

L'évaluation des compétences mathématiques dans l'enseignement secondaire obligatoire en Espagne

Richard Cabassut

Les textes officiels français⁽¹⁾ précisent que « *La définition du socle commun prend [...] appui sur la proposition de recommandation du Parlement européen et du Conseil de l'Union européenne en matière de " compétences-clés pour l'éducation et l'apprentissage tout au long de la vie " . Elle se réfère [...] aux évaluations internationales, notamment au Programme international pour le suivi des acquis des élèves (PISA) qui propose une mesure comparée des connaissances et des compétences nécessaires tout au long de la vie* ». Effectivement se mettent en place dans différents pays d'Europe des dispositifs présentant des analogies avec le socle commun français : les huit compétences mathématiques au Danemark en 2002 avec le programme KOM piloté par Mogens Niss qui inspirera et animera PISA, les « *Bildungsstandards* » en Bade-Wurtemberg en 2004 et en Autriche en 2006, les « *functionnal skills* » en Angleterre expérimentés à partir de 2007, les « *enseñanzas mínimas y competencias básicas* » en Espagne dans la réforme de l'ESO de 2006, ... Nous allons étudier plus en détail ce dernier dispositif pour nous permettre de prendre de la distance par rapport à la mise en place du socle commun en France et mieux le questionner, notamment quant à son évaluation.

1. Les « enseignements minimaux » en Andalousie

1.1 Décentralisation du système éducatif

Depuis l'adoption de la nouvelle constitution de 1978, le système éducatif a opéré un transfert des fonctions, des services et des ressources de l'État Central aux Communautés Autonomes, qui peuvent avoir en plus du castillan une autre langue officielle d'enseignement (comme par exemple le catalan en Catalogne). Cette décentralisation répartit les compétences entre l'État Central, les Communautés Autonomes, les administrations locales et les établissements scolaires. Des décrets royaux peuvent harmoniser les systèmes de chaque Communauté Autonome. Nous allons nous limiter à l'exemple de la Communauté Autonome d'Andalousie.

La scolarité obligatoire, de 6 à 16 ans, débute à l'école primaire pendant 6 ans, des classes 1 à 6. Elle se poursuit 4 ans à l'école secondaire, des classes 1 à 4. L'école secondaire non obligatoire, après 16 ans, est composée des classes 1 et 2.

(*) (*) Régionale de Strasbourg. apmep.cabassut@laposte.net

(1) B.O. n° 29 (20 juillet 2006), p. III.

1.2 Un cadrage national des enseignements minimaux

Le décret royal du 29 décembre 2006 fixe un cadre commun à toutes les Communautés pour les enseignements minimaux de l'éducation secondaire obligatoire dans les termes suivants.

Les enseignements minimaux sont les aspects de base du curriculum référés aux objectifs, aux compétences de base, aux contenus et aux critères d'évaluation. L'objectif du décret royal est d'établir les enseignements minimaux de l'éducation secondaire obligatoire.

La finalité des enseignements minimaux est d'assurer une formation commune à tous les élèves du système éducatif dans le système scolaire espagnol et de garantir la validation des diplômes correspondants.

65% de l'horaire doit être alloué au curriculum minimal [55% dans les régions où existe une seconde langue officielle, comme par exemple la Catalogne]. Le reste est attribué au projet éducatif des établissements scolaires.

À partir de la troisième année, il y a une possibilité de diversification pour permettre à chaque élève d'atteindre les objectifs et d'obtenir le titre de diplômé de l'enseignement secondaire obligatoire.

Les programmes de l'éducation professionnelle sont destinés aux élèves qui n'ont pas obtenu ce diplôme ; ils leur offrent la possibilité de l'obtenir par une préparation spéciale.

De même sont établis les principes d'une préparation spéciale à ce diplôme destinée aux adultes.

À la fin de la deuxième année, une évaluation diagnostique à valeur formative et d'orientation permet à chaque élève de déterminer les moyens adéquats d'amélioration pour achever son éducation secondaire obligatoire.

1.3 Place des mathématiques dans l'enseignement secondaire obligatoire (12 à 16 ans)

Les matières obligatoires au cours des trois premières années sont : sciences naturelles ; sciences sociales ; histoire et géographie ; éducation physique et sportive ; espagnol et littérature (et éventuellement langue régionale officielle) ; langue étrangère ; mathématiques. S'y ajoutent au plus deux matières supplémentaires parmi : éducation à la citoyenneté et aux droits de l'homme ; éducation plastique et visuelle ; musique ; technologie.

Pour la quatrième année sont obligatoires : sciences sociales ; histoire et géographie ; éducation éthique et civique ; espagnol et littérature (et éventuellement langue régionale officielle) ; première langue étrangère ; mathématiques. Trois matières supplémentaires sont à choisir parmi : biologie et chimie ; éducation plastique et visuelle ; physique et chimie ; latin.

En mathématiques il y a un cours unique lors des trois premières années et une différenciation en quatrième année entre un cours propédeutique à la poursuite d'études mathématiques et un cours terminal. L'horaire mathématique est environ 20% de l'horaire total, soit 280 heures pour les trois premières années et 105 heures pour la quatrième.

1.4 L'évaluation de la responsabilité de chaque professeur

Dans l'établissement scolaire, l'évaluation est de la responsabilité des professeurs (contrôle continu et/ou tests de fin d'année en juin, éventuellement dans certaines écoles rattrapage en septembre).

L'évaluation de l'élève est continue. Elle est différenciée suivant les matières choisies mais les mathématiques sont obligatoires, donc toujours évaluées.

À partir de la troisième année, les établissements scolaires peuvent organiser des programmes curriculaires diversifiés adaptés aux besoins de certains élèves.

Le passage en classe supérieure n'est pas possible si l'évaluation est négative dans au moins trois matières. Le droit au redoublement existe jusqu'à l'âge de 18 ans.

À la fin de l'enseignement secondaire obligatoire, le diplôme de l'enseignement secondaire obligatoire est attribué par un conseil de professeurs.

1.5 La compétence mathématique en Espagne

Il semble intéressant de comparer la compétence mathématique définie en France pour le socle commun avec celle définie dans le décret royal précité en les termes suivants. La compétence mathématique consiste en l'aptitude à utiliser et à mettre en rapport les nombres, leurs opérations de base, les symboles et les formes d'expression et de raisonnement mathématique, tant pour produire et interpréter différents types d'information, que pour étendre la connaissance sur les aspects quantitatifs et spatiaux de la réalité, et pour résoudre des problèmes en rapport avec la vie quotidienne et avec le monde du travail.

Fait partie de la compétence mathématique l'aptitude à interpréter et à exprimer avec clarté et précision des informations, des données et des argumentations, qui augmente la possibilité réelle de continuer à apprendre tout au long de la vie, tant dans le cadre scolaire ou académique comme en dehors, et favorise une réelle participation réelle à la vie sociale.

De même cette compétence implique la connaissance et le maniement des éléments mathématiques de base (différents types de nombres, mesures, symboles, éléments géométriques, etc.) dans des situations réelles ou simulées de la vie quotidienne, et la mise en pratique de processus de raisonnement qui aboutissent à la résolution des problèmes ou à l'obtention d'information. Ces processus permettent d'appliquer cette information à une plus grande variété de situations et de contextes, de suivre des chaînes d'argumentation en identifiant les idées fondamentales, et d'estimer et de juger la logique et la validité des argumentations et informations. Par conséquent, la compétence mathématique suppose l'aptitude à suivre certains processus déterminés de pensée (comme, entre autres, l'induction et la déduction) et à appliquer quelques algorithmes de calcul ou des éléments de logique, ce qui conduit à identifier la validité des raisonnements et à évaluer le degré de certitude associé aux résultats dérivés des raisonnements valables.

La compétence mathématique induit une disposition favorable et une sécurité et une confiance progressives envers l'information et les situations (problèmes, inconnues, etc.) comportant des éléments ou des supports mathématiques, ainsi que leur utilisation quand la situation l'indiquera, basée sur le respect et le goût de la certitude ainsi que sur la recherche de celle-ci à travers le raisonnement.

Cette compétence apporte réalité et sens à l'utilisation des éléments et des raisonnements mathématiques pour faire face aux situations quotidiennes qui la nécessitent. Par conséquent, l'identification de telles situations, l'application de stratégies de résolution de problèmes et le choix de techniques adéquates pour calculer, représenter et interpréter la réalité à partir de l'information disponible en font partie. Pour cette raison, son développement dans l'enseignement obligatoire sera atteint dans la mesure où les connaissances mathématiques sont appliquées de manière spontanée à une grande variété de situations provenant d'autres domaines de connaissance et de la vie quotidienne. Le développement de la compétence mathématique à la fin de l'éducation obligatoire implique d'utiliser spontanément – dans les domaines personnel et social – les éléments et les raisonnements mathématiques pour interpréter et produire de l'information, pour résoudre des problèmes provenant de situations quotidiennes et pour prendre des décisions. En définitive, cela suppose d'appliquer des aptitudes et attitudes permettant de raisonner mathématiquement, de comprendre une argumentation mathématique, de s'exprimer et de communiquer dans le langage mathématique, en utilisant pour cela les outils adéquats, et en intégrant la connaissance mathématique à d'autres types de connaissance pour fournir une meilleure réponse aux situations de la vie de différents niveaux de complexité.

1.6 Critères d'évaluations

Après les blocs de programmes un certain nombre de critères d'évaluations sont explicités pour chaque année.

Nous en donnons à titre d'exemple quelques-uns relatifs à la deuxième année.

Critères d'évaluation

1. *Utiliser des nombres entiers, des fractions, des décimaux et des pourcentages simples, leurs opérations et leurs propriétés, pour rassembler, transformer et échanger l'information et résoudre des problèmes en rapport avec la vie quotidienne. Il s'agit d'évaluer la capacité à identifier et à employer les nombres et les opérations en étant conscient de leur signification et de leurs propriétés, à choisir la forme de calcul appropriée (mental, écrit ou à la calculatrice) et à juger de la cohérence et de la précision des résultats obtenus. En ce qui concerne les opérations auxquelles se réfère ce critère, il convient d'y inclure les puissances d'exposant naturel. Il est d'une importance particulière d'évaluer l'utilisation de différentes stratégies permettant de simplifier le calcul avec des fractions, décimaux et pourcentages, ainsi que l'aptitude à appliquer ces calculs à une vaste variété de contextes.*

2. *Identifier des relations de proportionnalité numérique et géométrique et les utiliser pour résoudre des problèmes dans des situations de la vie quotidienne. Il s'agit de vérifier la capacité d'identifier, dans différents contextes, une relation de proportionnalité entre deux grandeurs. De même, il s'agit d'évaluer la capacité à mettre en œuvre différentes stratégies (utilisation de tableaux, obtention et utilisation de la constante de proportionnalité, réduction à l'unité, etc.) pour obtenir des éléments inconnus dans un problème à partir d'autres connaissances, dans des situations de la vie réelle où il existe des relations de proportionnalité.*

(...)

7. Utiliser des stratégies et des techniques de résolution de problèmes, comme l'analyse de l'énoncé, essai et ajustement, la division du problème en sous-problèmes, ainsi que la vérification de la cohérence de la solution obtenue, et exprimer, en utilisant un langage mathématique adapté à ce niveau, la procédure qui a été suivie dans la résolution. Ce critère permet d'évaluer la façon de faire face à des tâches de résolution de problèmes pour lesquels on ne dispose pas d'une procédure standard permettant d'obtenir la solution. Ceci va de la compréhension de l'énoncé à partir de l'analyse de chacune des parties du texte et de l'identification des éléments les plus significatifs, jusqu'à l'application de stratégies de résolution, ainsi qu'à l'habitude et à l'aptitude nécessaires pour vérifier la correction de la solution et sa cohérence avec le problème posé. Il s'agit de même d'évaluer la persévérance dans la recherche de solutions et la confiance en ses capacités pour l'obtenir, ainsi que la capacité à transmettre, avec un langage suffisamment précis, les idées et les processus personnels développés, de façon à se faire comprendre et à être compris de ses camarades.

1.7 Sujets d'évaluations diagnostiques communs à toute l'Andalousie

En mathématiques, il existe deux évaluations avec le même sujet pour toute l'Andalousie : une au milieu de l'enseignement primaire (de 6 à 12 ans), et une au milieu de l'enseignement secondaire obligatoire (de 12 à 16 ans). L'évaluation régionale dans le secondaire se situe en général au début de la troisième année. Pour l'élève, elle est diagnostique et formative (mise en place de soutien, aide à l'apprentissage, ...); elle aide à l'orientation de l'élève; elle permet enfin d'avoir une vue systémique de l'enseignement des mathématiques à ce niveau.

Voici deux extraits du sujet d'évaluation diagnostique d'octobre 2006.

1.7.1 Les nombres

Situation-problème : chez le marchand de fruits

Question 1 :

La mère des frères Jean et Antoine leur demande d'effectuer les achats suivants chez le marchand de fruits et légumes:

- 1/2 kg de carottes à 0,70 /kg,*
- 1/4 kg de piments à 2,20 /kg,*
- 1kg et 1/2 d'oranges à 0,80*
- 1 kg et 3/4 de pommes à 1,40 kg.*

Quel est le poids total des produits achetés? Explique comment tu obtiens le résultat.

		<i>Question 1</i>
<i>Compétence</i>		<i>Organiser, comprendre et interpréter l'information.</i>
<i>Élément de compétence</i>		<i>Identifier le sens de l'information numérique et symbolique.</i>
<i>Contenu</i>		<i>Nombre et mesure.</i>
<i>Barème</i>	2	<p><i>La réponse correcte est 4 kg.</i></p> <p><i>Elle s'obtient au moyen de la somme de toutes les quantités données.</i></p> <p><i>On peut obtenir la somme des fractions $1/2 + 1/4 + 1/2 + 3/4 = 8/4 = 2$ et ajouter à ce résultat les 2 kg restant.</i></p> <p><i>On peut exprimer les fractions en nombres décimaux et les additionner : $0,5 + 0,25 + 1,5 + 1,75 = 4$.</i></p>
	1	<p><i>On donne la réponse correcte sans argumentation.</i></p> <p><i>On n'indique pas les unités.</i></p>
	0	<i>Toute autre réponse.</i>

Question 2 :

La mère pense qu'on a dépensé davantage pour les fruits que pour les légumes. A-t-elle raison? Expliquer.

		<i>Question 2</i>
<i>Compétence</i>		<i>Exprimer.</i>
<i>Élément de compétence</i>		<i>Justifier les résultats exprimés en exprimant des arguments sur une base mathématique.</i>
<i>Contenu</i>		<i>Nombre et mesure.</i>
<i>Barème</i>	2	<p><i>La réponse correcte est qu'elle a raison parce que le coût des fruits est</i></p> <p><i>$1,5 \text{ kg} \times 0,8 \text{ €/kg} + 1,75 \times 1,4 \text{ €/kg} = 3,65 \text{ €}$</i></p> <p><i>tandis que le coût des légumes est :</i></p> <p><i>$0,5 \times 0,7 \text{ €/kg} + 0,25 \times 2,2 \text{ €/kg} = 0,9 \text{ €}$.</i></p> <p><i>Il n'est pas nécessaire que les opérations figurent sous la forme ci-dessus, mais il est suffisant qu'apparaissent les calculs précédents.</i></p>
	1	<p><i>On répond qu'elle a raison mais on évoque une argumentation pauvre qui ne repose pas sur les opérations qui doivent être effectuées.</i></p>
	0	<i>Toute autre réponse.</i>

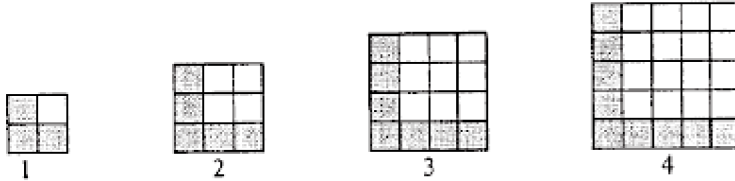
1.7.2 Géométrie

Situation-problème : L en construction

Question 7 :

Dans les dessins suivants on montre la construction des quatre premières figures d'une

suite utilisant des carreaux noirs.



Considérons la question suivante : Combien de carreaux noirs faut-il pour dessiner la pièce qui occupe la place 100 ?

Pour répondre, on pourra commencer de différentes manières.

Une première manière serait :

Chaque branche du L contient 100 carreaux noirs et on ajoute celui du coin.

Une deuxième manière serait :

Une branche contient 100 carreaux noir et l'autre 101, soit un total de ...

Une troisième manière serait :

La figure s'obtient en enlevant à un carré de 101 carreaux de côté un carré de côté 100 ...

Lis attentivement chacune des réponses précédentes et signale celle qui te paraît la plus simple, en expliquant pourquoi et en complétant pour terminer de répondre à la question sur le nombre de carreaux noirs nécessaire pour dessiner la pièce qui occupe la place 100.

Question 7	
Compétence	Poser et résoudre des problèmes.
Élément de compétence	Apprécier la pertinence de différentes façons de résoudre des problèmes avec une base mathématique.
Contenu	Géométrie
Barème	2 La réponse est 201 parce que : – si on choisit la première manière : $2 \times 100 + 1 = 201$; – si on choisit la deuxième manière : une branche a 100 carreaux et l'autre 101 soit un total de $100 + 101 = 201$; – si on choisit la troisième manière : la figure s'obtient en enlevant à un carré de côté 101 un carré de côté 100 : $101^2 - 100^2 = 10\,201 - 10\,000 = 201$. On peut indiquer qu'aucune des manières n'est meilleure qu'une autre. Il faut argumenter si l'une paraît plus simple ; si on utilise le sens commun on considèrera la réponse comme valable
	1 Donne la réponse 201 en justifiant exclusivement la manière choisie pour calculer. Donne une réponse incorrecte, mais l'argumentation est valide.
	0 Toute autre réponse.

Commentaires :

On observe que l'évaluation ne se fait pas sur la seule base de la correction des traitements ou la seule validité des raisonnements, mais qu'elle prend en compte des compétences plus larges. L'un des exercices fait appel à une situation de la vie quotidienne et effectivement, sur les 17 questions de cette évaluation, 14 concernent des situations en lien avec la réalité, ce qui n'est pas sans rappeler les situations de l'enquête PISA.

2. Questions

On voit illustré à travers le cas espagnol qui vient d'être exposé et le cas français une variété de situations dans la mise en place de ces compétences communes : dans des contextes variés, soit avec une différenciation précoce (comme en Bade-Wurtemberg) ou tardive comme en France, une décentralisation importante en Espagne ou faible en France, avec des variétés des conceptions de ce qui est commun et des différences dans l'évaluation de ces compétences : évaluations locales organisées par les professeurs ou évaluations communes organisées par une autorité, évaluations pour former, pour orienter, pour certifier, différence dans les choix des moments de l'évaluation.

Pourtant il apparaît des éléments communs : les mathématiques sont toujours présentes dans ces compétences communes et elles sont évaluées ; les évaluations visent à porter une attention particulière aux élèves en difficulté ; le souci de l'efficacité du système éducatif et le souci d'une formation de base utile pour la vie quotidienne, professionnelle et citoyenne apparaissent dans la formulation des compétences et dans leurs évaluations.

Certaines mises en garde se font entendre : « *L'École peut prendre l'allure d'une salle des marchés où, loin des trop longs détours de la connaissance " théorique ", on gère fiévreusement un " portefeuille des compétences " qu'il convient d'actualiser rapidement pour répondre aux demandes des différents marchés sur lesquels l'individu est censé réaliser sa valeur* » [Chevallard 2002, p. 54-55]

Il restera donc, après avoir mis en place et observé ces différents dispositifs, à les aménager ou à les réformer en fonction des évaluations.

Annexe

Programmes de mathématiques

Nous donnons les extraits suivants du programme de mathématiques du cours de seconde année (rappelons que l'enseignement secondaire obligatoire comporte quatre années). Ces extraits ont été choisis pour être mis en correspondance avec les exemples d'extraits de sujets d'évaluations de début de Troisième année. Le programme est constitué de cinq « blocs » : contenus communs, nombres, algèbre, géométrie, fonctions et graphiques, statistiques et probabilités.

Nous avons choisi des extraits relatifs au bloc des nombres et au bloc de la géométrie.

Nombres*Première année*

Nombres. Divisibilité des nombres naturels. Multiples et diviseurs communs à plusieurs nombres. Applications de la divisibilité à la résolution de problèmes associés à des situations quotidiennes. Nécessité des nombres négatifs pour exprimer des états et des changements. Reconnaissance et conceptualisation dans des contextes réels. Signification et utilisation des opérations avec des nombres entiers. Utilisation de la hiérarchie et des propriétés des opérations et des règles d'utilisation des parenthèses dans des calculs simples. Fractions et décimaux dans des environnements quotidiens. Différentes significations et utilisations des fractions. Opérations avec les fractions : addition, soustraction, produit et quotient. Nombres décimaux. Relations entre fractions et décimaux. Élaboration et utilisation de stratégies personnelles pour le calcul mental, pour le calcul approché et avec la calculatrice. Rapport et proportion. Identification et utilisation, dans des situations de la vie quotidienne, de grandeurs directement proportionnelles. Application à la résolution de problèmes dans lesquels intervient la proportionnalité directe. Pourcentages pour exprimer des compositions ou des variations. Calcul mental et écrit avec des pourcentages habituels.

Deuxième année

Nombres. Puissances de nombres entiers avec exposant naturel. Opérations sur les puissances. Utilisation de la notation scientifique pour représenter des grands nombres. Carrés parfaits. Racines carrées. Estimation et obtention de racines approchées. Relations entre fractions, décimaux et pourcentages. Utilisation de ces relations pour élaborer des stratégies de calcul pratique sur les pourcentages. De même, utilisation pour le calcul mental, écrit ou avec calculatrice, de stratégies de comptage ou d'estimation des quantités de manière cohérente avec la précision requise par le résultat ou par la nature des données. Proportionnalité directe et inverse. Analyse de tableaux. Coefficient de proportionnalité. Augmentations et diminutions en pourcentage. Résolution de problèmes en rapport avec la vie quotidienne dans lesquels apparaissent des relations de proportionnalité directe ou inverse.

Géométrie*Première année*

Éléments de base pour la description des figures géométriques du plan. Utilisation de la terminologie adéquate pour décrire avec précision des situations, formes, propriétés et configurations du monde physique. Analyse des relations et des propriétés de figures planes : parallélisme et perpendicularité. Emploi de méthodes inductives et déductives pour analyser des relations et des propriétés dans le plan. Constructions géométriques simples : médiatrice, bissectrice. Classification des triangles et des quadrilatères à partir de différents critères. Étude de quelques propriétés et de relations dans ces polygones. Polygones réguliers. Circonférence et cercle. Construction de polygones réguliers avec les instruments de dessin habituels. Mesure et calcul d'angles dans des figures planes. Estimation et calcul de périmètres de figures. Estimation et calcul d'aires par des formules, la triangulation et la quadrangulation. Symétrie de figures planes. Repérage de la symétrie dans la nature et dans les constructions. Emploi d'outils informatiques pour construire, simuler et faire des recherches sur des relations entre des éléments géométriques.

Deuxième année

Figures de même forme et de tailles différentes. La similitude. Proportionnalité de segments. Identification de relations de similitude. Agrandissement et réduction de figures. Obtention, quand ce sera possible, de l'échelle utilisée. Rapport entre les aires de figures semblables. Utilisation des théorèmes de Thalès et de Pythagore pour obtenir des mesures et vérifier des relations entre des figures. Polyèdres et solides de révolution. Développements plans et éléments caractéristiques. Classification relative à différents critères. Utilisation de propriétés, de régularités et de relations pour résoudre des problèmes du monde physique. Volumes de solides géométriques. Résolution de problèmes impliquant l'estimation et le calcul de longueurs, d'aires et de volumes. Utilisation de procédures comme la composition, la décomposition, l'intersection, la troncature, la dualité, le mouvement, la déformation ou le développement de polyèdres pour les analyser ou en obtenir d'autres.

Références

Chevallard, Y. 2002. Organiser l'étude 3. Écologie & régulation. In : Dorier, J.-L. et al. (éds). *Actes de la 11e école de didactique des mathématiques*. La Pensée Sauvage, Grenoble.

Décret royal du 29 décembre 2006 organisant les enseignements minimaux dans l'éducation secondaire. Téléchargeable le 26/01/08 sur :

<http://www.mec.es/mecd/gabipren/documentos/files/desarrollo-loe-rdl-eso.pdf>

Épreuve d'évaluation diagnostique de milieu de scolarité secondaire :

<http://www.adelat.org/media/docum/prueba.pdf>