

Compter les moutons ... pour réveiller l'intérêt des élèves !

Des activités mathématiques pour la classe sur
<http://activmaths.free.fr/>

Alexandre Carret(*)

Présentation du projet pédagogique du site

Professeur de mathématiques en collège, je recherche en permanence cet instant magique où l'enfant interroge le monde. S'il le fait continuellement dans la vie, il est plus rare de voir émerger ces questions dans le temps limité d'une heure de cours et dans l'espace limité d'un programme disciplinaire précis.

J'essaie donc de multiplier les situations qui ouvrent le plus large champ de questionnement possible, avec la contrainte que certains de ces chemins nous amènent vers un ou plusieurs points du programme de mathématiques.

C'est le premier objectif du site que je construis actuellement : *proposer une banque de situations en lien avec le programme du Collège.*

Ces situations peuvent être regroupées sous le terme d'*activités* au sens où *elles rendent l'élève acteur de leur cheminement.* C'est un exercice un peu risqué, car le chemin emprunté peut très bien dévier de l'objectif initial et le professeur doit juger en temps réel de la pertinence d'une proposition : il doit, en quelques secondes, choisir de donner une suite au champ de questionnement ouvert par un élève ou bien le fermer pour conduire le débat vers un autre objectif.

C'est pourquoi j'ai voulu, sur mon site, décrire le déroulement des séances pendant lesquelles j'ai présenté ces activités. J'y rapporte la discussion et l'activité de la classe ainsi que mes choix dans l'orientation de la séance. Il m'arrive souvent, en prenant ce recul, de m'interroger sur la pertinence de ces choix et d'envisager d'autres scénarios possibles.

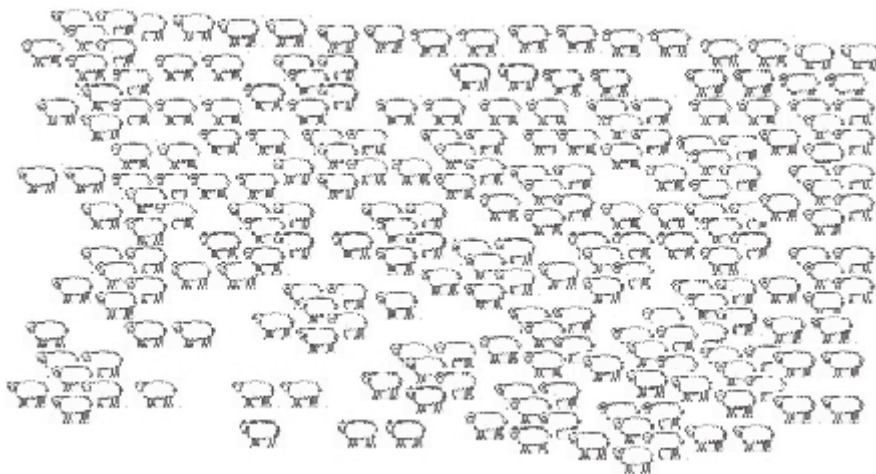
En somme, j'aimerais que ce site fasse le tour d'horizon des chemins possibles autour de l'activité de départ afin d'y être préparé à l'avance et de pouvoir réagir au mieux à une proposition d'élève.

Cela peut amener à modifier considérablement l'activité de départ ou à en proposer plusieurs formes dans le même article pour qu'elles ouvrent ou ferment certains chemins. Cela peut également amener à préparer d'autres activités ou exercices dans le cartable à proposer ou non selon la tournure de la discussion.

Voici, par exemple, une activité que j'ai proposée à mes élèves de Sixième :

(*) Professeur au Collège Perrot d'Ablancourt à Châlons-en-Champagne.

Afin de résumer rapidement l'histoire des nombres, j'ai mis mes élèves dans la situation des premiers bergers cherchant à quantifier leur troupeau. J'ai distribué le dessin suivant avec la consigne de compter les moutons :



Ensuite, sous la forme d'un commentaire à l'article, j'ai décrit la séance :

Au bout de quelques minutes, je me suis dirigé vers la porte, j'ai jeté un coup d'œil dans le couloir, puis j'ai brisé le silence de la classe en annonçant une visite du Principal et leur ai demandé de se lever.

J'ai, à nouveau, regardé dans le couloir, puis j'ai avoué que je venais d'inventer cette histoire de Principal pour perturber leur compte...

Combien d'entre vous doivent recommencer depuis le début ? À peu près la moitié de la classe.

Il était donc intéressant d'étudier l'organisation de ceux qui pouvaient reprendre leur compte comme s'il n'y avait pas eu d'interruption :

Le premier interrogé avait coché les moutons et noté le compte intermédiaire juste avant de se lever pour accueillir monsieur le Principal.

Les bergers cochaient-ils les moutons ?

Probablement. Et aujourd'hui, on les marque au fer rouge, d'où l'origine du mot marque (vingt secondes de réflexion sur la pub et ses dérives, je sais, je ne suis pas loin du fascisme).

Le deuxième avait fait des paquets de dix moutons. Sans recommencer depuis le début, il pouvait simplement recompter ses paquets.

Pourquoi DIX ?

- Parce que c'est un nombre rond.
- Qu'est-ce qu'un nombre « rond » ?
- 10

- Dans notre système décimal, ce nombre est « rond » mais justement parce qu'on a choisi de faire des paquets de dix. Ce qui n'a pas été partout le cas. Certains comptaient en faisant des paquets de vingt, d'autres de soixante et beaucoup avaient choisi dix. Mais pourquoi dix ?
- Parce que c'est facile à additionner, regardez, on met les 10 en colonne et ?
- À condition que dix s'écrive 10, ce qui vient du fait que l'on a choisi de regrouper par dix. Mais pourquoi dix ?

La discussion a tourné un peu en rond sur ce thème-là...

- Pourquoi dix ?
- Ben, c'est le hasard.

Là, on avance. Et puisque le hasard n'est que la somme de nos ignorances, continuons.

- Effectivement, cela pourrait être le fait du hasard ou plutôt d'une convention entre mathématiciens décidant qu'à travers le monde tout le monde ferait des paquets de dix pour compter. Cela a l'immense avantage qu'en voyageant, on retrouve dans tous les pays la même idée pour compter. C'est ce qu'il s'est passé quand les scientifiques du monde entier ont décidé de définir le mètre, unité de longueur uniforme à travers le monde. Et c'est à peu près comme cela que ça s'est passé. Excepté le fait que dix n'est pas exactement le fruit du hasard. Alors pourquoi dix ?

Euh ??????????

- Que fait un enfant quand il compte ?
- Il compte sur ses doigts.
- Alors ??
- Ah oui !!!! le nombre de doigts. Et quand on veut montrer trente-deux par exemple, on ouvre très vite trois fois les deux mains et ensuite, on montre deux doigts.
- Exact !
- Et ceux qui comptaient par vingt, c'est parce qu'ils rajoutaient les doigts de pieds ?
- Exactement !
- Mais pourquoi soixante ?

Je leur ai montré le comptage des phalanges d'une main par le pouce tandis que les doigts de l'autre main comptaient les douzaines (voyez les beaux dessins sur la page du collège Camus de Soufflenheim) Nous avons joué rapidement à montrer des nombres avec les doigts.

Mais revenons à nos moutons : pour compter, il faut reconnaître que chacun est un, distinct et pourtant interchangeable.

Imaginons une tomate cerise et une tomate coeur-de-boeuf dans un panier.

Est-il intéressant de dire qu'il y a deux tomates dans le panier ? Est-il juste que je mange la coeur-de-boeuf et que l'autre mange la tomate cerise ?

De même, tous les moutons sont uniques et différents des autres et pourtant, selon

certains critères, ils sont chacun une unité d'un tout.

Euclide définit ainsi l'unité :

Définition 1 du livre VII :

« L'unité est ce selon quoi chacune des choses existantes est dite une. »

Et puisqu'on choisit de réduire les moutons à leur nature commune, il devient naturel de les compter et même, suprême évolution, de représenter UN mouton par UNE entaille dans un os.

Dans le dessin ci-dessus, il y a  moutons.

La définition 2 du livre VII des Éléments d'Euclide est :

« Un nombre est un assemblage composé d'unités. »

Voilà pour une rapide histoire de la naissance des nombres.

Évidemment, on constate que cette écriture n'est pas des plus agréables à lire et revoilà nos paquets de dix sous la forme d'une anse de panier égyptienne, puis de cent sous la forme d'un rouleau de papyrus.

- Mais pourquoi cent ?

Aucune hésitation.

- Dix paquets de dix.

Ainsi était lancé le début du chapitre N1 (il faut avoir la police Pharaoh glyph pour lire correctement le document).

Un internaute mésopotamien anonyme a pointé, par la suite, une réponse un peu légère de ma part :

Pourquoi soixante

jeudi 25 septembre 2008

par Un mésopotamien anonyme

Dire que compter « par paquets de soixante » vient du comptage sur les phalanges est sûrement un erreur. Ce comptage est une technique qui est venue après.

Quel est le plus petit nombre à la fois divisible par tous les nombres « simples » (i.e. : 2, 3, 4 et 5, sur une main) ?

C'est-à-dire : quelle base (ou « paquet ») choisir pour que les divisions usuelles « tombent juste » ?

Cette question peut être posée aux élèves. Ensuite, on pourra faire le lien avec 360° (quel tour est important et divisible par 60 ? non, ce n'est pas le Tour de France).

J'ai laissé la discussion ouverte car je ne trouve pas beaucoup d'éléments sur le sujet, mais un collègue doit me prêter un gros livre là-dessus.

Un autre internaute a proposé également un complément à la discussion :

Compter les moutons
vendredi 26 septembre 2008
par Noël Debarle.

À la question « Les bergers cochaient ils les moutons ? », il peut être intéressant de parler de la technique consistant à associer un caillou à chaque mouton qui passe une barrière. Le comptage avec les cailloux est à l'origine du mot calcul (d'où le lien avec les calculs rénaux !).

La séance s'enrichit de ces interventions et s'enrichira encore, je l'espère. Il sera ainsi possible de préparer au mieux la séquence en classe.

Je propose également sur mon site certains exercices qui ne présentent pas, à priori, beaucoup de cheminements possibles mais autour desquels la discussion est très riche.

Par exemple, cet exercice proposé lui aussi en en Sixième⁽¹⁾ :

Cet exercice essaie d'éclairer sous deux sources bien distinctes les nombres entiers.

À l'œil :

$$2\ 370 = (2 \times 1000) + (3 \times 100) + (7 \times 10)$$

On décompose en interprétant chaque chiffre (ou presque) du nombre étudié.

À l'oreille :

2 370 : deux mille trois cent soixante-dix

$$2\ 370 = (2 \times 1000) + (3 \times 100) + \mathbf{60} + \mathbf{10}$$

On n'utilise que les nombres entendus pour cette décomposition.

Suivent les nombres à décomposer : 3 083 ; 12 073 ; 1 111 ; 1 016 098.

Dans la suite de l'exercice, la ligne écrite en français disparaît et l'on décompose d'autres nombres comme : 1 073 ; 2 000 020 222 ; 1 001 101 ; 93 000 ; etc.

On termine en inventant un nombre dont l'écriture en chiffre contient trois 7, mais dont la décomposition à l'oreille n'en contient aucun.

Et la description de la séance :

L'exemple présenté au début de l'exercice met en lumière les enjeux :

Prendre conscience des différences entre l'écriture chiffrée d'un nombre entier et sa forme parlée.

Les élèves ont l'habitude de la première décomposition qui ne pose presque aucun problème (voir plus loin). C'est un exercice complémentaire du classique « Quel est le chiffre des centaines ? ».

La seule question a été de savoir comment traiter les 0 et si l'on devait ajouter (0×1) à la fin du premier exemple. Je n'avais pas fait le tour de cette question (avantages, inconvénients, pour cette activité, pour ce qu'il restera des entiers après cette activité), j'ai dit que l'on pouvait éviter d'écrire ces « produits nuls ».

La deuxième décomposition n'est pas un canon.

(1) J'ai choisi ce nombre exprès parce qu'il marque lourdement les différences qui pouvaient exister entre la lecture d'un nombre et son écoute et lançait bien la discussion autour de cet exercice.

Après la surprise légitime de ce « 60 + 10 », vient l'acquiescement général :
« Ah oui, SOIXANTE ... DIX ».

Si on voulait avoir (7 × 10) dans cette décomposition, il aurait fallu que 70 se dise « sept dix » comme 700 se dit « sept cent ». C'est le cas en Espéranto, langue sans Histoire donc sans exception, dans laquelle 70 se dit « sep dek ».

J'ai enchaîné sur le cas des belges francophones qui ont conservé le mot de vieux français « septante » et qui, par conséquent, ont une « décomposition à l'oreille » différente :

$2\ 370 = (2 \times 1000) + (3 \times 100) + 70$ (« plus septante »).

La réaction a été unanime : « N'importe quoi » ; « Ils sont fous, ces belges » ; etc. J'ai eu beaucoup de mal à les convaincre que c'était beaucoup plus logique ainsi. À bien regarder la suite :

« quarante, cinquante, soixante, ... », « septante » paraît être un bien meilleur candidat que « soixante-dix ». Mais quand on est tombé dedans quand on était petit, difficile de voir bousculer son modèle. (*J'y vois là l'essentiel du travail du prof de maths.*)

J'ai encore tenté de leur faire ouvrir leur livre d'anglais pour y voir la suite : « forty ; fifty ; sixty ; seventy ... », rien n'y fit !

(*Ça va quand même faire son chemin dans les petites caboches, j'en suis convaincu.*)

Le reste des nombres à étudier conduit à discuter des autres particularités de notre langue :

$3\ 083 = (3 \times 1000) + (4 \times 20) + 3$

Le « × » entre le « 4 » et le « 20 » n'est pas évident pour tous. Ça a été l'occasion de reparler du comptage par paquets : si les paquets de 10 se sont imposés (voir l'article : « Compter les moutons »), beaucoup de peuples ont adopté les paquets de 20, et les nombres parlés en portent encore la trace (essentiellement dans les pays nordiques). Ils ont aussi ouvert leur manuel (le Phare) à la page 61 qui propose un bref extrait du « Bourgeois gentilhomme » de Molière dans lequel Dorante doit six-vingt sous à monsieur Jourdain. Là aussi, le « 120 » tarde à émerger des propositions de la classe (après « 26 » et « 620 » et d'autres dont je ne me souviens plus). La page se termine par l'évocation de l'hôpital des Quinze-vingt à Paris. Au vu de la discussion précédente, « 300 » arrive très rapidement dans les réponses.

Là encore, « octante » soulève l'hilarité générale.

La moitié de la classe s'est trompée pour la « décomposition à l'œil » du suivant. Cette fois, au contraire, ils ont trop « écouté » le nombre et ont commencé par :

$12\ 073 = (12 \times 1000) + \dots$

Cela a très vite été corrigé et n'a plus posé de problème pour la suite.

La « décomposition à l'oreille » proposait deux nouveaux mots : « douze » qu'en espéranto, on dit « dek du » et treize, « dek tri ». En français comme dans beaucoup de langues naturelles, on remarque qu'on a donné un nom à certains nombres (probablement parce qu'ils étaient très utilisés bien avant de mettre en place un système logique et économique de l'écriture). On remarque quand même qu'ils portent déjà des traces du système décimal puisqu'on retrouve la racine de « un » dans « onze », celle de « deux » dans « douze », etc. Et on a ce suffixe « -ze » qui

doit vouloir dire « +10 » et qu'on retrouve en anglais avec le suffixe « -teen » et en allemand avec « -zehn ».

La décomposition de 1 111 fait remarquer qu'on ne dit pas « UN mille » ni « UN cent » alors que le suivant 1 016 098 rappelle que l'on dit « UN million ». Au passage, vous pouvez imaginer la joie immense que procure le mot « nonante ».

Je n'ai volontairement pas introduit de nombres comme 123 006 qui obligent en Sixième à des parenthèses imbriquées :

123 006 : $((100 + 20 + 3) \times 1000) + 6$.

Ou encore pire : 198 005.

L'énigme finale (**Inventer un nombre dont l'écriture en chiffre contient trois 7 mais dont la décomposition à l'oreille n'en contient aucun**) oblige à considérer cette écriture, mais ce n'était pas l'essentiel de la question et, puisqu'il allait sonner, la question a été traitée à l'oral en laissant de côté cette difficulté.

J'ai le sentiment que des séances de ce type permettent de bien gérer l'hétérogénéité d'une classe : même si les élèves ont tous la même trace écrite sur le cahier, certains n'ont pu se concentrer que sur l'exercice lui-même (décomposer les entiers pour mieux les comprendre), alors que d'autres ont réfléchi à l'ensemble des thèmes abordés. La séance a ouvert à tous des chemins les amenant à se poser de nouvelles questions.

Ces séances constituent réellement l'ossature de mon enseignement. Je pense proposer à terme sur mon site un plan de progression pédagogique entre toutes ces activités.

Fonctionnement du site :

- Pour ne pas enfermer les activités dans des rubriques, chaque article est associé à certains mots-clés dont la liste est toujours visible dans la colonne de droite. Cette liste de mots-clés est évidemment amenée à évoluer si l'activité s'enrichit.
- Ce site a été créé sous SPIP qui ne demande aucune qualité technique pour en devenir rédacteur. Je souhaite d'ailleurs accueillir sur mon site des collègues présentant de nouvelles activités ou de nouveaux commentaires sur les activités existantes. La seule contrainte que j'impose est de ne pas proposer une activité seule mais commentée en précisant le déroulement d'une séance. J'aimerais que mon site se présente comme une sorte de livre du professeur interactif et évolutif où chaque commentaire vient enrichir l'activité de départ.
- Puisqu'il s'agit d'un site public, j'ai choisi de cacher certaines parties du déroulement des séances quand j'aborde l'intervention-clé d'un élève ou bien quand je donne la solution du problème posé.
Pour accéder à la rubrique qui contient toutes ces parties cachées, il faut se connecter :
identifiant : prof
mot de passe : *à me réclamer par mail.*