

ATELIER S03
Les nombres décimaux en Sixième

Martine LEWILLON et Nicole BELLARD
Groupe didactique de l'IREM de Montpellier

Résumé de l'atelier

Phase 1 : Les changements de programme de 1986 à 1995 en cycle 3 et en Sixième sur ce thème

Une lecture attentive des programmes permet de se rendre compte des "détails" significatifs modifiant fortement la manière d'aborder et de comprendre le nombre.

- Tout d'abord, en *cycle 3*, il ne s'agit plus de :
"connaissance de la signification de chacun des chiffres **composant un nombre à virgule**"
mais de
"connaissance de la signification de chacun des chiffres **de l'écriture à virgule d'un nombre décimal**"

Et en *Sixième*, "utiliser l'écriture décimale et en connaître le sens" est nouvellement introduit dans les compétences exigibles.

D'une part, il n'y aura plus d'identification entre nombre à virgule et nombre décimal.

D'autre part, il s'agit d'une modification de l'objet "nombre" : le nombre a de multiples écritures et le **sens de l'écriture décimale**, qui n'apparaît pas en cycle 3, conduit à concevoir en Sixième des séances de classe orientées vers ce "sens".

D'ailleurs, on trouve plus loin, en cycle 3, comme en Sixième : "pour les nombres décimaux courants, **passer d'une écriture décimale à une écriture fractionnaire et vice versa**". Le commentaire associé précise : "Il s'agit de pouvoir utiliser **différentes écritures d'un même nombre décimal**".

Là encore, pour comprendre ce qu'est un nombre décimal, la multiplicité de ses représentations (écriture à virgule, écriture fractionnaire - à l'aide d'une ou plusieurs écritures fractionnaires - plus tard, écriture à l'aide de puissances...) est une nécessité. La présence simultanée de ces représentations ne suffit pas. Les passages de l'une à l'autre (comme le préconisent les programmes) sont tout aussi nécessaires.

* Quant à la comparaison de nombres décimaux :

En cycle 3, il est toujours de mise de savoir comparer et ranger des nombres décimaux.

Une nuance supplémentaire est apportée dans les nouveaux programmes de Sixième, dans la mesure où "ranger des nombres courants en écriture décimale" s'est mué en "ranger des nombres donnés en écriture décimale". Ceci peut paraître un changement dérisoire et pourtant, le maintien de nombres courants, c'est-à-dire limité à deux voire trois chiffres après la virgule, conduisait l'élève à penser qu'un nombre décimal s'écrit toujours ainsi (ce qu'on trouve avec les unités comme francs, mètres, etc.) et ne lui permet plus d'avoir conscience du grand nombre possible de chiffres après la virgule.

* Le produit des nombres décimaux n'est plus, après le quotient de deux décimaux, une compétence du cycle 3, il devient une compétence exigible de la classe de sixième ; il ne s'agit pas seulement de la technique de la multiplication mais aussi du sens de ce produit.

Quant au quotient de deux décimaux, il est effectué à l'aide de la calculatrice et la technique de la division n'est plus une compétence exigible en sixième.

Phase 2 : Proposition de quelques mini-compétences sur le thème des différentes écritures d'un nombre [Bellard et col. 95]

L'écriture à virgule, qui est une écriture de position, possède des propriétés qui ne peuvent pas être laissées à la charge de l'élève. A ce propos, nous avons recensé les mini-compétences que nous voudrions voir acquises par les élèves.

Exemple :

Savoir que lorsqu'un nombre est écrit à l'aide d'une virgule, les places des chiffres des dixièmes et des dizaines ne sont pas "symétriques" par rapport à la virgule.

Différentes évaluations sixième montrent qu'une erreur fréquemment produite consiste pour les élèves à dire que :

le chiffre des dixièmes dans 745,32 est 3 et celui des dizaines est 5.

Il nous semble que l'élève fait comme s'il positionnait le chiffre des dixièmes et celui des dizaines à partir de la virgule et non du chiffre des unités.

Certaines de ces mini-compétences nous ont permis d'élaborer la séquence de classe proposée ci-dessous.

Phase 3 : Proposition d'une séquence de classe [Combres et col. 96]

L'évaluation CM2-6^{ème} de septembre 1994 nous a permis de constituer à partir de 3 classes de 6^{ème} un groupe d'une vingtaine d'élèves ayant des difficultés importantes à propos des décimaux. Nous avons pu, pendant trois semaines, leur proposer une séquence de remédiation.

Certains de ces exercices peuvent aussi s'adresser à des élèves n'ayant aucune difficulté recensée et permettent alors d'approfondir leurs connaissances en ce domaine.

Les objectifs poursuivis étaient les suivants :

Déstabiliser les conceptions incorrectes de l'élève en redonnant du sens au codage de l'écriture à virgule d'un nombre décimal, en faisant connaître certaines propriétés liées à cette écriture et en élaborant les règles de comparaison de deux décimaux et d'addition de deux nombres décimaux, propres à l'écriture à virgule.

Voici quelques hypothèses à l'origine de cette séquence pour des élèves en difficulté :

- lorsque dans un exercice, l'élève en difficulté ou non, a besoin d'écrire 20/100 en dixièmes, il "enlève un zéro en haut et en bas", mais ne perçoit pas le fait que, dans 10 dixièmes, il y a 10×10 centièmes ; c'est-à-dire que l'utilisation des fractions décimales n'oblige pas l'élève à revenir sur le processus d'élaboration de ces nombres : l'utilisation de fractions familières à l'élève dont le dénominateur n'est pas une puissance de 10, est un moyen facilitateur ;
- la mesure des longueurs est un élément fondamental de la construction de l'écriture à virgule ;
- l'écriture à virgule est un codage que l'élève en difficulté ne peut dominer que s'il a tenté de le construire lui-même et d'en éprouver toutes les difficultés et les particularités ;
- l'élaboration de situations mettant en place cette écriture ne suffit pas à déstabiliser les connaissances inadéquates déjà fortement enracinées. Par exemple, à propos de la connaissance des décimaux, l'élève doit être confronté à ses erreurs, à des explications de ces erreurs et faire des exercices à leur propos ;
- après chaque activité, un bilan sur des points délicats, sur les éléments que l'enseignant juge importants doit être écrit, en collaboration avec la classe : l'élève ne relève évidemment pas de lui-même ce que la situation a d'intéressant pour son apprentissage ;
- la méthode de remédiation choisie permet à l'élève de construire lui-même l'addition des décimaux à partir de celle des longueurs.

Le descriptif complet de la séquence se trouve dans [Combes et col. 96] p. 14 à 25.

N.B. : La phase I de cet atelier est à compléter à l'aide du B.O. du 5 décembre 1996 et du dossier d'accompagnement des nouveaux programmes, sortis depuis les Journées d'Albi.

Bibliographie

- Adda J. (1995) : *Numération*. Encyclopédia Universalis (CD-Rom).
- *Aides pédagogiques pour le cycle moyen 2* (1986) *Nombres décimaux*. Elem.Math VIII. Publication APMEP n° 61.
- Bellard et col. (1995) *Liaison cycle 3-Sixième* : Un outil d'aide à l'analyse des compétences en mathématiques. IREM de Montpellier.
- Combes et col. (1996) *Activités pour la classe de Sixième ; Nombres décimaux - Aires et périmètres* - IREM de Montpellier.
- Duval R. (1993), *Registres de représentations sémiotiques et fonctionnement cognitif de la pensée*. Annales de didactique et de sciences cognitives. Vol. 5 IREM de Strasbourg. p. 37-65.
- Evaluation d'entrée en Sixième depuis 1987 et les résultats nationaux s'y rapportant.
- Grisvard et Léonard (1983) : *Résurgence de règles implicites dans la comparaison, de nombres décimaux*. A.P.M.E.P. Bulletin n° 340.
- Léonard et Grisvard (1981) : *Sur deux règles implicites dans la comparaison de nombres décimaux positifs*. A.P.M.E.P. Bulletin n° 327.