

Mesures, égalités abusives et manuels de sixième

par H. BAREIL, Toulouse

Une mesure n'est-elle pas un élément d'un ensemble de nombres ?
Notre langage peut-il l'ignorer ?

Si le langage professé est exemplaire, il sera toujours possible, le libéralisme des instructions aidant, d'accepter parfois des élèves des tournures moins contraignantes. Mais pas autrement.

Or, bien des manuels de sixième, *nouveau programme*, sont d'un lascarisme inquiétant. On en jugera par les exemples qui suivront, tous pris chez eux.

1 Il devrait aller de soi qu'on ne peut jamais écrire des choses du genre $8 \times 3 = 24 \text{ cm}$ (ou $24 \text{ cm}^2, \dots$), toutes "égalités" qui abondent dans des manuels par ailleurs fort intéressants — et je ne cite pas la plus belle —.

Du même ordre : $16 : 2 = 8 \text{ cm}$

2 Est-il correct d'écrire $3 \text{ cm}^2 + 2 \text{ cm}^2, 1 \text{ cm}^2 \times 8, \dots$?

A mon avis oui si et seulement si il a été :

- 1°) défini une grandeur aire (distincte de la mesure) et, sur celle-ci, des opérations addition et multiplication par un nombre ;
- 2°) mis en garde contre l'identification de ces opérations, surtout si on emploie respectivement les mêmes signes, avec celles de même nom sur l'ensemble de nombres considéré ;
- 3°) établi, ou admis explicitement, les propriétés de (ensemble des aires, addition des aires, multiplication par un nombre) dont on dirait plus tard qu'elles le constituent en un "pré"-espace vectoriel (espace vectoriel, non, faute de scalaires négatifs).

Si ces précautions ne peuvent pas être prises, alors ne vaut-il pas mieux se passer des notations ci-dessus et opérer constamment sur les seules mesures ?

L'unité de référence peut alors être indiquée par divers moyens :
au début d'une étude ;
dans le titre de la recherche ;
avant la mesure (notation Galion) ;
ou peu après, mais décrochée d'elle (notation Brédifiches).

3 Parlons de segments de droite pour simplifier le texte. Il s'adaptera aussi aux surfaces, solides, masses, secteurs angulaires, ...etc..., parfois avec une complication supplémentaire !

1°) N'existe-t-il pas, à leur sujet, trois catégories d'êtres ? :

- a) *les segments de droite,*
- b) *des mesures, (nombres),*
- c) *des classes d'équivalence de segments.*

On peut les traiter dans cet ordre, les segments équivalents étant alors ceux qui sont dotés d'une même mesure (selon une même unité).

Plus traditionnellement, à partir de segments ("isométriques", "congruents", "isoconstructibles", "de calques superposables",...) s'introduisaient les classes. Et les mesures étaient relatives aux classes.

A noter que les classes sont aisément perceptibles et leurs éléments bien constructibles sans qu'il soit nécessaire de parler de relations ni de classes d'équivalence.

En général, alors que les anciens manuels mêlaient ces trois catégories, certains nouveaux ouvrages les distinguent. Mais quelques-uns oublient d'adopter ensuite un langage et des notations adéquats.

2°) Par exemple, 6 cm désigne un être de la catégorie c.

. *Ecrire que telle mesure est 6 cm confond les êtres b et c.* Disons que l'on peut créer un isomorphisme entre b et c munis de leurs opérations élémentaires classiques. Mais ces structures peuvent être complétées par des lois qui ne correspondent plus. *L'isomorphisme n'est que partiel et l'identification que traduit l'égalité "mesure = 6 cm" est un abus.*

. *Ecrire $[AB] = 6 \text{ cm}$, confond les êtres a et b.*

Ici aussi l'égalité est abusive.

Il faudrait écrire $[AB] \in 6 \text{ cm}$.

Egalité, non. Appartenance, oui.

3°) *Qu'est-ce qu'une longueur ?*

Catégorie b ou catégorie c ?

Autant varient les auteurs, autant les réponses...

Même confusion à propos de "distance".

Il y a d'ailleurs une évolution avec l'âge des élèves. On y glisse de la catégorie c à la catégorie b.

Peut-être est-ce dommage, surtout en sixième.

Si le mot longueur est affecté à la catégorie b où il "double" le mot mesure, il n'y a plus de vocable pour la catégorie c qui, pourtant, intervient constamment dans les problèmes élémentaires pratiques.

4 *Détail où le langage trahit la définition, pourquoi dire "mesure en telle unité" ?*

N'est-ce pas encore confondre les catégories b et c ?

Ou encore :

On dit : "tissu en laine", mais non pas "maison bâtie en plan". La maison est bâtie selon un plan, par référence à lui, ...

Ne pourrait-on pas dire, de même, *mesure "selon" telle unité ?*

5 CONCLUSION

La notion de mesure est abstraite de notions d'origine physique qui ont introduit la longueur d'une courbe, l'aire d'une surface, ...

De là une première difficulté de langage.

S'y est ajoutée la multiplicité des sens de l'égalité.

Aujourd'hui l'égalité a un sens très précis.

N'est-ce pas une invitation pressante à revoir de plus près notre langage et nos écritures relatifs aux grandeurs et aux mesures ?