Baccalauréat STT ACC - ACA Polynésie juin 2004

Coefficient 2 Durée 2 heures

La calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1 **9 points**

Le service social d'une usine a mené une enquête sur le moyen de transport utilisé par ses 500 employés pour se rendre sur leur lieu de travail dans une ville de province. Les résultats de cette enquête ont montré que :

- 60 % des salariés se rendent sur leur lieu de travail en voiture.
- 44 % des salariés habitent en banlieue, et parmi eux, 23 prennent l'autobus.
- 14 % des salariés habitent en ville et prennent leur voiture pour se rendre à l'usine.
- 75 employés habitent en ville et prennent l'autobus, ce qui représente un tiers de ceux qui habitent en ville.
- 50 salariés habitent à la campagne et prennent leur voiture.
- Aucun autobus ne dessert la campagne environnante.

1. Reproduire et compléter le tableau de répartition suivant :

	Nombre de salariés prenant leur voiture	Nombre de salariés prenant l'autobus	Nombre de salariés utilisant un autre moyen de transport	Totaux
Nombre de salariés vivant en ville	70			
Nombre de salariés vivant en banlieue				
Nombre de salariés vivant à la campagne	50			
Totaux				500

Les probabilités demandées dans les questions **2** *et* **3** *seront données sous forme décimale exacte ou si besoin sous forme décimale arrondie à* 0,001 *près.*

2. Lors d'une assemblée générale réunissant tous les salariés de l'usine, on interroge au hasard l'un des employés.

On considère les évènements suivants, concernant l'employé interrogé :

— A : « il prend le bus pour se rendre à l'usine ».
— B : « il habite en ville ».
— C : « il habite en banlieue et prend sa voiture pour aller au travail ».
— D : « il ne prend ni bus ni voiture pour se rendre sur son lieu de travail ».

a. Calculer $p(\text{A})$, $p(\text{B})$, $p(\text{C})$, $p(\text{D})$, probabilités respectives des évènements A, B, C, D.

b. Décrire, à l'aide d'une phrase, l'évènement : $\text{A} \cap \text{B}$. Calculer la probabilité de cet évènement.

c. Déduire des questions précédentes la probabilité de l'évènement : $\text{A} \cup \text{B}$.

d. Calculer la probabilité de l'évènement E : « il prend le bus ou habite à la campagne ».

3. On interroge au hasard un habitant de la banlieue.
   Quelle est la probabilité pour que ce soit une personne prenant sa voiture pour se rendre à l'usine ?

EXERCICE 2 **11 points**

Une entreprise fabrique et vend une quantité x d'objets par jour, x étant un nombre entier compris entre 10 et 100. Elle doit assumer des charges représentant un coût total quotidien dont le montant en euro est donné par :

$$C(x) = 0,2x^2 + 8x + 500.$$

Partie A

On rappelle que le coût moyen unitaire de fabrication d'un objet est égal à $\dfrac{C(x)}{x}$.

1. Vérifier que ce coût moyen unitaire est égal à : $0,2x + 8 + \dfrac{500}{x}$.
2. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[10 ; 100]$ par :

$$f(x) = 0,2x + 8 + \frac{500}{x}.$$

   a. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la dérivée de la fonction f.
   b. Vérifier que $f'(x) = \dfrac{(x-50)(0,2x+10)}{x^2}$.
   c. Étudier le signe de $f'(x)$, puis dresser le tableau complet des variations de la fonction f.
   d. En déduire la quantité d'objets fabriqués pour laquelle le coût moyen unitaire est minimum.
3. a. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant :

x	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$f(x)$								30,3		

   Les résultats seront arrondis au dixième.

   b. Tracer la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal. Unités graphiques : axe des abscisses, 1 cm pour 10 ; axe des ordonnées, 2 cm pour 10.

Partie B

Le prix de vente d'un objet dépend de la quantité produite et s'exprime, en euro, par la relation : $p(x) = 62 - \dfrac{x}{4}$.

1. a. Déterminer la recette totale obtenue avec une production et une vente de 40 objets,
   b. Déterminer en fonction de la quantité x produite et vendue le montant de la recette totale $R(x)$.
2. Montrer que le résultat, en euro, de la vente de x objets est alors donné par :

$$B(x) = -0,45x^2 + 54x - 500.$$

3. a. Calculer $B'(x)$ où B' désigne la dérivée de la fonction B.
   b. Étudier le signe de $B'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $[10 ; 100]$, puis dresser le tableau des variations de la fonction B sur cet intervalle.
4. Quelle quantité d'objets doit-on produire et vendre pour que le résultat soit un bénéfice maximum ?
   Quel est alors ce bénéfice maximum ?