

Œil-de-bœuf et octogone régulier

François Drouin

Dans les maisons anciennes, l'œil-de-bœuf apporte traditionnellement un peu d'aération dans les greniers. En Lorraine, il apporte aussi parfois un peu de lumière supplémentaire dans la pièce à vivre, près de la pierre à eau (l'évier de la cuisine).

La forme de l'ouverture est très souvent ovale. Les campagnes lorraines vivent une période de prospérité autour de 1850, des bâtiments publics sont agrandis, reconstruits (églises, lavoirs, fontaines, écoles, etc.). Les tailleurs de pierre trouvent aussi du travail de décoration dans les fermes qui se construisent (linteaux de porte, œils-de-bœuf, etc.). Des motifs plus complexes sont alors utilisés.

Au début des années 2000, dans le cadre d'une classe à Projet Artistique et Culturel, mes élèves de sixième avaient dessiné quelques œils-de-bœuf parmi d'autres motifs architecturaux. Fin 2012, j'ai réutilisé certaines photos avec mes étudiants de Master préparant le concours de Professeur des Écoles à l'I.U.F.M. de Metz-Montigny. L'objectif de la séance était de faire redessiner l'œil-de-bœuf photographié, d'essayer de retrouver les tracés préparatoires du tailleur de pierre et de réfléchir à ce qui pourrait être fait avec des élèves de fin de cycle 3.

En 2013, ces activités ont été le support d'un atelier lors de la journée régionale de l'A.P.M.E.P. Lorraine. L'étude de deux œils-de-bœuf supplémentaires était prévue pour cette occasion. Par manque de temps, un seul a pu être abordé, mais les pages qui suivent sont pour moi l'occasion d'également présenter le second.

Nous ne nous intéresserons ici qu'à des motifs repérés dans le sud du département de la Meuse et réalisés à partir d'un octogone régulier. On trouvera des annexes utilisables en classe, ainsi que les photos des œils-de-bœuf utilisés, sur le site de l'A.P.M.E.P.

Les étudiants ont ressenti la nécessité de montrer à leurs futurs élèves des photos montrant ce qu'est un œil-de-bœuf et ses positionnements dans la façade des maisons.

En voici un exemple à Couvertpuits. Un œil-de-bœuf ovale aère le foin au dessus de la grange. Au dessus de la pierre à eau, un autre œil-de-bœuf circulaire, apporte une lumière supplémentaire dans la pièce à vivre donnant sur la rue.



Un premier œil-de-bœuf vu à Houdelaincourt :



L'œil-de-bœuf éclairait l'évier dans la cuisine. Le volet fermant l'ouverture a disparu, la photo a été prise à hauteur de l'ouverture.

Voici les questions posées aux étudiants et aux participants de l'atelier de la journée régionale.

Que voyez-vous ?

Quelles formes géométriques repérez-vous ?

Dans quel ordre ferez-vous vos tracés ? Dessinez l'œil-de-bœuf. De quels instruments de géométrie avez-vous eu besoin ? Faites la liste de vos tracés.

Pourrait-on refaire le dessin à la lecture de ce que vous avez écrit ?

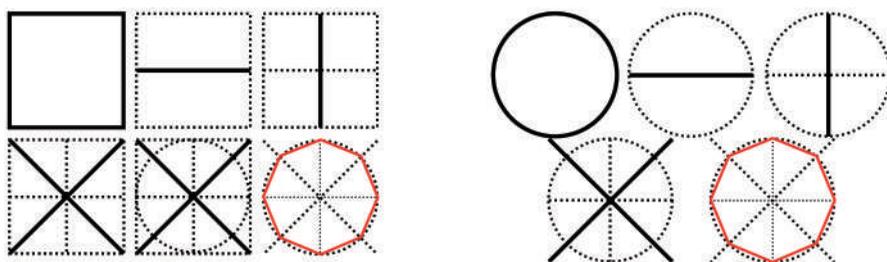
La réponse à la première question peut être non mathématique : je vois une fenêtre sans son volet. La deuxième question oriente vers l'utilisation de termes mathématiques. Je perçois un carré et un octogone régulier. Avec mes instruments, je vais me persuader de la justesse de ce que j'ai perçu. Je vais peut-être aussi constater que les diagonales du carré et de l'octogone se coupent au même point et que les sommets de l'octogone sont à même distance de ce point. J'imaginerai ensuite une construction permettant de reproduire ce que ma vue et mes instruments ont repéré. Il me restera à concevoir une démonstration validant ce que j'ai vu puis observé avec mes instruments.

Il aurait sans doute été très instructif d'analyser les programmes de construction imaginés par mes futurs Professeurs des Écoles, mais, par manque de temps, les réponses n'ont été faites qu'oralement. Cependant, le travail sur les photos imprimées sur papier et l'usage de leurs instruments de dessin leur ont fait vivre un moment de passage de la géométrie perceptive à la géométrie instrumentée, moment à ne pas négliger lorsqu'on enseigne en cycle 3.

Avec un peu de recul, la question « Dans quel ordre ferez-vous vos tracés ? » gagnerait à être remplacée par « Dans quel ordre dessinerez-vous les formes repérées ? ». J'avais envie que les étudiants me proposent le « tracé d'un carré » et non le « tracé de segments formant un carré in fine ».

Le carré a été le premier reconnu, peut-être parce que le mot « octogone » était moins familier à mes futurs Professeurs des Écoles. Cependant, il n'est pas incongru de penser que des élèves verront en premier le trou de l'ouverture, même si le carré est une forme géométrique à laquelle ils sont habitués depuis de nombreuses années. Il resterait ensuite à se mettre d'accord sur une suite de tracés pouvant être celle mise en œuvre par le tailleur de pierre.

Deux « fiches d'aides pour l'élève » ont été jointes à la réflexion des étudiants: l'une proposant le tracé de l'octogone à partir du carré et l'autre le tracé du carré à partir de l'octogone. Elles ont été utilisées en formation.



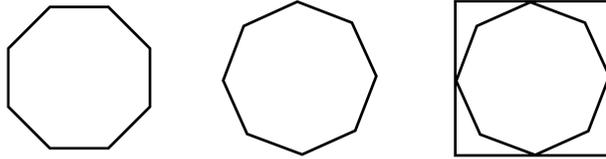
La première construction peut être réalisée par des élèves de fin de Cycle 3. Dans un moment de géométrie instrumentée, les milieux des côtés du carré sont repérés puis utilisés.

Une de ces constructions est peut-être celle faite par le tailleur de pierre. Ses outils étaient la règle, le compas et l'équerre. L'élève de Cycle 3 a également à sa disposition l'équerre (gabarit d'angle droit) et les angles non droits de ses équerres : il pourra ainsi utiliser des gabarits de « demi angles droits » d'un des modèles d'équerres vendus dans le commerce pour tracer les demi angles droits déterminés par les bissectrices des angles formés par les diamètres perpendiculaires.

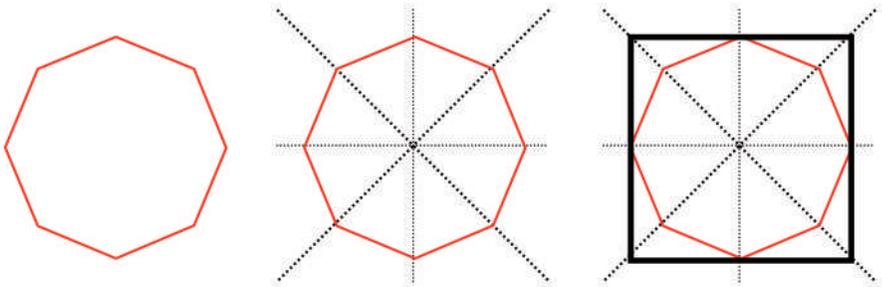


Au collège, un logiciel de géométrie pourra être mis en œuvre. Mais en fin de collège l'élève a-t-il les connaissances mathématiques nécessaires pour prouver que l'octogone obtenu est régulier ? En l'absence de connaissances sur les « triangles isométriques » ou de raisonnements liés à des rotations, je n'apporterai pas de réponse à cette question.

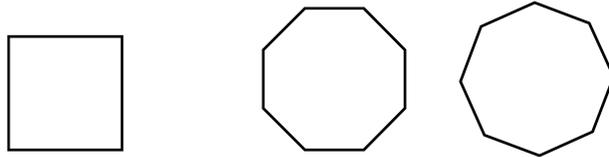
À partir du collège, en complément de l'usage de ces instruments, la partie « dessin » des suites bureautiques ou des logiciels de dessin géométrique pourront être utilisés. Utiliser une commande ou une macro « octogone » ou « carré » met en jeu des compétences autres que celles mises en œuvre lors d'un tracé utilisant des propriétés caractéristiques de l'octogone ou du carré, la connaissance de propriétés caractérisant ces polygones devenant caduque.



Des élèves privilégiant la vision de l'octogone pourront donc imaginer un tracé possible (des perpendiculaires à des diagonales de l'octogone passant par certains sommets de l'octogone seront tracées).



Le carré et l'octogone ont été aisément tracés à partir de la partie dessin de ma suite bureautique, une rotation libre facilitée par un quadrillage apparent m'a permis le tracé de l'octogone dans sa position dans l'œil-de-bœuf. Ce type de tracé ne nous garantit pas sa précision : le carré à compléter a ses cotés horizontaux et verticaux. Le tracé reste possible et acceptable dans le cadre de la géométrie perceptive.



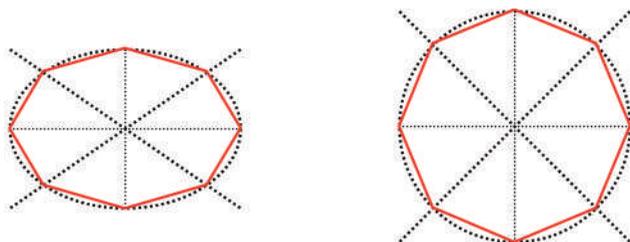
En fin de séance, nous sommes revenus sur l'une des procédures de tracé possibles du tailleur de pierre (à partir d'un cercle). Il y a nécessité d'imaginer le cercle (une surfigure) non visible sur la photo, de prendre conscience des « demi angles droits » à tracer à la suite des deux diamètres perpendiculaires. Cette activité ne pourra donc être mise en œuvre qu'en fin de Cycle 3. Cependant, les programmes de collège feront rencontrer les bissectrices d'un angle (et leur tracé à la règle et au compas) ainsi que les polygones réguliers. Ces contenus font actuellement partie du programme de mathématiques pour le Concours de Recrutement des Professeurs des Écoles (C.R.P.E) et sont également enseignés par les enseignants de collège présents à l'atelier de la journée régionale de l'A.P.M.E.P. Lorraine.

Un deuxième œil-de-bœuf repéré à Vignot

La photo a été prise à partir du sol, l'œil-de-bœuf est en hauteur, fournissant lumière et aération au grenier de la maison.

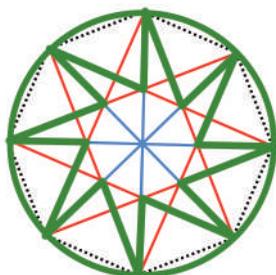


L'œil-de-bœuf n'est pas à hauteur de mon regard, il me faut émettre quelques hypothèses pour pouvoir en imaginer un tracé possible. Je vois deux ellipses que j'interprète comme étant des cercles de même centre vus en perspective. Les pointes de l'étoile semblent indiquer les huit sommets d'un octogone inscrit dans un cercle : cet octogone est certainement régulier. Sur le tirage papier de la photo, je repère des alignements : je sais que ces alignements existeraient sur une photo prise de face, à hauteur de l'œil de bœuf.



Pour me convaincre, je peux utiliser les deux dessins ci-dessus. Ils ont été obtenus en utilisant la partie dessin de ma suite bureautique : pour obtenir celui de gauche, j'ai « écrasé » le dessin de l'octogone inscrit dans un cercle.

Je sais que l'octogone régulier inscrit dans un cercle sera aisément tracé par le tailleur de pierre. Il m'est donc raisonnable d'imaginer les tracés complémentaires à partir d'un dessin comme celui de droite. J'ai laissé mes étudiants et les participants à l'atelier de notre journée régionale se persuader que les pointes du motif étaient les sommets d'un octogone régulier.



Cette hypothèse aurait pu prendre plus de poids à partir de la vision d'un octogone inscrit dans un cercle placé en haut d'un mur de la salle. En s'approchant du mur, il

est possible de prendre conscience de la déformation due à ce que l'œil voit. Cette étape va être pour de jeunes élèves une rencontre de la courbe vue lors de la vision d'un cercle non vu de face : dès le cycle 3, ils rencontreront des photos et des dessins de cylindres.

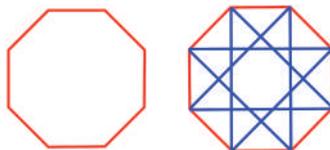
Après s'être persuadés que les pointes du motif étaient les sommets d'un octogone régulier, les adultes auxquels cette activité a été présentée ont travaillé sur la photo de l'œil-de-bœuf. En utilisant la règle, des segments ont été prolongés et plus ou moins rapidement les possibles tracés du tailleur de pierre ont été retrouvés.

Les étudiants ont ainsi travaillé sur la conservation des alignements dans des figures vues en perspective ou dans un plan frontal. D'autres exercices leur ont été par la suite proposés dans un autre module à propos de dessins faits sur les faces d'un cube.

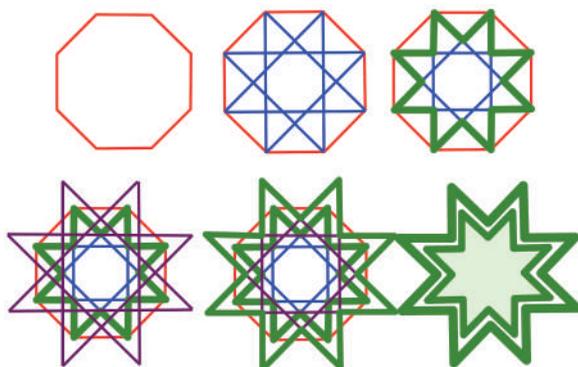
Un troisième œil-de-bœuf repéré à Rosières



La photo a été prise à hauteur de l'ouverture. Je vois deux étoiles à huit branches qui me paraissent être obtenues à partir de deux octogones réguliers de même centre. Aux imprécisions de taille près, les segments formant l'étoile intérieure semblent être parallèles aux segments correspondants de l'étoile extérieure, je repère des alignements entre les sommets des « creux » de l'étoile intérieure et des côtés de l'étoile extérieure ainsi que la possible utilisation de quatre axes de symétrie.

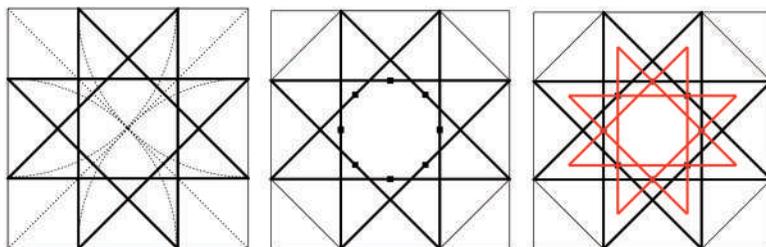


La première étape est de comprendre le tracé de l'étoile à partir de l'octogone régulier. Il reste ensuite à imaginer le tracé de la seconde étoile qui peut être soit l'étoile intérieure, soit l'étoile extérieure.



On voit ci-dessus les six étapes auxquelles sont arrivés des participants à l'atelier de notre journée régionale. La première étoile tracée est l'étoile intérieure. Les bordures extérieures ont été obtenues par des tracés de parallèles passant par des sommets intérieurs de l'ouverture intérieure. Ces tracés n'étaient pas toujours faciles à retrouver : la pierre entourant l'œil-de-bœuf est usée à divers endroits, ce qui rend difficile la recherche de certains alignements sur la photo proposée.

Mais il existe d'autres possibilités de tracés, comme par exemple la suivante :



L'octogone régulier est obtenu à partir d'un carré. Des milieux sont trouvés puis à l'aide de la règle, l'étoile intérieure est tracée. Dans la proposition précédente, nous ne nous étions pas posé la question du tracé de l'octogone de départ : celui-ci n'est pas « dressé » sur une pointe et n'a donc pas pu être facilement tracé comme celui d'Houdelaincourt ou de Vignot.

Le tracé proposé ci-dessus est donc plus plausible. Par ailleurs, l'étoile extérieure est la première tracée, le carré utilisé pour la tracer délimitant l'encombrement de l'étoile.

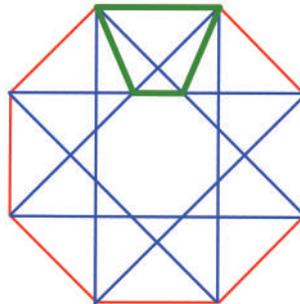
<http://www.apmep.asso.fr/IMG/doc/Di-10-Parzysz-mosaïque.doc> nous redonne le tracé de l'octogone régulier inscrit dans un carré à propos de mosaïques romaines.

Un quatrième œil-de-bœuf repéré à Dainville

L'étude de cette photo d'œil-de-bœuf n'a pas pu, faute de temps, être proposée lors de l'atelier de la journée de la régionale A.P.M.E.P. Lorraine.

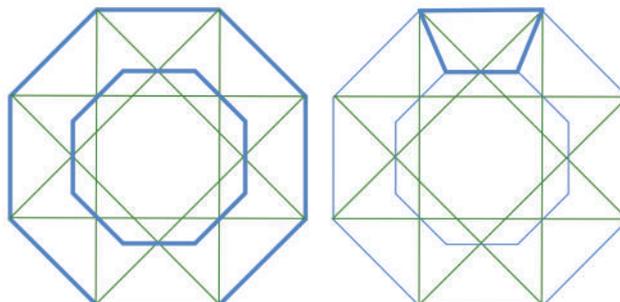


La photo a été prise à hauteur de l'ouverture. Je vois deux octogones réguliers homothétiques de même centre. Je vois l'œil-de-bœuf comme étant formé de huit blocs de pierre identiques, des prismes dont les bases sont des trapèzes isocèles. En prolongeant sur la photo les côtés non parallèles des trapèzes isocèles, je peux me persuader de l'existence de ce centre commun. Des mesures sur la photo me permettraient de trouver le coefficient d'agrandissement entre l'octogone intérieur et l'octogone extérieur. Je pense que le tailleur de pierre a taillé puis assemblé ces huit blocs identiques et j'aimerais retrouver des tracés qu'il a peut-être mis en œuvre. Une première idée est venue en imaginant le dessin ci-dessous.



Cependant ce modèle n'est pas satisfaisant, car le rapport d'homothétie entre les deux octogones est trop éloigné de celui obtenu à l'aide de mesures sur la photo.

Voici une autre proposition issue de nos échanges. Les mesures effectuées sur la photo la rendent plus convaincante.



Il est possible qu'à partir d'un dessin préparatoire, le tailleur de pierre ait préparé un gabarit pour les angles des trapèzes de base puis scié une « barre » en pierre.



Quelques propositions avec des élèves :

Refaire les dessins préparatoires à partir d'un octogone redessiné ou proposé par l'enseignant. La reproduction du premier trapèze de base sera facilitée par l'utilisation des mesures de ses diagonales (reproduction de triangles dont les longueurs des côtés sont connues).

Il est possible d'imaginer que le tailleur de pierre utilise ces deux dessins préparatoires.

Quelques questions : Si la plaque de pierre a 15 cm d'épaisseur, quelles seront les dimensions de l'œil-de-bœuf ? Quelle devrait être l'épaisseur de la plaque pour obtenir un œil-de-bœuf dont l'ouverture intérieure a 40 cm de haut et de large.

En fin de cycle 3 ou en début de collège, l'élève pourra utiliser des mesures prises sur les dessins préparatoires et mettre en œuvre une situation de proportionnalité : cette méthode est peut-être celle utilisée par le tailleur de pierre, habitué à travailler à partir de plans.

En conclusion :

Lors de travaux « Maths et Arts », les sites urbains ou de renommée nationale et internationale sont le plus souvent sollicités, mais le patrimoine rural est riche en éléments méconnus, et parfaitement utilisables. Je ne conçois pas ma démarche comme un repli sur le « chez soi », mais comme une preuve qu'en ouvrant les yeux, les mathématiques sont également présentes dans l'environnement de vie des élèves éloignés des sites patrimoniaux connus.

Pour clore cette présentation, ces deux derniers œils-de-bœuf réalisés sur des bases octogonales inspireront peut être les lecteurs du Bulletin Vert. Celui de gauche est visible sur la façade de l'ancienne ferme présentée en début d'article, celui de droite est visible à Bure et faisait partie de ceux redessinés par mes élèves de sixième.

