

## J'ai deux fois l'âge que vous aviez...

André Moussa(\*)

Voici une énigme classique, avec une résolution graphique visant à introduire ou utiliser plusieurs notions importantes, à exercer la faculté de raisonnement et la mise en équation.

### Énigme :

*J'ai deux fois l'âge que vous aviez quand j'avais l'âge que vous avez.*

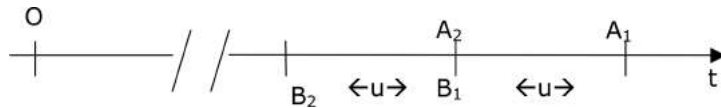
*Quand vous aurez l'âge que j'ai, nous aurons à nous deux 99 ans.*

*Quels âges avons-nous aujourd'hui ?*

### Solution graphique :

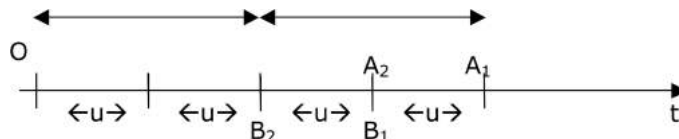
Voici une solution évitant l'utilisation d'équations à deux inconnues.

Plaçons sur un axe temporel nos âges actuels  $A_1$  et  $B_1$ , puis plaçons nos âges à la deuxième époque (« quand j'avais l'âge que vous avez »)  $A_2$  et  $B_2$  :

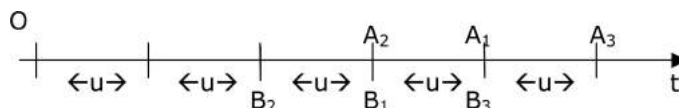


Ce schéma n'est qu'une « image » du déroulement du temps, dans laquelle deux points représentant les deux personnes en question se déplacent, à la même vitesse mais avec le décalage entre leurs naissances. Ainsi, la coïncidence de  $A_2$  et  $B_1$  est une manière d'exprimer la phrase « quand j'avais l'âge que vous avez ». Il n'est pas besoin de formaliser davantage.

Il reste une inconnue dans ce diagramme : la place de l'origine, que l'on peut déterminer grâce au premier indice,  $OA_1 = 2 OB_2$  ; ce qui conduit par exemple au deuxième schéma :



On arrive alors au schéma final en ajoutant l'interprétation graphique du deuxième indice :



(\*) Lycée Darius Milhaud (Kremlin-Bicêtre). dede.moussa@laposte.net

où figurent maintenant de manière convenable l'origine et la troisième époque avec nos âges  $A_3$  et  $B_3$ .

On a alors  $OB_3 = 4u$ ,  $OA_3 = 5u$  (facilement lisible sur le graphique sans qu'il soit besoin d'introduire ou d'utiliser la notion d'abscisse) donc d'après le deuxième indice :  $9u = 99$  et  $u = 11$ . Nos âges actuels sont donc  $4u = 44$  ans et  $3u = 33$  ans.

**Commentaires :**

La structuration du raisonnement se développe en sous-main ici : le problème – très difficile à ce niveau au départ – est décomposé en deux parties.

Un problème formel, indépendant de la valeur de la différence d'âge, donne les résultats relatifs : Mon âge actuel est égal à 4 fois la différence d'âge, votre âge actuel est égal à 3 fois la différence d'âge ; résultat atteint avec la seule première donnée. Les valeurs numériques effectives sont ensuite déterminées avec la deuxième donnée, qui permet d'obtenir la valeur de l'unité implicitement choisie, la différence d'âge.

**Solution analytique :**

Appelons  $x$  mon âge et  $u$  notre différence d'âge.  
Le choix de la différence d'âge comme inconnue, fait écho à la résolution graphique précédente.  
(La première phrase indique que je suis plus vieux que vous).

	Mon âge	Votre âge
Maintenant	$x$	$x - u$
Quand j'avais l'âge que vous avez	$x - u$	$x - 2u$
Quand vous aurez l'âge que j'ai	$x + u$	$x$

On a donc :  $x = 2(x - 2u)$  et  $(x + u) + x = 99$ .  
La première équation peut se réécrire :  $x = 2x - 4u$  donc  $4u = x$ .  
La deuxième :  $2x + u = 99$ .  
En remplaçant  $x$  par  $4u$  :  $9u = 99$  d'où  $u = 11$ .  
On en déduit donc  $x = 44$  (mon âge) et  $x - u = 33$  (le vôtre)

**Conclusions :**

- Au-delà du fait d'apporter la réponse à l'énigme, l'étude graphique permet, au niveau du collège :
- de faire raisonner les élèves sur un axe orienté ;
  - d'apprendre à traduire sur cet axe des informations données dans le texte ;
  - d'interpréter en retour les positions sur l'axe et de montrer la nécessité de symboles précis et rigoureux (trois époques, deux âges = six symboles au total, que l'on doit choisir de façon pertinente) ;
  - de montrer par conséquent la puissance de l'outil « axe orienté » quand il est bien utilisé.

Cette étude graphique constitue de plus un guide précieux pour la mise en équation.

**NDLR.**

Qui ne connaît pas cet exercice ? Une recherche sur internet montre à quel point il s'agit là d'un classique !

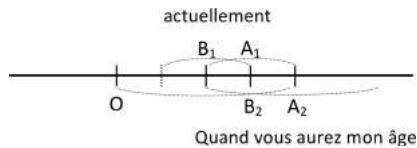
Pourtant, une grande part de difficulté pour nos élèves réside en premier lieu dans la compréhension du texte en français.

Nous vous proposons donc une version qui lissera peut-être cette pierre d'achoppement...

La mise au futur de la première phrase, n'utilisant que ce seul temps, et décomposant bien vous et moi devrait faciliter l'entrée dans le texte :

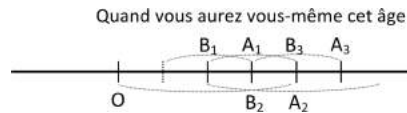
***Quand vous aurez mon âge, j'aurai, moi, deux fois l'âge que vous avez actuellement.***

On peut alors éventuellement proposer de faire un dessin de la situation...



La deuxième donnée, que l'on peut fournir seulement après pour ne pas trop effrayer au départ, devient :

***Et quand vous aurez vous-même cet âge, nous aurons à nous deux 99 ans.***



(c'est finalement la même énigme mais les réponses sont décalées : 33 et 22 au lieu de 44 et 33)

On peut changer l'énigme en simplifiant la deuxième donnée pour éviter le troisième décalage :

***À nous deux, nous aurons alors 84 ans (ici les âges seront 36 et 24)***

Naturellement, ces variantes n'éliminent en rien la difficulté de la mise en équation.