

FICHE **10**
Groupe

① Dans les fiches précédentes, tu as étudié un certain nombre de lois de composition dans différents ensembles.

Complète le tableau suivant (on a admis l'associativité pour certaines lois) :

	Ensemble	Loi	La loi est-elle associative ?	Y a-t-il un élément neutre ? Si oui, lequel ?	Chaque élément de l'ensemble a-t-il un symétrique ?
	N	+	oui		
	Z	+	oui		
	Z	×	oui		
Fiche 3	G	\cap	oui		
	G	\cup	oui		
	G	Δ	oui		
	G	\setminus			
Fiche 4	H	*			

Pour certaines de ces lois, tu as mis en évidence les propriétés suivantes :

- La loi de composition est **associative**.
- Il existe un **élément neutre** pour cette loi de composition.
- **Tout** élément de l'ensemble possède un **élément symétrique** pour la loi de composition.

②



E est un ensemble, $*$ est le signe d'une loi de composition dans E :

« $(E, *)$ est un **groupe** »

signifie

« La loi de composition notée $*$ est **associative** ;

un élément de E est **neutre** pour cette loi de composition ;

tout élément de E possède un **symétrique** pour cette loi de composition. »

Parmi les exemples étudiés au paragraphe ①, quels sont les groupes ?

Pour chaque groupe, contrôle que tout élément a **un seul** symétrique.

Comment le vois-tu sur une table de Pythagore ?

Tu admettras que, dans un groupe, tout élément a un symétrique *unique*.

③ Si $(E, *)$ est un groupe et si, de plus, la loi de composition dans E notée $*$ est commutative, le **groupe** est dit **commutatif**.

Parmi les groupes précédents, quels sont les groupes non-commutatifs ?