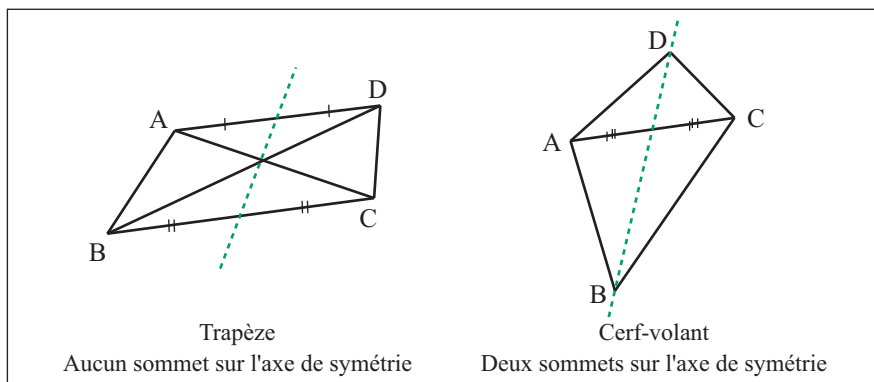
### Le cerf-volant et le cerf-volant isocèle

Si l'on classe les quadrilatères convexes en considérant leur invariance par une symétrie axiale non orthogonale, on trouve le trapèze et le cerf-volant, et par une symétrie centrale, on trouve le parallélogramme.

En effet, tout quadrilatère convexe globalement invariant par une symétrie axiale a :

- soit deux côtés parallèles, c'est un trapèze,
- soit une diagonale qui coupe l'autre en son milieu, c'est un cerf-volant.

Ces quadrilatères, qu'illustrent les figures ci-dessous, n'ont pas de centre de symétrie (sauf à se particulariser...) :



(2) article que l'on peut télécharger sur Internet :

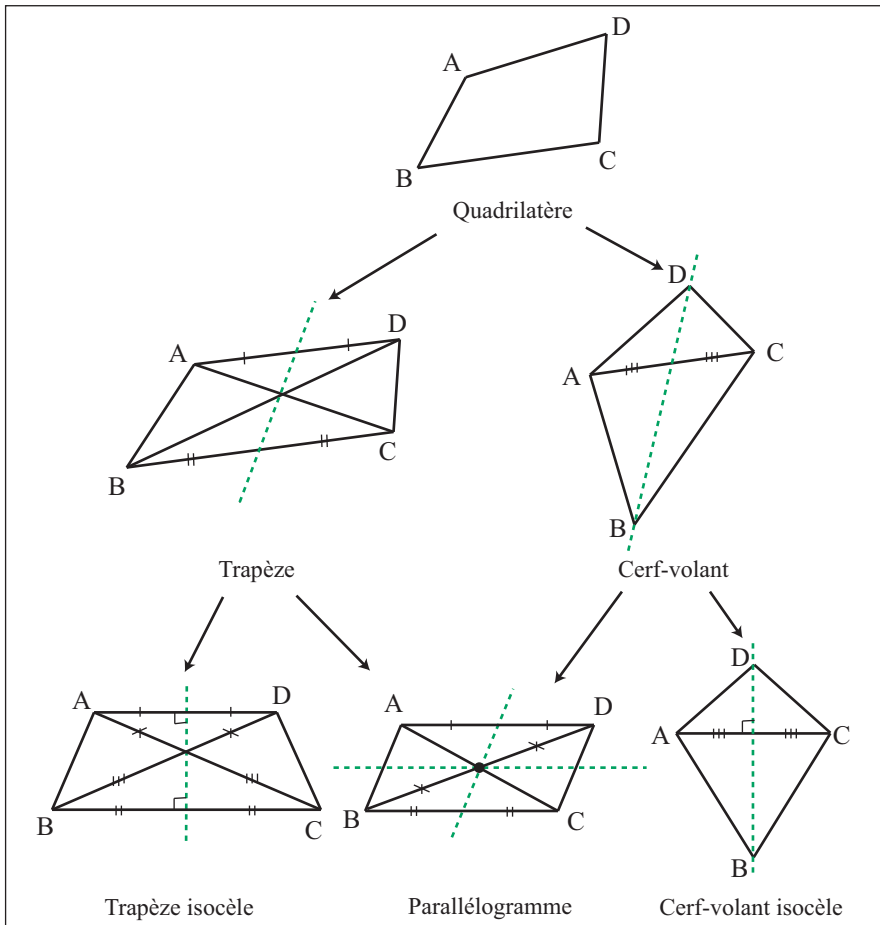
<http://www.mission-laique.com/pedagogie/pdf/math42/am42p17.pdf>.

Dans le cas particulier de la symétrie axiale qu'est la réflexion, tout quadrilatère convexe globalement invariant a :

- soit deux côtés parallèles et ses diagonales de la même longueur, c'est un trapèze isocèle,
- soit une diagonale qui coupe l'autre en son milieu et ses diagonales perpendiculaires, c'est un cerf-volant isocèle.

Enfin, tout trapèze ou cerf-volant globalement invariant par une symétrie centrale est un parallélogramme, il a à la fois ses côtés parallèles et ses diagonales qui se coupent en leur milieu.

Voici le schéma en résultant :



En résumé, il faut donc bien distinguer le cerf-volant « non isocèle », que les allemands disent « de guingois » (« schiefer Drachenviereck ») du cerf-volant isocèle (« Drachenviereck ») comme l'on distingue le trapèze du trapèze isocèle, la

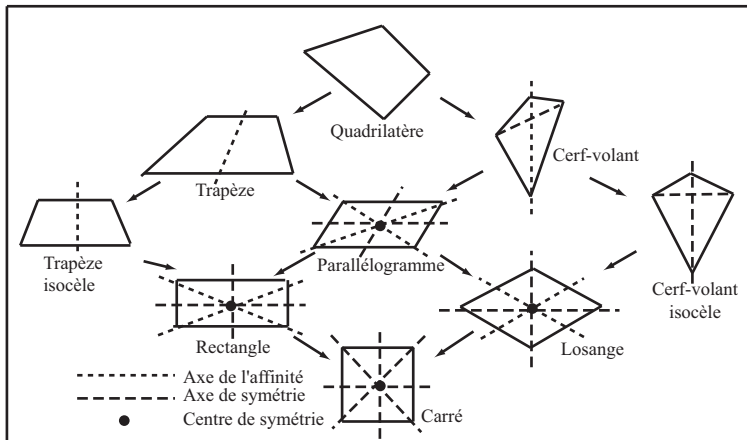
distinction relevant, pour chacun des quadrilatères isocèles en question, d'une propriété supplémentaire des diagonales. Un cerf-volant isocèle est un cerf-volant qui a ses diagonales perpendiculaires ; un trapèze isocèle est un trapèze qui a ses diagonales de la même longueur.

Il est intéressant de noter que ces diagonales ne sont autres que les côtés des quadrilatères croisés exclus de la famille des cerfs-volants et de celle des trapèzes en général, la classification ne concernant que les quadrilatères convexes (non croisés pour un collégien).

Par ailleurs, la définition d'un cerf-volant isocèle peut s'énoncer directement avec des formulations comme « un quadrilatère est un cerf-volant isocèle, s'il admet une de ses diagonales pour axe de symétrie » ou bien « un quadrilatère est un cerf-volant isocèle, si une diagonale est médiatrice de l'autre diagonale ».

### Quelques observations pour finir

Le schéma ci-dessous de classification des quadrilatères convexes, repris de l'Atlas des Mathématiques de F. Reinhardt et H. Soeder permet d'illustrer fort bien ce propos, en complétant pour le cerf-volant ce qui avait été écrit pour le trapèze en 1999.



Classification des quadrilatères

En effet on peut y observer que :

- la relation représentée par chacune des trois flèches faisant passer respectivement du Trapèze au Trapèze isocèle, du Parallélogramme au Rectangle ou du Losange au Carré peut s'exprimer par :

« un ....., qui a des diagonales de même longueur est un ..... »,

autrement dit :

- Un Trapèze, qui a des diagonales de même longueur, est un Trapèze isocèle ;
- Un Parallélogramme, qui a des diagonales de même longueur est un Rectangle ;
- Un Losange, qui a des diagonales de même longueur, est un Carré.

- la relation représentée par chacune des trois flèches faisant passer respectivement du Cerf-volant au Cerf-volant isocèle, du Parallélogramme au Losange ou du Rectangle au Carré peut s'exprimer par :
  - « un ....., qui a des diagonales perpendiculaires est un ..... »,autrement dit :
  - Un Cerf-volant, qui a des diagonales perpendiculaires, est un Cerf-volant isocèle ;
  - Un Parallélogramme, qui a des diagonales perpendiculaires est un Losange ;
  - Un Rectangle, qui a des diagonales perpendiculaires, est un Carré.

### Conclusion

Proposer une classification des quadrilatères convexes comme compétence exigible pour le cycle central du collège, aurait plusieurs avantages :

- clarifier *a posteriori* l'introduction du cerf-volant (isocèle ou non) dans le programme de sixième de 2005,
- permettre aux élèves de structurer leurs connaissances,
- justifier de l'importance des propriétés des quadrilatères convexes,
- pouvoir réinvestir avec pertinence le cerf-volant (isocèle ou non) dans les autres classes,
- harmoniser les programmes avec nos voisins européens.

Pour conclure, en attendant en France une évolution des programmes dans ce sens, il importe d'être précis et rigoureux et de distinguer un cerf-volant quelconque d'un cerf-volant isocèle. Ils sont deux, le second étant un cas particulier du premier, chacun ayant une place bien déterminée dans « la maison des quadrilatères convexes ». Sachons faire la différence.

### Références

- GERALD N. (1999), De la définition du trapèze, Bulletin de l'APMEP n° 422.
- HERMES R., ROTH K., SCHREINER L.(2006), Einfach Klasse in Mathematik. 7. Klasse. Wissen-Üben-Testen, Dudenverlag.
- PERRIN-GLORIAN M.J. (1998), Comment définir un trapèze isocèle, Bulletin de l'APMEP n° 419.
- PINTAUDI G. (1999), « La maison des quadrilatères – une suggestion pour animer l'activité mathématique véritable ». L'OUVERT n° 96, Journal de la régionale APMEP d'Alsace et de l'IREM de Strasbourg.
- REINHARDT F. et SOEDER H. (1997) Atlas des Mathématiques, traduction française, revue et augmentée, dirigée par Cuenat J. et Dablanc J., Encyclopédies d'Aujourd'hui, La Pochothèque, Le Livre de Poche.
- TURNAU S. (2000), Sur la définition d'un trapèze isocèle, Bulletin de l'APMEP n° 422.