

Un petit problème

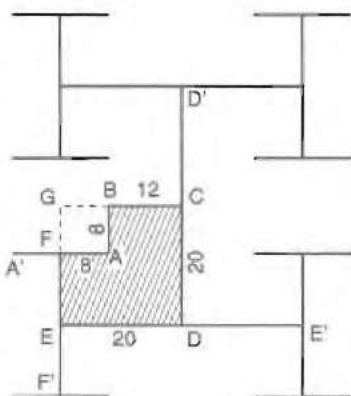
proposé par
Henri Camous

Voici, à votre attention, un petit problème d'apparence banale :

déterminer l'aire d'un polygone dont les côtés successifs mesurent 8, 12, 20, 20, 12 puis 8 mm, et dont deux côtés consécutifs quelconques ont leurs supports perpendiculaires.

Il s'agit évidemment d'un hexagone irrégulier de 80 mm de périmètre, mais la détermination de son aire est plus délicate car elle nécessite la connaissance de sa forme précise, donc une certaine *construction géométrique*. Il convient alors, avec les données, de tracer tous les hexagones convenables possibles, suivant la direction et le sens des côtés successivement parcourus, après $AB = 8$ mm et $BC = 12$ mm par exemple (le triangle ABC étant rectangle en A) et jusqu'à $FA = 8$ mm.

Cette construction peut être guidée par un diagramme *en arbre binaire traditionnel*, en tenant compte, pour chaque nouveau côté du polygone, des deux sens de parcours possibles, sur son support bien défini ; mais cet arbre s'avère très difficile à dresser, dans ce cas précis : j'en ai fait l'expérience. Jusqu'à ce que "j'imagine" de ne pas éclater l'arbre, mais au contraire de laisser les branches en place, pour obtenir une sorte de diagramme en *arbre géométrique condensé*, suivant le schéma ci-contre. Ce nouveau diagramme (à l'échelle 0,8) livre ainsi et très vite le seul hexagone possible $ABCDEF$, qui se trouve concave en A , et par suite, nécessairement irrégulier.



L'aire de cet hexagone est alors aisément fixée à 336 mm^2 , ce qui clôture le problème.