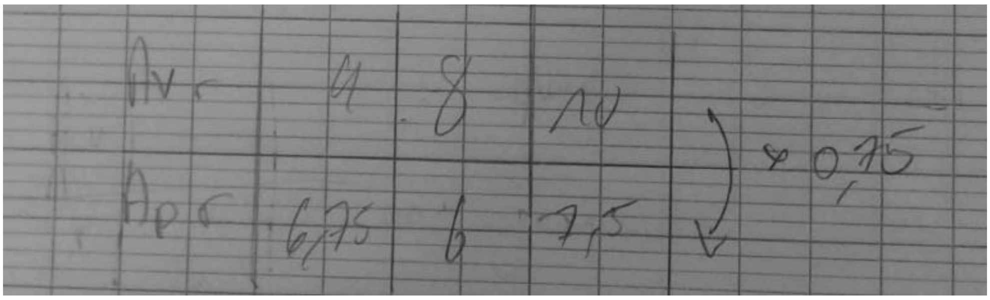
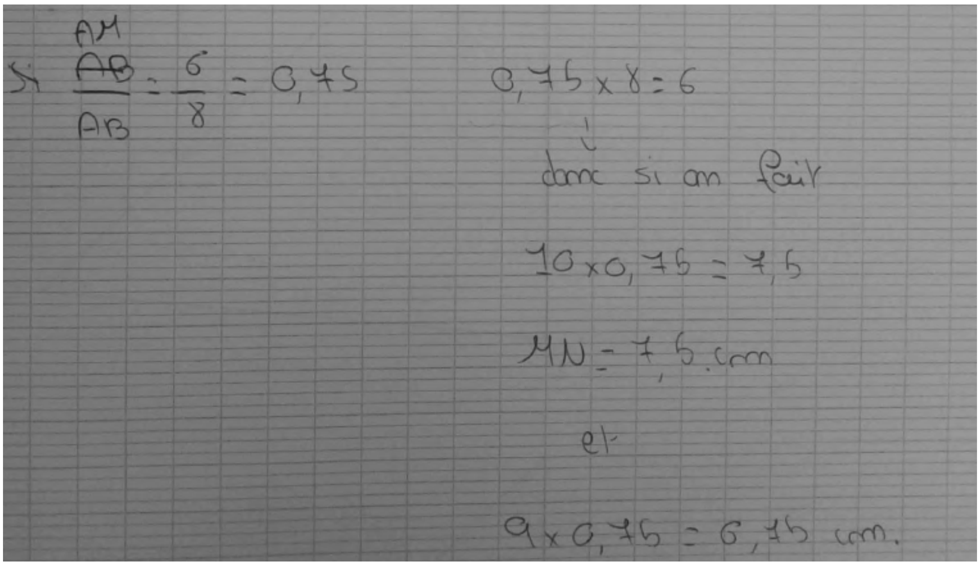
Quelques élèves préfèrent la proportionnalité dans un tableau qui leur évite d'utiliser le vocabulaire d'agrandissement et réduction.



Après cette première étape, pour inciter les élèves à utiliser l'écriture fractionnaire d'un quotient, le professeur demande comment obtenir les longueurs du triangle AMN à partir de celles du triangle ABC. Il s’agit d’un agrandissement à l’échelle $\frac{4}{3}$.

On ne passe pas encore à l’écriture avec les rapports des longueurs $\frac{AM}{AB}$ mais certains élèves commencent déjà à écrire le coefficient de réduction avec des lettres. Les variables didactiques sont choisies pour que ce quotient soit rationnel non décimal.

Ceci pourra orienter les élèves vers l’écriture de « rapports » : ils sont incités à vérifier que ce coefficient, trouvé avec deux longueurs correspondantes, est égal à ceux obtenus avec d'autres longueurs correspondantes.



La consigne (suite)

Étape 2

« Tracer un triangle DEF avec DE = 7 cm, EF = 9 cm et DF = 8 cm.

Sur le segment [DE], placer le point R tel que DR = 3 cm.

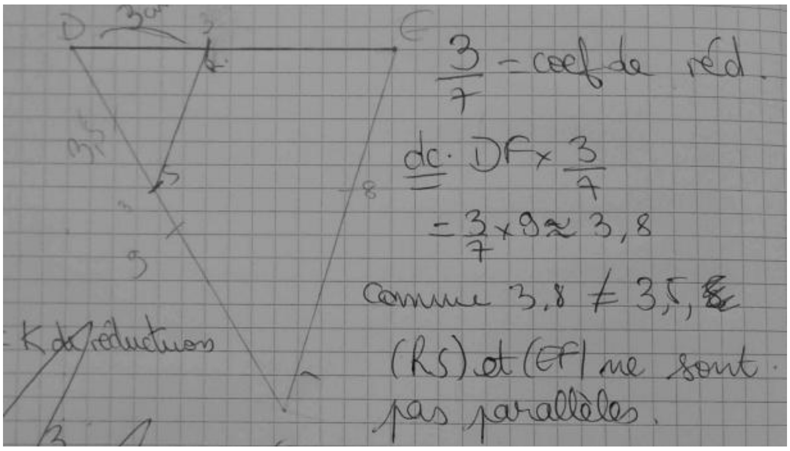
Sur le segment [DF], placer le point S tel que DS = 3,5 cm.

Les droites (RS) et (EF) sont-elles parallèles ? Le prouver ».

Le choix des variables didactiques est ici fondamental pour obtenir des droites semblant être parallèles.

Pour prouver leur réponse, les élèves peuvent utiliser « une partie de la contraposée du futur théorème de Thalès » . Ils peuvent aussi faire une sorte de raisonnement par l’absurde.

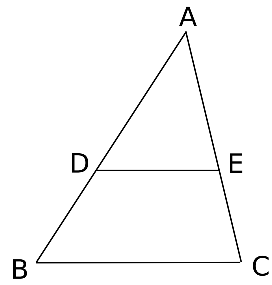
Le but principal est ici de leur faire écrire des rapports.



La consigne (suite)

Étape 3

« On sait que les points A, D, B et A, E, C sont alignés, que les droites (DE) et (BC) sont parallèles. Quelles conjectures pouvez-vous faire ? »



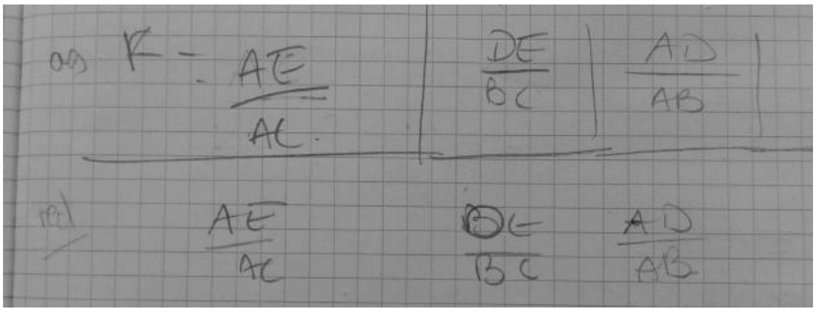
Les conjectures sont alors rapidement énoncées et justifiées :

- le triangle ADE est une réduction du triangle ABC,
- le triangle ABC est un agrandissement du triangle ADE,
- les angles des triangles sont les mêmes.

Le professeur demande alors :

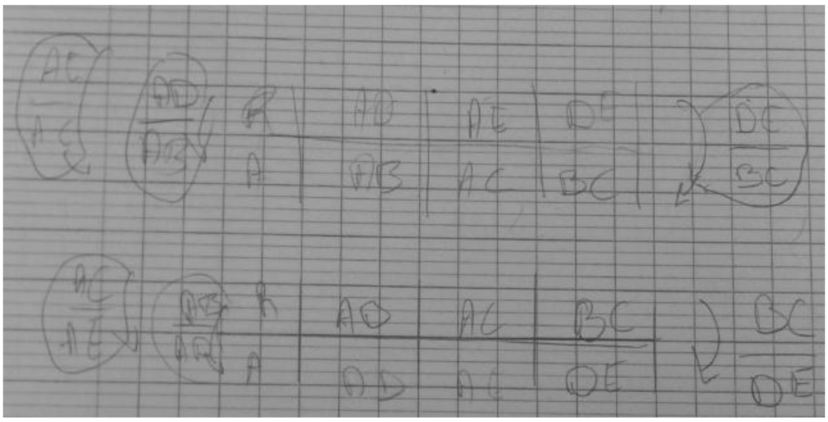
« Écrire, sans mesurer, le coefficient d’agrandissement ».

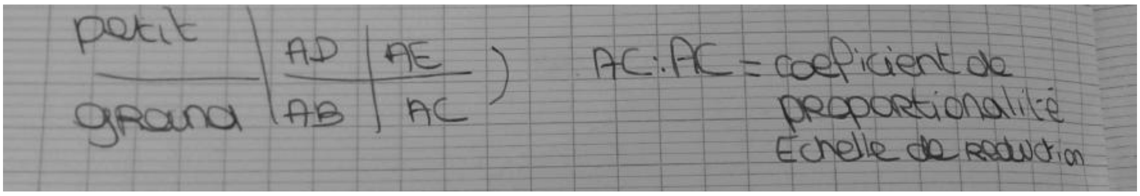
Certains élèves passent directement à l'écriture de ces rapports mais sans écrire l'égalité qui est loin d'être évidente pour eux.



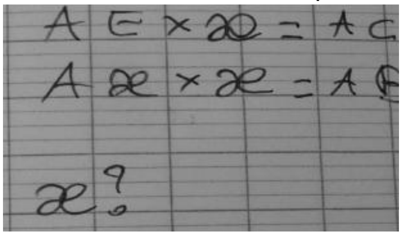
D'autres ont besoin du tableau pour se repérer et fournissent ainsi une méthode de recherche à ceux qui ne trouvent pas ces coefficients.

Avec parfois quelques imprécisions sur les opérations...



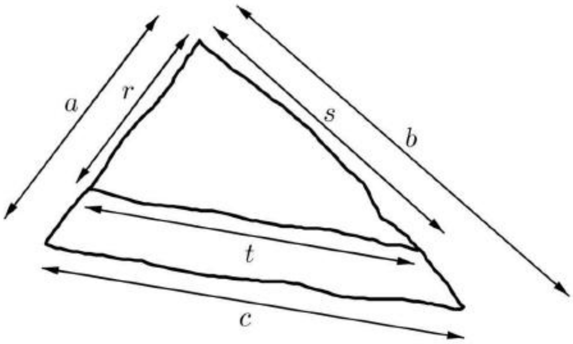


Quelques élèves ont encore du mal à reconnaître une multiplication à trou.



Un seul rapport est obtenu sur certains cahiers, les trois sont parfois proposés mais aucun élève ne passe à l'égalité des trois directement.

Pour conclure, en présentant aux élèves la figure ci-dessous et en précisant que les lettres représentent ici les longueurs des côtés, le professeur demande d'écrire de plusieurs façons les coefficients d'agrandissement et de réduction.



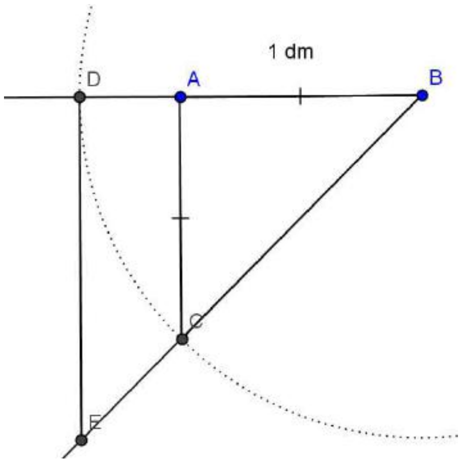
Ce travail pourra être complété en troisième par la situation suivante qui permet d'aborder le cas de coefficients non rationnels.

« Tracer un triangle isocèle ABC,rectangle en A tel que AB = AC = 1dm.

Sur la demi-droite [BA) placer un point D tel que BD = BC.

La perpendiculaire en D à (BA) coupe (BC) en E.

Quelle est la mesure de BE ? »



Les rapports valent alors $\sqrt{2}$ ou $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Troisième partie : le parcours

Avant d'aborder ce parcours, pendant le premier trimestre, il est indispensable de travailler avec les élèves la proportionnalité dans son ensemble et, en particulier, les procédures de calculs d'une quatrième proportionnelle.

En effet, elle est tout d'abord un outil essentiel dans les situations proposées, avant de redevenir objet d'étude avec sa caractérisation graphique.

Les théorèmes relatifs aux milieux des côtés d'un triangle doivent également être vus : ils permettent de justifier quelques cas particuliers pour la propriété de Thalès.

Le parcours débutera ensuite, au deuxième trimestre, par les situations 1 et 2 sur le thème de l'agrandissement d'une photo exposées dans la première partie.

Ces deux situations traitées à la suite l'une de l'autre permettent d'admettre de manière intuitive une première « propriété », la conservation « de la forme », et la remise en cause du modèle additif au profit du modèle multiplicatif.

Il est alors essentiel de poursuivre un travail spécifique sur l'agrandissement ou la réduction de figures qui a pour objectifs :

- la proportionnalité des longueurs des côtés ne suffit pas en général,
- le passage de la conservation « de la forme » à la conservation des mesures d'angles,
- la mise en évidence de la proportionnalité de toutes les dimensions.

Cela peut être fait par exemple en demandant aux élèves d'agrandir un losange donné sur une feuille blanche sans ses dimensions avec une échelle donnée, de réduire un trapèze donné sur une feuille blanche sans ses dimensions à partir de la réduction d'un de ses côtés déjà construit : ces situations ne seront pas détaillées ici, elles le seront dans une brochure à paraître avec l'ensemble du parcours. Elles permettent aussi d'amener naturellement la suite du parcours puisque les élèves décomposent souvent les figures en triangles, en traçant des diagonales.

Quels que soient les choix du professeur, il est important qu'à ce stade, un bilan « agrandissement-réduction de figures » soit institutionnalisé avec les élèves.

Il est donc temps maintenant d'étudier le cas particulier des agrandissements et réductions de triangles pour aboutir à la propriété de Thalès dans sa « version quatrième ».

C'est l'objet des trois situations exposées dans la deuxième partie. Les deux premières situations, qui amènent la configuration et la propriété comme agrandissement-réduction de triangles doivent s’enchaîner immédiatement, la troisième, qui initie la forme classique de la propriété avec l'égalité des rapports, peut être abordée avec un peu de recul.

Pour terminer, au troisième trimestre, la proportionnalité redeviendra un objet d'étude avec la situation 3 sur le thème de l'agrandissement d'une photo, exposée dans la première partie, pour aboutir à sa caractérisation graphique.

La propriété de Thalès est utilisée dans cette situation pour apporter des éléments de preuve, ce qui explique sa place dans le parcours. Les élèves ont à ce stade une certaine expérience des « découpages et empilements » ce qui facilite l'obtention des procédures et conjectures attendues dans cette situation.

Avant d'institutionnaliser cette caractérisation graphique, il sera peut-être utile de faire « réapparaître » les rectangles de la situation précédente lors d'exercices basiques sur le thème de la proportionnalité avec des représentations graphiques.

Voici ce parcours sous forme synthétique.

Premier trimestre	Procédures de calcul d'une quatrième proportionnelle
	Théorèmes relatifs aux milieux des côtés d'un triangle
Deuxième trimestre	Agrandissement d'une photo, situations 1 et 2
	Agrandissements et réductions de figures en général
	La propriété de Thalès, situations 1 et 2
	La propriété de Thalès, situation 3
Troisième trimestre	Agrandissement d'une photo, situation 3

Ce parcours permet une réelle activité mathématique des élèves, motivante, à la fois expérimentale et théorique : un véritable parcours d'étude et de recherche. Il donne du sens à la notion d'agrandissement-réduction et amène naturellement à s'intéresser au cas des triangles et donc à la propriété de Thalès.

Il s'intègre parfaitement dans une progression de quatrième en mettant en œuvre la proportionnalité, à la fois outil et objet d'étude, les écritures fractionnaires tout en préparant la leçon sur le cosinus.

Il se prolonge bien sûr en troisième avec le théorème de Thalès, la trigonométrie, la fonction linéaire...